Российская Академия Наук
Институт проблем управления

Д.А. Новиков

МЕХАНИЗМЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ МНОГОУРОВНЕВЫХ ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Москва
Фонд "Проблемы управления"
1999

УДК 62 – 50
Н 73

Новиков Д.А. Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем. М.: Фонд "Проблемы управления", 1999. – 161 с.

В работе рассматриваются результаты анализа теоретико-игровых моделей механизмов планирования и стимулирования в многоуровневых организационных системах. Исследуются качественно новые (присущие многоуровневым системам по сравнению с двухуровневыми) эффекты, отражающие влияние на эффективность управления следующих факторов:

-фактор агрегирования, заключающийся в агрегировании (т.е. "свертывании", "сжатии" и т.д.) информации об участниках системы, подсистемах и т.д. по мере роста уровня иерархии;

-экономический фактор, заключающийся в изменении финансовых, материальных и др. ресурсов системы при изменении состава участников системы (управляемых субъектов, промежуточных управляющих органов и т.д.), обладающих собственными интересами;

-фактор неопределенности, заключающийся в изменении информированности участников системы о существенных внутренних и внешних параметрах функционирования;

-организационный фактор, заключающийся в изменении отношения власти, то есть возможности одних участников системы устанавливать "правила игры" для других участников;

-информационный фактор, заключающийся в изменении информационной нагрузки на участников системы.

Формулируется принцип рациональной централизации, в соответствии с которым рациональными являются такие структуры и механизмы управления организационной системой, для которых любое допустимое изменение централизации с учетом перечисленных факторов приводит к снижению эффективности управления.

Рецензенты: доктор технических наук, профессор В.Н. Бурков,
доктор технических наук, профессор Э.А. Трахтенгерц

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Во все времена, в любых достаточно больших организационных системах (государство, армия, предприятие и т.д.) мы сталкиваемся с иерархическими структурами, то есть с наличием нескольких уровней управления. Многоуровневость системы управления – это некоторое инвариантное свойство эффективной организации. В чем причина этого? Почему управление из единого центра, даже на основе мощной компьютерной информационной системы, менее эффективно, чем децентрализованное управление, когда центр делегирует полномочия принятия ряда решений руководителям нижних уровней? Ряд специалистов считают, что все дело в быстром увеличении сложности задач принятия решений при росте размера организации, что и определяет пределы этого роста. Так ли это?

Автор книги – молодой доктор наук, но уже известный специалист по управлению социально-экономическими системами, излагает свою точку зрения на вопрос о природе иерархий. Основная мысль автора состоит в том, что причина иерархического построения эффективно работающих организаций заключается не только в ограниченных возможностях отдельного человека эффективно решать проблемы больших коллективов, но и в наличии в иерархических системах специфических форм и процедур передачи и обработки информации, разграничения полномочий, планирования, мотивации и т.д. Отсюда следует, что каждый руководитель должен управлять лишь ограниченной группой подчиненных, а это значит, что иерархическое построение больших организаций неизбежно. Если это так, то главный вопрос не в том нужна ли иерархическая система управления, а в том, как построить наиболее эффективную иерархию. Действительно, каждый руководитель более высокого уровня, делегируя полномочия принятия решений руководителям более низких уровней, сталкивается с зависимостью от них. Во-первых, он теряет определенную долю своей власти, а, во-вторых, он становится информационно зависимым от руководителей нижних уровней, поскольку именно от них он получает информацию о состоянии дел в организации. Центральной проблемой становится проблема согласования интересов руководителя всей организации с интересами руководителей ее частей (подсистем) и так далее, вплоть до самого нижнего уровня иерархии.

В книге на простых моделях демонстрируются различные эффекты, возникающие в многоуровневых системах (эффект агрегирования, организационный эффект, информационный эффект и др.). Автор убедительно показывает, как можно повысить эффективность функционирования организации за счет грамотного учета этих эффектов.

В книге больше вопросов и нерешенных проблем, чем доказанных утверждений. Однако, именно это и делает ее актуальным и привлекательным введением читателя в увлекательный мир управления сложными многоуровневыми организационными системами.

Доктор технических наук, профессор,
заведующий лабораторией активных систем
Института проблем управления РАН
В.Н.Бурков

«Фактически всякая сложная система, как возникшая естественно, так и созданная человеком, может считаться организованной, только если она основана на некой иерархии или переплетении нескольких иерархий. Во всяком случае, до сих пор мы не знаем организованных систем, устроенных иначе» [94, С.39].

ВВЕДЕНИЕ

Управление в социально-экономических системах, понимаемое как воздействие одних элементов[1] на другие элементы, производимое с целью обеспечения желательного с точки зрения первых поведения последних, априори подразумевает асимметричность отношений участников системы, то есть – выделение (иногда условное) управляемых субъектов или объектов (в зависимости от их внутреннего состава) и управляющих органов. Такое разделение позволяет говорить о наличии в любой организационной системе иерархической структуры[2], которая может быть как явной (установленной институционально и существующей длительное время, например – в армии, в фирме с фиксированным штатным расписанием и должностными обязанностями и т.д.), так и неявной (проявляющейся при каждом, даже однократном, взаимодействии участников) или неформальной (например, лидерство в группах и т.д.).

В общем случае, иерархия относительно однородных объектов любой природы естественным образом порождается отношением принадлежности (вложенности)[3] – например, любое множество объектов может рассматриваться как совокупность своих подмножеств и т.д. В социаль-

---

[1] *Под "элементом" или "участником" организационной системы здесь и далее понимается некоторый входящий в нее субъект (быть может, коллективный) или объект. Под "активным элементом" понимается управляемый субъект, под "центром" – управляющий.*

[2] *Иерархия (от греч. "священная власть") – "принцип структурной организации сложных многоуровневых систем, состоящий в упорядочении взаимодействия между уровнями в порядке от высшего к нижнему" [ФЭС, М.: Советская энциклопедия, 1983. С. 201].*

[3] *При дальнейшем изложении, если не будет оговорено особо, будем называть иерархическими (в узком смысле) многоуровневые системы веерного типа, то есть такие системы, структура подчиненности в которых имеет вид дерева (см. различные определения иерархии в [40,42,82,129 и др.]).*

но-экономических системах отношение принадлежности эквивалентно "подчиненности" по разделению функций принятия решений и является, как правило, явным в рамках некоторого механизма управления. Поэтому при рассмотрении задач управления на первый план выступает не просто формальная принадлежность некоторого элемента (субъекта) определенному множеству (множеству субъектов, образующих систему – группу, коллектив и т.д.), и, следовательно – принадлежность определенному уровню иерархии, а то, что именно принадлежность к определенному уровню иерархии определяет функции данного элемента (служебные обязанности и т.д., вплоть до социальной роли).

Общепризнанно, что иерархия как разделение функций в организациях является проявлением необходимости специализации, конкретизирующей функции каждого элемента и позволяющей наиболее рационально использовать его объективно ограниченные возможности. Эта точка зрения, восходящая своими корнями (речь идет о первых научных осмыслениях иерархических принципов построения организаций) к трудам А.Смита [30,65], подробно обсуждалась в литературе (см. [5,12,65,66 и др.]). Однако целью настоящей работы является не философско-кибернетический анализ иерархических структур (результаты которого представлены, например, в [1,13,43,44,47,70,89,99]), а рассмотрение их формальных (теоретико-игровых) моделей. Поэтому конкретизируем цель и задачи последующего изложения.

Теоретико-игровые модели функционирования[4] организационных систем исследуются в таких разделах теории управления социально-экономическими системами, как: теория активных систем (АС) [15,17,21-25,81], теория иерархических игр [33-35,57,59,68], теория контрактов [19,114,115,119, 121,125,128] и теория реализуемости [20,108,122,133].

Простейшей – базовой для всех упомянутых научных школ – является детерминированная двухуровневая организационная (активная) система, состоящая из управляющего органа – центра на верхнем уровне иерархии и управляемого субъекта – активного элемента (АЭ) на нижнем уровне, функционирующих в условиях полной информированности о всех существенных внешних и внутренних параметрах их деятельности. В соответствии с классификацией, введенной в [19,24,81], расширениями

[4] *Следует сделать ряд терминологических замечаний. Термин "деятельность" подразумевает наличие осознаваемой цели, то есть может относиться только к индивидууму или их множеству, термин "функционирование" более общий – он может относиться, например, к человеко-машинным системам, включающим, помимо людей, технические компоненты. Еще более общий термин – "поведение" – характеризует системы любой природы.*

базовой модели являются многоэлементные активные системы [48,78,116,121,132,140], динамические АС [22,38,78,135,139], АС с неопределенностью [24,34,38,81,138], многоуровневые АС.

С одной стороны, во многих основополагающих работах по теории управления организациями подчеркивается необходимость исследования именно иерархических АС [11,22,66,71,72,136], а с другой стороны подавляющее большинство исследований формальных моделей ограничивалось двухуровневыми расширениями базовой модели. Исключениями являются следующие, перечисляемые ниже в относительно полном "обзоре", работы.

Исторически, в теории активных систем неоднократно производились попытки обобщения результатов исследования двухуровневых моделей на случай многоуровневых систем, однако в итоге дело, к сожалению, ограничивалось лишь качественным обсуждением или формулировкой частных задач [15,18,22,28,29,55]. В теории иерархических игр рассматривались задачи точного агрегирования [2-4], задачи с двумя управляющими органами [37] и модели кооперации (образования коалиций между элементами нижнего и промежуточного уровней) в трехуровневой системе [34,59]. В теории контрактов, пожалуй, единственным отступлением от стандартной веерной структуры является модель с двумя центрами, рассмотренная в [127]. В теории реализуемости многоуровневые модели практически не исследовались.

Одним из общепринятых объяснений концентрации внимания исследователей на двухуровневых АС является возможность декомпозиции иерархической АС на набор взаимосвязанных элементарных "блоков" – двухуровневых систем. В то же время, очевидно, что <u>многоуровневые</u> (трех – и более уровневые) <u>системы обладают рядом качественно новых свойств, отсутствующих в одноуровневых и двухуровневых АС</u>. Поэтому одной из целей настоящей работы является заполнение существующего пробела, то есть выявление качественной специфики иерархий.

Следует признать, что к выбранному предмету исследования применимы различные подходы. Подходы с точки зрения экономики организаций рассматривались в [12,49,65,110,120,124,130 и др.], с точки зрения общей теории систем – в [1,11,53,63,66,71,72,105,107,129 и др.], с точки зрения экономико-математического моделирования – в [10,39,41,51,62,88,97 и др.], математические аспекты проблем декомпозиции оптимизационных задач – в [10,36,64,98,100-102 и др.]. Кроме того, иерархическая структура не только организационных, но и других (технических, биологических и др.) систем привлекали внимание многих исследователей – см. [6,46,50,56,69,103 и др.]. Перечисление основных выводов, полученных в упомянутых работах, приводится в четвертой главе при качественном обсуждении результатов настоящего исследования.

Спецификой теоретико-игрового моделирования организационных систем является учет (в рамках определенного класса формальных моделей) активности поведения составляющих их элементов, то есть учет целенаправленности поведения, возможности самостоятельного выбора действий, возможности искажения информации, например, о своих предпочтениях, ради достижения собственных целей и т.д. Поэтому в настоящей работе мы попытаемся объяснить эффективность иерархических систем управления в организационных (активных) системах, используя теоретико-игровые модели их функционирования.

С нашей точки зрения ответить на вопрос о целесообразности существования иерархий можно лишь объяснив причину их существования с точки зрения участников самой системы, каждый из которых обладает собственными интересами. Другими словами – требуется ответить на вопросы – **почему управляемым субъектам выгодно наличие управляющего органа, и почему управляющему органу верхнего уровня, выражающего интересы системы в целом, выгодно наличие промежуточных уровней управления**.

Ответить на эти вопросы, в свою очередь, можно лишь сравнивая различные структуры подчиненности и механизмы управления многоуровневыми системами. В настоящей работе используется единый методологический подход, суть которого заключается в том, что в качестве критерия сравнения и основания для выделения тех или иных эффектов являются факторы[5], влияющие на эффективности функционирования участников АС и системы в целом, то есть на эффективность управления. Поясним это утверждение более подробно.

Предположим, что заданы некоторые структура системы и механизм управления (механизмом называется совокупность правил, методов, процедур и т.д., регламентирующих взаимодействие участников организационной системы). Решение задачи анализа заключается во введении критерия эффективности на множестве всех допустимых механизмов, то есть в определении эффективности любого конкретного механизма. Содержательно, эффективность является мерой степени достижения цели системы. Например, критерием эффективности функционирования эко-

---

[5] *Относительно используемой при дальнейшем изложении терминологии следует отметить, что термин "эффект" будет употребляться для обозначения результатов влияния "факторов" на эффективность управления.*

номической системы может быть ее прибыль, социальной системы – "уровень напряженности" отношений между ее элементами и т.д. (корректное определение эффективности для рассматриваемых моделей приведено ниже – см. разделы 1.1. и 1.9). Имея критерий сравнения, например любых двух допустимых механизмов, можно решать задачу синтеза оптимального механизма – поиска на допустимом множестве механизма, имеющего максимальную эффективность.

Пусть имеется некоторая АС с фиксированной структурой подчиненности и механизмом управления. Будем называть децентрализацией АС (децентрализацией системы управления) любое изменение ее элементного состава и/или связей между участниками, приводящее к тому, что взаимодействие (управляющее, информационное и т.д.) каждого из участников с другими участниками уменьшается или, по крайней мере, не возрастает. Децентрализацией является увеличение числа как управляющих органов, так и управляемых элементов (при выполнении требования сокращения взаимодействия), введение дополнительных уровней иерархии, разбиение управляемых элементов на подсистемы и т.д.

Обратное изменение, приводящее возрастанию или, по крайней мере, к неубыванию взаимодействия, будем называть централизацией АС. Централизацией является сокращение числа управляющих органов (при выполнении требования неуменьшения взаимодействия), объединение подсистем, сокращение числа уровней иерархии и т.д. Отметим, что децентрализация или централизация не обязательно подразумевают изменение структуры системы – например, в рамках фиксированной структуры может быть изменен механизм управления за счет сокращения информационных потоков и т.д.

Децентрализация или централизация некоторой АС соответствует "переходу" к новой АС. Сравнивая максимально возможные в рамках заданных ограничений эффективности управления этими системами можно говорить о целесообразности централизации или децентрализации – если эффективность не уменьшилась, то "переход" целесообразен. Умея сравнивать результаты всех допустимых "переходов", можно выбирать наилучшую структуру и механизм управления.

Для оценки возможных изменений эффективности управления при изменениях механизма управления необходимо четко представлять себе все те факторы, которые могут оказывать на нее влияние. Следовательно, возникает задача определения и исследования этих факторов.

Таким образом, цель настоящей работы – исследование качественной специфики иерархий методами их математического моделирования – подразумевает решение следующих основных задач: разработка и исследование теоретико-игровых моделей функционирования многоуровневых организационных систем, а также изучение с их помощью факторов, определяющих эффективность управления в многоуровневых системах.

Несколько забегая вперед, отметим, что проведенное исследование позволило выявить ряд эффектов, действие которых обусловлено наличием в многоуровневых АС (по сравнению с одноуровневыми и двухуровневыми) следующих факторов (обсуждение полноты предлагаемой системы факторов приведено в четвертой главе):

-*фактор агрегирования*[6], заключающийся в агрегировании (то есть "свертывании", "сжатии" и т.д. – см. определение в разделе 1.1) информации об участниках системы, подсистемах и т.д. по мере увеличения роста уровня иерархии. Наличие агрегирования информации является характерной особенностью иерархических систем управления – если бы каждый управляющий орган на каждом из уровней обладал одинаково полной информацией (а также одинаковыми целями и одинаковыми правами по принятию решений), то сама иерархия была бы бессмысленна. Наличие агрегирования позволяет снизить информационную нагрузку, с одной стороны – на управляющие органы (при движении информации "снизу вверх"), а с другой стороны – на управляемые субъекты (например, за счет централизованной обработки "общей" для всех участников нижних уровней информации об окружающей среде или о результатах деятельности "соседних" подсистем – см. описание фактора неопределенности). Так, например, руководитель крупной организации может не иметь (точнее, не может и не должен иметь) детальной информации о том, чем в каждый конкретный момент времени занят каждый из сотрудников; командующий армией во время боевых действий не знает в каком из окопов находится тот или иной боец и т.д.;

-*экономический фактор*, заключающийся в изменении финансовых, материальных, организационных и др. ресурсов системы при изменении состава участников системы, обладающих собственными интересами (управляемых элементов, промежуточных управляющих органов и т.д.). Изменение эффективности управления за счет привнесения или потребления ресурсов при изменении элементного состава организационной системы имеет место и в двухуровневых системах. Например, добавление нового управляемого субъекта может расширить возможности системы и, наряду с этим, увеличить затраты на поддержание ее деятельности. Таким

[6] *"Агрегирование – объединение однородных величин, понятий и т.д. с целью получения более общих, совокупных величин, понятий и т.д."* ([*Словарь иностранных слов. М.: Русский язык, 1979. С.16.*], *см. также раздел 1.2*).

образом, в общем случае экономический фактор отражает баланс ресурсов (условно – доходов и затрат) в задачах формирования состава системы. В рамках многоуровневых систем, исследуемых в настоящей работе, нас в основном будет интересовать составляющая этого фактора, обусловленная введением дополнительных уровней управления.

Так, например, введение в организации нового промежуточного уровня иерархии с одной стороны может улучшить координацию деятельности подчиненных, а с другой стороны – может потребовать дополнительных затрат на содержание нового административно-управленческого персонала. Наряду с этим, иногда введение дополнительных уровней управления может только ухудшить координацию деятельности подчиненных, например, за счет увеличения задержки принятия решений;

-*фактор неопределенности*, заключающийся в зависимости информированности участников системы о существенных внутренних и внешних параметрах их функционирования от используемого механизма управления (последовательности функционирования и т.д.). Существование этого фактора обусловлено тем, что в организационных системах участники верхних уровней иерархии, в составе управленческой функции осуществляют еще и информационную функцию, регулируя информационные потоки между починенными, в том числе – "замыкая" через себя обмен информацией (быть может, в агрегированном виде) между отдельными управляемыми субъектами, а также между управляемыми субъектами и окружающей средой, тем самым, с одной стороны, увеличивая их информированность, а с другой – снижая перерабатываемые ими объемы информации (см. фактор агрегирования и информационный фактор). Так, например, введение механизма (или создание специального органа) оперативного обмена информацией между подсистемами о текущих внешних условиях и результатах их собственной деятельности (внутренних условиях) может позволить им более точно прогнозировать возможности достижения целей и, соответственно, принимать решения о необходимых корректировках технологии деятельности и т.д. При описании фактора неопределенности следует иметь в виду, что даже при одинаковой информированности субъективные оценки ситуации и альтернативных решений у различных участников могут отличаться достаточно сильно.

-*организационный фактор*, заключающийся в изменении отношения власти[7], то есть в выделении метаэлементов – таких элементов системы, которые обладают возможностью устанавливать "правила игры" для других элементов. Именно наличие метаэлемента (управляющего органа) является принципиальным отличием одноуровневой АС от многоуровневой (то есть двух-, трех – и более уровневой). Так, например, иногда именно введение над набором "равноправных" активных элементов управляющего органа, играющего роль "арбитра" и обладающего правом поощрять или наказывать АЭ, позволяет последним придти к взаимовыгодному компромиссу;

-*информационный фактор*, заключающийся в изменении информационной нагрузки на участников системы. Именно объективно ограниченная способность элементов организационных систем по переработке информации традиционно считается условием, порождающим иерархию, то есть порождающим разделение функций (см. фактор агрегирования и фактор неопределенности). Так, например, сокращение одного промежуточного уровня управления может увеличивать количество информации о деятельности подчиненных, которое должно перерабатываться на вышестоящем уровне и т.д.

Разделение фактора неопределенности и информационного фактора обусловлено следующей причиной: если фактор неопределенности отражает требование необходимости *обладания субъектом определенной информацией* для успешного осуществления своей деятельности, то информационный фактор отражает *возможности субъекта по обработке этой информации*.

Интересным представляется тот факт, что новые (по сравнению с двухуровневыми АС) эффекты, возникающие в трехуровневых АС, естественно, проявляются и во всех АС, имеющих еще большее число уровней иерархии (четырехуровневые и т.д.). Более того, полученные на сегодняшний день результаты позволяют выдвинуть гипотезу, что большинство эффектов, присутствующих в многоуровневой АС, могут быть выявлены или смоделированы и в трехуровневой АС. Следовательно, можно предполагать, что трехуровневая АС является простейшей ("базовой") моделью для множества многоуровневых систем, хотя, конечно, четырех – и более уровневые АС также могут иметь свою специфику по сравнению с трехуровневыми. Поэтому в настоящей работе мы в основ-

---

[7] *"Власть – ... способность оказывать определяющее воздействие на деятельность, поведение людей"* ([*Философский энциклопедический словарь. М.: Советская энциклопедия, 1983. С.85*], *см. также раздел 1.5*).

ном ограничиваемся изучением именно трехуровневых организационных систем, предполагая, что результаты их исследования могут быть (в будущем) с соответствующей модификацией применены при исследовании более широких классов систем.

Наличие перечисленных факторов, а также исторически сложившееся в теории активных систем разбиение задач управления на задачи стимулирования[8] и на задачи планирования[9] [22,81], обусловили следующую структуру изложения материала настоящей работы[10].

В главах 1-3, ориентированных на специалистов по математическому моделированию функционирования организационных систем, при описании моделей и изложении результатов их исследования иногда неявно подразумевается знакомство читателя с базовыми моделями и механизмами теории активных систем (использование известных результатов снабжено соответствующими ссылками). Четвертая глава рассчитана на менее подготовленного читателя и содержит, в основном, качественное обсуждение специфики иерархий.

Первая глава посвящена исследованию механизмов стимулирования в многоуровневых активных системах. Общая постановка задачи стимулирования приведена в разделе 1.1. Последующие разделы первой главы содержат результаты изучения различных эффектов, характеризующих многоуровневые АС.

В разделе 1.2 рассматривается задача стимулирования в многоуровневых активных системах при отсутствии агрегирования информации. Показывается, в каких случаях введение дополнительных промежуточ-

---

[8] *Стимулированием в организационных системах называется комплексное целенаправленное внешнее воздействие на компоненты деятельности (и процессы их формирования) управляемых субъектов. В рамках известных теоретико-игровых моделей стимулирование заключается, в основном, в изменении интересов и предпочтений управляемых субъектов таким образом, чтобы побудить их выбрать наиболее предпочтительные с точки зрения управляющего органа действия. При этом стимулирование может интерпретироваться как поощрение или наказание за выбор тех или иных действий..*

[9] *Планирование заключается в определении планов – желательных с точки зрения управляющего органа результатов деятельности управляемых субъектов, быть может – на основании сообщенной последними информации.*

[10] *Синтез оптимального механизма управления организационной системой подразумевает нахождение и механизма планирования, и механизма стимулирования. Однако, так как совместное решение задач стимулирования и планирования даже для двухуровневых АС достаточно трудоемко (см.., например, [22,81 и др.]), в настоящей работе мы ограничимся их раздельным исследованием для многоуровневых систем..*

ных уровней управления, обладающих собственными интересами, может увеличить или уменьшить эффективность управления. Содержательно, введение промежуточных управляющих органов – промежуточных центров – может увеличить ресурсы управления (если эти ресурсы привносятся новыми участниками), или уменьшить их (если часть имеющихся ресурсов должна быть передана новым участникам). Происходящее при этом изменение эффективности управления вызвано фактором, который предлагается условно называть "экономическим фактором". Другим подфактором (входящим в фактор агрегирования), имеющим место в моделях раздела 1.2, является "фактор декомпозиции оптимизационных задач": например, если в двухуровневой АС задача управления заключается в распределении некоторого ресурса между АЭ, то при введении промежуточного уровня иерархии задача управления будет заключаться в распределении этого ресурса сначала между центрами промежуточного уровня, а затем – между АЭ, подчиненными этим центрам. Если отсутствует экономический фактор и агрегирование информации, то, очевидно, что эффективность управления в результате такой децентрализации не увеличится.

Раздел 1.3 посвящен рассмотрению задач стимулирования в условиях агрегирования информации. Если центр верхнего уровня имеет агрегированную (менее подробную, менее детальную, чем участники промежуточных и нижних уровней) информацию о результатах деятельности и моделях поведения управляемых объектов, то, при отсутствии всех остальных факторов, эффективность управления будет не выше, чем в случае полной информированности ("фактор агрегирования"). Следовательно, возникает задача идеального агрегирования – поиска условий, при которых наличие агрегирования не приводит к снижению эффективности, решаемая в разделе 1.3. В целом, задача идеального агрегирования является частным (предельным) случаем **задачи оптимального агрегирования**, то есть – задачи поиска условий, при которых наличие агрегирования приводит к минимальному снижению эффективности управления.

Известно, что в активной системе, функционирующей в условиях неопределенности, эффективность управления уменьшается с ростом неопределенности [79,81]. Другими словами, чем большей информацией об управляемом объекте и окружающей среде обладает управляющий орган, тем, в большинстве случаев, выше эффективность управления. Следовательно, в многоуровневых АС присутствует "фактор неопределенности", обусловленный информационным взаимодействием участников и исследуемый в разделе 1.4. При отсутствии всех остальных факторов, увеличение информированности участников АС за счет изменения состава и структуры системы подчас может привести к увеличению эффективности управления.

В разделе 1.5 показывается, что введение управления в одноуровневой или многоуровневой системе (введение дополнительного более высокого уровня иерархии) в ряде случаев позволяет перейти в новое состояние, которое не хуже исходного с точки зрения всех участников системы. Возможность достижения коллективно-рационального равновесия за счет введения управления (проявление отношения власти), предложено называть "организационным фактором", наличие которого свидетельствует, что управление – стимулирование – может рассматриваться как системообразующий фактор.

В разделе 1.6 рассматриваются ограничения на объем перерабатываемой участниками АС информации, которые предложено называть "информационным фактором". Следует отметить, что традиционно информационный фактор (иногда его называют фактором специализации, или фактором разделения функций, принятия решений и т.д.) является одним из основных объяснений возникновения иерархий.

И в реальных сложных системах, и в их моделях, возможность использования единых для всех участников системы или для их групп процедур управления является чрезвычайно привлекательной, так как она позволяет упростить систему управления. С другой стороны, ценой такой унификации являются потери эффективности управления, обусловленные отказом от учета индивидуальных особенностей каждого участника АС. Поэтому раздел 1.7 посвящен анализу такого класса механизмов стимулирования, при использовании которых зависимость вознаграждения от результатов деятельности одинакова для всех активных элементов (АЭ), входящих в систему или подсистему (унифицированные системы стимулирования). Использование унифицированных систем стимулирования может приводить к снижению отрицательных проявлений фактора агрегирования. В то же время, их эффективность не выше эффективности некоторых индивидуальных систем стимулирования, применение которых увеличивает информационную нагрузку на управляющие органы. Следовательно, возникает задача определения рационального компромисса между выигрышем и потерями от унификации.

Определенный класс механизмов управления (стимулирования) может рассматриваться как совокупность процедур перераспределения доходов от деятельности активной системы в целом между ее участниками. Возникающие при их использовании оптимизационные задачи (определения компромисса между влиянием организационного фактора, фактора агрегирования и потерями, связанными с неэффективностью систем стимулирования такого типа) рассматриваются в разделе 1.8.

Помимо эффективности механизма управления, важной его характеристикой является надежность. Поэтому в разделе 1.9. вводится определение надежности механизма управления АС и исследуется взаимосвязь между надежностью и эффективностью. В частности, результаты анализа влияния изменений централизации на "фактор надежности" позволяют сделать вывод, что надежность также определяется действием перечисленных выше факторов, то есть увеличение или уменьшение надежности механизма управления многоуровневой АС (как и его эффективности) является следствием проявлений этих (первичных) факторов.

Вторая глава посвящена исследованию механизмов планирования в многоуровневых активных системах. При этом мы предполагаем, что в задачах планирования управляющие органы промежуточного уровня не обладают собственными интересами, то есть некоторые факторы (экономический, организационный и т.д.) не имеют места. Поэтому основное внимание при анализе механизмов планирования в многоуровневых АС в главе 2 уделяется задаче оптимального (точнее – идеального) агрегирования – определения потерь от фактора агрегирования и, следовательно, – поиска условий, при выполнении которых этих потерь не происходит. Общая постановка задачи планирования приведена в разделе 2.1. Формулировка задачи идеального агрегирования и произвольной децентрализации содержится в разделе 2.2.

Общих условий возможности осуществления идеального агрегирования в механизмах планирования на сегодняшний день получить, к сожалению, не удалось. Поэтому основное внимание уделяется анализу практически важных частных случаев. В том числе, решены задачи идеального агрегирования для анонимных механизмов распределения ресурса (раздел 2.3), механизмов экспертизы (раздел 2.4), механизмов внутренних цен (раздел 2.5) и некоторых механизмов страхования (раздел 2.6). Более того, доказано, что для перечисленных механизмов возможна произвольная децентрализация, то есть в рассматриваемых моделях АС без потери эффективности может быть введено произвольное число промежуточных уровней иерархии, а управляемые элементы могут быть произвольным образом распределены по подсистемам.

В третьей главе исследуются возможные нарушения иерархичности системы, при которых имеется межуровневое взаимодействие участников, то есть структура подчиненности не является древовидной; рассматриваются формальные модели, иллюстрирующие целесообразность или нецелесообразность выполнения принципа единоначалия.

В первой, второй и третьей главах различные эффекты, характерные для многоуровневых АС, исследуются по отдельности. Поэтому в четвертой главе качественно обсуждаются возможности одновременного учета проявлений всех выявленных факторов (первичных факторов: агрегирования (включая подфактор декомпозиции оптимизационных задач), экономического, неопределенности, организационного и информационного, а также "вторичного" фактора – фактора надежности) и их суммарного влияния на эффективность управления. Также формулируется принцип рациональной централизации, в соответствии с которым **рациональными являются такие структуры и механизмы управления организационной системой, для которых любое допустимое изменение централизации <u>с учетом первичных факторов</u> приводит к снижению эффективности управления**.

Заключение содержит ряд выводов и обсуждение перспектив дальнейших исследований теоретико-игровых моделей функционирования многоуровневых организационных систем.

Пониманию проблем и принципиальных особенностей управления многоуровневыми организационными системами в значительной степени помогли критические замечания А.Р.Арсеньева, д.т.н., проф. В.Н.Буркова, д.ф.-м.н., проф. А.А.Воронина, д.п.н., проф. А.М.Новикова, С.Н.Петракова, д.т.н., проф. Э.А.Трахтенгерца, д.т.н. А.В.Щепкина. Большую помощь в оформлении и подготовки рукописи оказала И.В.Гуреева.

Всем помогавшим в работе над книгой автор приносит глубокую и искреннюю благодарность.

НЕКОТОРЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

АС – активная система;

АЭ – активный элемент;

Ц – центр;

$Ц_j$ – j-ый центр промежуточного уровня иерархии;

ГНП – гипотеза независимого поведения;

ГБ – гипотеза благожелательности;

ГСВ – гипотеза слабого влияния;

ФЗП – фонд заработной платы;

QK – квазикомпенсаторные системы стимулирования;

C – скачкообразные системы стимулирования;

L – пропорциональные системы стимулирования;

D – системы стимулирования, основанные на перераспределении дохода;

B – степенные компенсаторные системы стимулирования;

РДС – равновесие в доминантных стратегиях;

РН – равновесие Нэша;

РК – распределенный контроль.

I. МЕХАНИЗМЫ СТИМУЛИРОВАНИЯ В МНОГОУРОВНЕВЫХ АКТИВНЫХ СИСТЕМАХ

В настоящей главе рассматриваются механизмы стимулирования в многоуровневых активных системах: приводится постановка задачи стимулирования (раздел 1.1); исследуются специфические для многоуровневых АС факторы, влияющие на эффективность управления: экономический (раздел 1.2), агрегирования (разделы 1.3, 1.8), неопределенности (раздел 1.4), организационный (разделы 1.5, 1.8), информационный (разделы 1.4, 1.6); обсуждается взаимосвязь между эффективностью и надежностью механизмов управления (раздел 1.9).

Некоторые приводимые ниже результаты является новыми не только для многоуровневых, но и для базовых – двухуровневых – активных систем (унифицированные системы стимулирования – раздел 1.7, внутреннее стимулирование как трансферт полезностей АЭ, системы коллективного стимулирования – раздел 1.5, стимулирование как перераспределение доходов – раздел 1.8 и др.).

1.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СТИМУЛИРОВАНИЯ

Рассмотрим трехуровневую активную систему (АС), состоящую из одного управляющего органа – центра (Ц) – на верхнем уровне иерархии, n промежуточных центров {Ц$_j$} на втором уровне, $j = \overline{1,n}$, и N управляемых объектов – активных элементов {АЭ$_{ij}$}, $i = \overline{1,n_j}$, $j = \overline{1,n}$, $\sum_{j=1}^{n} n_j = N$, на нижнем уровне (см. рис.1).

Будем считать, что каждый АЭ подчинен одному и только одному центру промежуточного уровня, то есть структура подчиненности в рассматриваемой АС имеет вид дерева. Совокупность центра Ц$_j$ промежуточного уровня и n_j подчиненных ему АЭ будем называть j-ой подсистемой. Отметим, что всюду далее в трехуровневых АС индекс i обозначает номер АЭ в подсистеме, индекс j – номер подсистемы. Совокупность центра и промежуточных центров будем называть метасистемой. Условимся в дальнейшем, если не оговорено особо, во-первых, называть центр верхнего уровня просто "центром", а центры второго уровня "промежуточными центрами" или "Ц$_j$"; во-вторых, что условие, записанное для АЭ$_{ij}$, справедливо для всех АЭ j-ой подсистемы, а условие, записанное для Ц$_j$, справедливо для всех центров промежуточного уровня; и, в-третьих, что любая операция (например, суммирование действий, декартово произведение допустимых множеств и т.д.) над элементами подсистем и подсистемами производится, соответственно, по всем элементам подсистемы и по всем подсистемам.

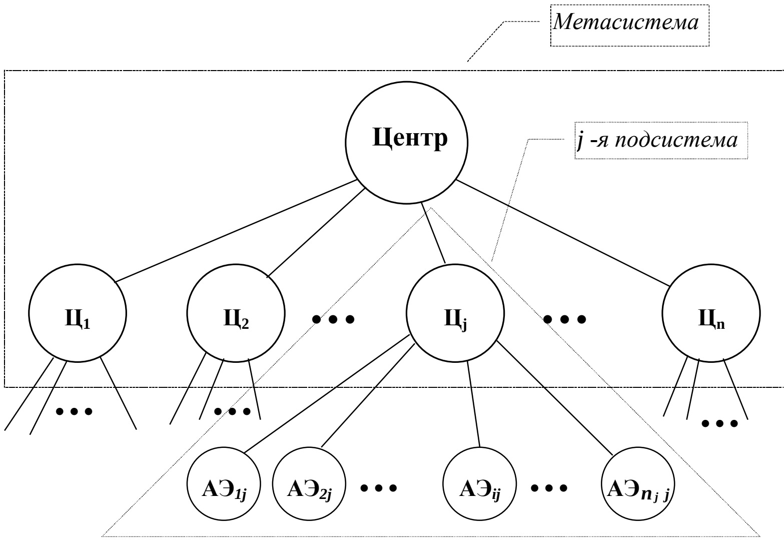

Рис. 1. Структура трехуровневой активной системы веерного типа

АЭ$_{ij}$ выбирает действие $y_{ij} \in A_{ij}$. При этом он получает от j-го промежуточного центра стимулирование $\sigma_{ij}(y_j) \in M_{ij}$ и несет затраты $c_{ij}(y_{ij})$, где $y_j = (y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{n_j j}) \in A_j = \prod_{i=1}^{n_j} A_{ij}$ – вектор действий активных элементов j-ой подсистемы. Таким образом, целевая функция АЭ имеет вид[11]:

(1.1.1) $f_{ij}(y_j) = \sigma_{ij}(y_j) - c_{ij}(y_{ij}),\ i = \overline{1, n_j},\ j = \overline{1, n}$.

[11] *Нумерация формул, теорем и т.д. включает номер главы и параграфа.*

Ц$_j$ получает от деятельности АЭ своей подсистемы доход $H_j(y_j)$, несет затраты на стимулирование[12] $\sum_{i=1}^{n_j} \sigma_{ij}(y_j)$ и получает стимулирование $\sigma_j(Y^j) \in M_j$ от центра, где $Y^j = Q_j(y_j) \in A^j$ – агрегированный показатель деятельности j-ой подсистемы, $Q_j : A_j \to A^j$, то есть его целевая функция имеет вид:

(1.1.2) $F_j(y_j) = H_j(y_j) - \sum_{i=1}^{n_j} \sigma_{ij}(y_j) + \sigma_j(Y^j), j = \overline{1,n}$.

Однозначное отображение $Q_j : A_j \to A^j$, где $A_j \subseteq \Re^{n_j}$, $A^j \subseteq \Re^{m_j}$, $m_j \le n_j$ называется <u>агрегированием по состоянию</u>. Содержательно, агрегирование соответствует такому преобразованию вектора состояний активных элементов подсистемы, при котором результат преобразования определяется однозначно и принадлежит пространству не большей размерности, чем размерность исходного пространства. Обратное отображение, естественно, в общем случае не однозначно. Так, например, ниже в качестве операции агрегирования по состоянию широко используется суммирование, то есть агрегированным показателем деятельности подсистемы является сумма действий входящих в нее АЭ. Понятно, что однозначное восстановление значений индивидуальных действий АЭ по известной их сумме невозможно.

Центр получает доход $H(Y)$, зависящий от результатов деятельности подсистем, где $Y = (Y^1, Y^2, ..., Y^n) \in A = \prod_j A^j$, и несет затраты на стимулирование центров промежуточного уровня $\sum_{j=1}^{n} \sigma_j(Y^j)$, то есть его целевая функция имеет вид:

(1.1.3) $F(Y) = H(Y) - \sum_{j=1}^{n} \sigma_j(Y^j)$.

Опишем порядок функционирования активной системы. Сначала центр назначает систему стимулирования центров промежуточного

---

[12] *Затратами центра на стимулирование называется сумма функций стимулирования активных элементов. Минимальными затратами на стимулирование по реализации заданного вектора действий называется минимальное значение затрат на стимулирование, побуждающее АЭ выбрать именно этот вектор действий* [*24,81*].

уровня $\{\sigma_j(Y^j)\}$, затем каждый из промежуточных центров назначает системы стимулирования подчиненных ему активных элементов $\{\sigma_{ij}(y_j)\}$, и, наконец, активные элементы выбирают свои действия, тем самым определяя значения целевых функций всех участников системы.

Во всех моделях теории активных систем центр является *метаигроком*, обладающим властью – правом устанавливать "правила игры" (выбирать последовательность выбора стратегий и правила обмена информацией, использовать стратегии, являющиеся функциями от стратегий других игроков, и т.д.).

Следует отметить, что во всех моделях первой главы единственными параметрами, определяющими значения функций дохода и затрат всех участников системы, являются действия активных элементов или функции от этих действий. Содержательно, АЭ являются создателями некоторых благ, производство которых требует от них определенных затрат и дает всем участникам АС некоторый доход. В рамках такой содержательной интерпретации все остальные участники АС (центр, центры промежуточного уровня и т.д.) никакого участия в "производстве" не принимают, выполняя лишь управляющие функции.

Будем предполагать, что информированность участников АС на момент принятия решений следующая: АЭ$_{ij}$ известны целевые функции f_{ij} и допустимые множества A_{ij} всех АЭ, включая выбранную Ц$_j$ систему стимулирования; Ц$_j$ известны целевые функции f_{ij} и допустимые множества A_{ij} подчиненных ему АЭ, множества возможных функций стимулирования M_{ij}, функция агрегирования $Q_j(\cdot)$, а также назначенная ему функция стимулирования $\sigma_j(\cdot)$; центру верхнего уровня известны функции дохода $h_j(Y^j)$ и затрат $c_j(Y^j)$ (см. определения ниже), а также допустимые множества A^j центров промежуточного уровня и множества допустимых функций стимулирования M_j.

Принципиально важным для проводимого исследования является то, что с точки зрения центра целевая функция Ц$_j$ имеет вид:

(1.1.4) $F_j(Y^j) = h_j(Y^j) - c_j(Y^j) + \sigma_j(Y^j),\ j = \overline{1,n}$,

где $h_j(Y^j)\colon A^j \to \mathbb{R}^1$, $c_j(Y^j)\colon A^j \to \mathbb{R}^1$ такие, что $\forall\ Y^j \in A^j$ выполнено:

(1.1.5) $\forall\ y_j \in A_j : Q_j(y_j) = Y^j \quad h_j(Y^j) = H_j(y_j),\ c_j(Y^j) = \sum_{i=1}^{n_j} \sigma_{ij}(y_j)$.

Различие (1.1.2) и (1.1.4) обусловлено тем, что центр в общем случае имеет агрегированные представления о моделях поведения подсистем, согласованные в смысле (1.1.5) с их "детальными" моделями. Отображения (1.1.5) называются агрегированием по модели. Содержательно, наличие агрегирования по состоянию приводит к тому, что любой участник АС, находящийся на некотором промежуточном уровне иерархии "выглядит" по-разному с точки зрения участников, находящихся на более высоких и более низких уровнях. Такое различие в описании (различие в моделях поведения участника промежуточного уровня, то есть представлениях о нем с точки зрения других участников АС) и есть агрегирование по модели. При дальнейшем изложении, если это не приводит к путанице, мы не будем оговаривать различие между агрегированием по состоянию и агрегированием по модели.

Будем считать, что все участники рассматриваемой трехуровневой активной системы следуют гипотезе рационального поведения и не могут образовывать коалиций (кооперативные эффекты исключаются – см. модели кооперации в [31,73,85,108,112]), то есть активные элементы каждой из подсистем выбирают равновесные по Нэшу стратегии при заданных функциях стимулирования, центры второго уровня и центр выбирают стратегии, максимизирующие их целевые функции. Отметим, что игра АЭ j-ой подсистемы возникает из-за того, что стимулирование каждого из АЭ в общем случае явным образом зависит от действий остальных АЭ, входящих в эту подсистему. Игра центров промежуточного уровня возникает, даже если стимулирование каждого из них зависит только от результатов деятельности (действий) АЭ соответствующей подсистемы, так как в общем случае имеются общие ограничения на управление (ресурс и т.д.) со стороны центра.

Описав модель стимулирования, необходимо сделать следующее, чрезвычайно важное с методологической точки зрения, замечание. Каждая конкретная модель активной системы и каждая конкретная задача управления в ней однозначно описываются заданием состава, структуры системы и механизма ее функционирования [22,25,81]. Описание механизма функционирования включает себя, в частности, целевые функции участников и множества их допустимых стратегий. Во всех разделах теории управления социально-экономическими системами, изучающих теоретико-игровые модели их функционирования (теория активных систем, теория иерархических игр, теория контрактов, теория реализуемости и т.д.) целевые функции и допустимые множества считаются (или неявно предполагаются) заданными, то есть известными исследователю операций. Понятно, что при этом вне зоны внимания остаются как задача идентификации модели, так и более общий вопрос об адекватности модели реальной моделируемой системе.

Следует честно признать, что и в настоящей работе мы вынуждены следовать установившейся традиции, то есть считать, что проблема определения параметров модели выходит за рамки проводимого исследования. Недостатки такого подхода очевидны. Некоторым оправданием может служить, во-первых, констатация того факта, что задачи идентификации моделей более чем достойны отдельного и самостоятельного исследования, во-вторых, ссылка на работы, содержащие описание подходов к решению подобных задач [60,63,84,92,93], и, наконец, в-третьих, предположение, что использование обобщенных решений [80] задач управления активными системами хотя бы отчасти решает проблему адекватности. Продолжим описание модели стимулирования.

Обозначим $P_j(\{\sigma_{ij}\}) \subseteq A_j$ – множество равновесных по Нэшу стратегий АЭ j-ой подсистемы (множество решений игры, множество действий, реализуемых системой стимулирования $\{\sigma_{ij}\}_{i=1}^{n_j}$) при использовании j-ым центром системы стимулирования $\{\sigma_{ij}\}$:

(1.1.6) $P_j(\{\sigma_{ij}\}) = \{y_j \in A_j \mid \forall i = \overline{1,n_j}\ \forall t_{ij} \in A_{ij}$

$$\sigma_{ij}(y_{ij},y_{-ij}) - c_{ij}(y_{ij}) \geq \sigma_{ij}(t_{ij}, y_{-ij}) - c_{ji}(t_{ij})\},$$

где $y_{-ij} = (y_{1j}, y_{2j}, ..., y_{i-1j}, y_{i+1j}, ..., y_{n_j j})$ – обстановка для i-го АЭ в j-ой подсистеме. Если стимулирование каждого АЭ зависит только от его собственных действий, то есть выполнена гипотеза независимого поведения (ГНП), то $P_j(\{\sigma_{ij}\}) = \prod_{i=1}^{n_j} P_{ij}(\sigma_{ij})$, где

(1.1.7) $P_{ij}(\sigma_{ij}) = \mathrm{Arg} \max\limits_{y_{ij} \in A_{ij}} f_{ij}(y_{ij})$.

Обозначим $R_j(\sigma_j)$ – множество решений игры j-ой подсистемы в рамках метасистемы:

(1.1.8) $R_j(\sigma_j) = \{Y^j \in A^j \mid \forall t^j \in A^j$

$$h_j(Y^j) - c_j(Y^j) + \sigma_j(Y^j) \geq h_j(t^j) - c_j(t^j) + \sigma_j(t^j)\},$$

$R(\{\sigma_j\})$ – множество решений игры центра: $R(\{\sigma_j\}) = \prod_{j=1}^{n} R_j(\sigma_j)$.

В двухуровневых системах задача стимулирования формулируется следующим образом [15,22,24,81]: найти допустимую систему стимулирования, которая максимизировала бы целевую функцию центра на множестве решений игры активных элементов. При попытке непосредственного переноса такой постановки на многоуровневые системы возникает ряд трудностей.

Несмотря на то, что оператор агрегирования $Q_j(\cdot)$ определен таким образом, что $A^j = Q_j(A_j)$, то есть $\forall\ y_j \in A_j\ \exists\ Y^j \in A^j$ и $\forall\ Y^j \in A^j\ \exists\ y_j \in A_j$: $Y^j = Q_j(y_j)$, ограничения на механизмы стимулирования и информированность игроков могут оказаться такими, что для некоторого j и/или некоторого $Y^j \in R_j(\sigma_j)$ не найдется $\{\sigma_{ij} \in M_{ij}\}$, таких, что $\exists\ y_j \in P_j(\{\sigma_{ij}\})$: $Q_j(y_j) = Y^j$. Иными словами, назначая некоторую систему стимулирования, центр не может быть уверен, что реализуемое ею действие (максимизирующее целевую функцию Ц$_j$) может быть обеспечено некоторой комбинацией реализуемых действий АЭ j-ой подсистемы, реализуемых j-ым центром при заданных ограничениях на механизмы стимулирования. Содержательно, этот эффект объясняется наличием агрегирования, а также тем, что центры промежуточного уровня "не могут" самостоятельно выбирать $\{Y^j\}$ – эти величины определяются действиями $\{y_j\}$ активных элементов подсистем, на которые центры промежуточного уровня могут оказывать воздействие путем стимулирования, удовлетворяющего заданным ограничениям.

Обозначим $P_j = \bigcup_{\sigma_{ij} \in M_{ij}} P_j(\{\sigma_{ij}\})$, $R = \bigcup_{\sigma_j \in M_j} R(\{\sigma_j\})$.

Введем следующее предположение, которое будем считать выполненным на протяжении всей первой главы и в рамках которого описанная выше ситуация рассогласования[13] множеств действий, реализуемых на различных уровнях, возникнуть не может.

А1. $\forall\ Y \in R\ \ \forall\ j = \overline{1,n}\ \ \exists\ y_j \in P_j$: $Y^j = Q_j(y_j)$.

В рамках предположения А.1 задача стимулирования в метасистеме имеет вид[14]:

(1.1.9) $H(Y^*) - \sum_{j=1}^{n} \sigma_j(Y^{*j}) \to \max_{\{\sigma_j \in M_j\}}$,

(1.1.10) $Y^{*j} \in R_j(\sigma_j)$, $\qquad j = \overline{1,n}$,

то есть выбором системы стимулирования (поощрения или наказания участников за выбор тех или иных стратегий) центр побуждает

---

[13] *Следует подчеркнуть, что основная цель стимулирования заключается в* ***согласовании интересов*** *участников активной системы. Вводимое предположение исключает возможность* ***рассогласования информированностей*** *участников АС о возможностях управления (см. также содержательное обсуждение ниже).*

[14] *Символ "*" при некоторой переменной – стратегии АЭ, центра и т.д. – здесь и далее обозначает оптимальность значения этой переменной с точки зрения, соответственно, АЭ, центра и т.д.*

центры промежуточного уровня к выбору наиболее выгодных (при заданных ограничениях) для него действий. Предположение А.1 гарантирует, что агрегаты, определяемые (1.1.10), могут быть реализованы центрами промежуточного уровня как результаты решения следующих задач стимулирования в подсистемах:

(1.1.11) $H_j(y_j^*) - \sum_{i=1}^{n_j} s_{ij}(y_j^*) + s_j(Y^{*j}) \to \max_{s_{ij} \in M_{ij}}$,

(1.1.12) $y_j^* \in P_j(\{s_{ij}\})$ $j = \overline{1,n}$.

Как и в двухуровневых системах [22,24], под <u>эффективностью стимулирования</u> будем понимать максимальное значение целевой функции центра (1.1.9) на множестве решений игры активных элементов. Более корректно, если обозначить $s = \{s_j\}$, то эффективность

(1.1.13) $K(s) = \max_{Y \in R(s)} F(Y)$.

В задаче стимулирования для j-ой подсистемы эффективность стимулирования определяется (обозначим $s^j = \{s_{ij}\}$):

(*1.1.14*) $K_j(s^j) = \max_{y_j \in P_j(s^j)} F_j(y_j)$.

Отметим, что (1.1.13) и (1.1.14) подразумевают выполнение гипотезы благожелательности (ГБ) – из множества действий, доставляющих максимум их целевой функции, промежуточные центры (и/или АЭ) выбирают действия, максимизирующие целевую функцию центра (и/или соответствующего промежуточного центра). В многоуровневых АС веерного типа гипотеза благожелательности в приведенном виде имеет смысл, только если выполнено А1 (см. также [22] и главу 3 настоящей работы).

Качественно, трехуровневая АС веерного типа может рассматриваться как совокупность из $(n+1)$ двухуровневых активных систем – n подсистем и одной метасистемы – АС, состоящей из центра и промежуточных центров. Одним из эффектов, возникающих в трехуровневых системах, по сравнению с двухуровневыми, является влияние на эффективность управления <u>фактора агрегирования</u> (как информации – состояний, так и описания участников – моделей их поведения). Действительно, центр не имеет детальной информации о моделях и/или результатах деятельности АЭ, а наблюдает только агрегированные результаты их деятельности, не имея в общем случае возможности выделить вклад конкретного АЭ. Поэтому различным является описание и промежуточных центров: с точки зрения подсистем их целевые функции зависят от индивидуальных результатов деятельности АЭ и индивидуальных результатов деятельности АЭ и определяются выражением (1.1.2). С точки зрения агрегированного описания в рамках метасистемы, целевые функции зависят от агрегированных переменных и определяются выражением (1.1.4). При этом, естественно, эти два различных описания должны быть согласованы в смысле (1.1.5). Наличие агрегирования с одной стороны является специфической характеристикой многоуровневых АС, а с другой стороны – затрудняет их теоретико-игровой анализ. Первым примером таких затруднений является отмеченная выше необходимость "согласования" множеств действий, реализуемых в метасистеме и подсистемах (см. предположение А.1). Отказ от согласованности означает, что в рамках принятой информированности участников центр не может формулировать (и тем более решать) задачу стимулирования – действие, реализуемое в метасистеме, может оказаться нереализуемым в подсистемах. Вне предположения А.1 центр может формулировать и решать задачу стимулирования только с использованием гарантированного результата по неопределенным (в рамках имеющейся его информированности) параметрам. Значит, требуется расширение информированности центра – например, при известных центру оценках W_j множеств действий, реализуемых в подсистемах, $W_j \subseteq R_j(\sigma_j) \cap Q_j(P_j(\{\sigma_{ij}\}))$, может решаться задача (1.1.9) при ограничении $Y^{*j} \in W_j$, $j = \overline{1,n}$; может быть введено сообщение информации о неизвестных параметрах и т.д.

Введем ряд предположений относительно целевых функций и допустимых множеств, которые, если не будет оговорено особо, мы будем считать выполненными в ходе дальнейшего изложения.

А2. $A_{ij} = A^j = A = [0, +\infty)$ [15].

А3. $c_{ij}(y_{ij})$, $c_j(y_j)$ – неубывающие, ограниченные снизу функции.

А3'. А3, $c_{ij}(y_{ij})$, $c_j(y_j)$ непрерывны, монотонно возрастают и $c_{ij}(0) = c_j(0) = 0$.

А3''. А3', $c_{ij}(y_{ij})$,$c_j(y_j)$ выпуклы, непрерывно дифференцируемы и $c'_{ij}(0) = c'_j(0) = 0$.

А4. $M_{ij} = M_j$ – множество положительнозначных кусочно-непрерывных функций.

А4'. $M_{ij} = \{\sigma_{ij} \mid \forall\, y_{ij} \in A_{ij}\ \ 0 \le \sigma_{ij}(y_{ij}) \le C_{ij}\}$; $M_j = \{\sigma_j \mid \forall\, Y^j \in A^j\ \ 0 \le \sigma_j(Y^j) \le c_j\}$;

А4''. $\{M_{ij}\}: = \{\sigma_{ij} \mid \forall\, y \in A\ \sum_i \sigma_{ij}(y_{ij}) \le C_j\}$;

[15] *Несколько забегая вперед, отметим существенность для дальнейшего исследования "скалярности" (одномерности) модели АЭ – см. также раздел 1.9 и главу 3.*

$$\{M_{ij}\} := \{s_j \mid \forall\, Y \in A \ \sum_{j=1}^{n} s_j(Y_j) \le c\}.$$

Содержательно, предположение А.2 ограничивает множества допустимых действий активных элементов. Скалярность и неотрицательность их значений на практике может соответствовать, например, количеству произведенной продукции, отработанному времени и т.д. Предположения А.3 утверждают, что: существует действие, требующее минимальных затрат (например, неучастие в данной АС, невыпуск продукции и т.д.), б'ольшим действиям соответствуют б'ольшие затраты (монотонность), причем предельные затраты возрастают с увеличением действия (выпуклость) – например, увеличение дополнительных усилий с увеличением продолжительности рабочего времени и т.д. Предположение А.4. соответствует тому, что центр может использовать поощрения, принимающие любые неотрицательные значения; А.4' фиксирует ограничения на эти поощрения, то есть – на индивидуальные функции стимулирования АЭ; А.4'' – на совокупность индивидуальных функций стимулирования.

Лемма 1.1.1. Если выполнены предположения А.2, А.3 и А.4, то выполнено А.1.

Справедливость утверждения леммы следует из того, что при неограниченных функциях стимулирования и ограниченных снизу затратах максимальные множества действий, реализуемых и в метасистеме, и в подсистемах, совпадают с соответствующими множествами допустимых действий (корректное доказательство этого достаточно очевидного факта приведено в [81]). Содержательно, если на всех уровнях имеется возможность использовать неограниченные управляющие воздействия (поощрения, наказания и т.д.), то управляющие органы могут добиться выбора управляемыми субъектами любых допустимых действий. Следовательно, в рамках (1.1.5) и условий леммы 1.1 центр может не беспокоится о потенциальной нереализуемости некоторых действий в подсистемах. Отметим, что при замене А4 на А4' или А4'' утверждение леммы 1.1 не имеет места.

Определим двухуровневый аналог рассматриваемой трехуровневой АС. Если число промежуточных центров равно числу АЭ ($n = N$ – такую трехуровневую АС назовем тривиальной), агрегирование отсутствует ($A^j = A_j$, $Q_j(y_j) = y_j$,) и промежуточные центры не имеют собственных интересов ($H_j(y_j) \equiv 0$), зависящих от результатов деятельности АЭ соответствующей подсистемы (то есть промежуточные центры выполняют лишь роль идеальных передатчиков информации), то, очевидно, получим двухуровневую АС, в которой эффективность стимулирования будет не ниже, чем в исходной трехуровневой (напомним, что ограниченность возможностей участников АС по переработке информации пока не рассматривается).

Даже из поверхностного анализа задачи стимулирования в трехуровневой модели можно выдвинуть следующую качественную гипотезу: без учета затрат на обработку информации (влияние ограниченности возможностей участников АС по переработке информации на эффективность управления в дальнейшем будем считать результатом проявления "информационного фактора") введение дополнительных промежуточных уровней управления, не обладающих собственными интересами (что, правда, представляется достаточно вырожденным случаем), не увеличивает эффективности управления.

Таким образом, в настоящем разделе приведена общая формулировка задачи стимулирования в детерминированной трехуровневой активной системе без учета затрат на обработку информации. Более детальное исследование частных случаев этой общей модели содержится в последующих разделах данной главы. В частности, следующий раздел включает описание того случая, когда агрегирование информации отсутствует, и центр полностью информирован о моделях подсистем.

1.2. СТИМУЛИРОВАНИЕ В МНОГОУРОВНЕВЫХ АКТИВНЫХ СИСТЕМАХ БЕЗ АГРЕГИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ

В настоящем разделе будем считать, что агрегирование информации отсутствует, то есть предположим, что центр имеет полную и точную информацию о моделях подсистем (условия согласования (1.1.5) при этом выполняются автоматически).

Изложение материала настоящего раздела носит индуктивный характер – переходя от простейшей одноэлементной двухуровневой АС к многоуровневым, мы имеем возможность выявить возникающие при этом новые качественные и количественные эффекты. Поэтому рассмотрим АС, состоящую из одного центра и одного АЭ (если $n = 1$ и/или $N = 1$, то индексы будут опускаться), структура которой представлена на рисунке 2.

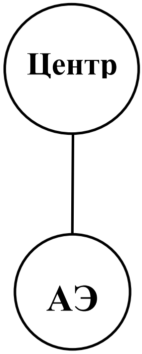

Рис.2. Структура двухуровневой одноэлементной активной системы

Приведенная на рисунке 2 активная система действительно является простейшей в соответствии с классификацией, введенной в [81]. Все другие – более сложные – активные системы образуются путем добавления активных элементов нижнего уровня, дополнительных уровней иерархии, рассмотрения динамики, неопределенности и т.д.

Целевая функция центра – $F(y) = H(y) - s(y)$, АЭ – $f(y) = s(y) - c(y)$.

Для рассматриваемой модели известно, что в рамках А.2 и А.3' **минимальные затраты центра на стимулирование по реализации действия $y^* \in A$ равны $c(y^*)$** [19,22,24,81].

Последнее утверждение имеет, несмотря на свой тривиальный характер, чрезвычайную важность для всего последующего изложения материала настоящей главы – оно позволяет не останавливаться на решении собственно задачи стимулирования в двухуровневой АС и сконцентрировать все внимание на эффектах иерархии.

Содержательно, в рамках гипотезы благожелательности центр должен, как минимум, компенсировать АЭ затраты, например, назначая стимулирование тождественно равное затратам (всюду на A в рамках А4, или равное затратам на соответствующих множествах и нулю вне них в рамках А4' и А4''). При этом, во-первых, если действие y^* таково, что затраты на его реализацию не удовлетворяют ограничению на механизм стимулирования, то это действие не реализуемо (что позволяет сразу найти множество реализуемых действий – см. ниже) и, во-вторых, подставляя стимулирование, равное затратам, в целевую функцию центра, мы получаем возможность найти наилучшее для центра реализуемое действие. Поэтому эффективность стимулирования в задаче второго рода[16] равна [22,81]:

(1.2.1) $K_0(C) = \max\limits_{y \in P(C)} [\, H(y) - c(y) \,]$,

где

(1.2.2) $P(C) = \{y \in A \mid c(y) - \min\limits_{y \in A} c(y) \le C\}$.

Если $C = +\infty$, то А4' превращается в А4 и $P(C) = A$. Введем теперь один промежуточный центр (структура новой АС приведена на рисунке 3), целевая функция которого равна

(1.2.3) $F_1(y) = H_1(y) + \sigma_1(y) - \sigma(y)$.

Целевая функция центра при этом становится: $F(y) = H(y) - \sigma_1(y)$, а активного элемента, по-прежнему: $f(y) = \sigma(y) - c(y)$. Множество реализуемых действий АЭ в рассматриваемой трехуровневой АС определяется (1.2.2), а множество действий, реализуемых в метасистеме, есть

(1.2.4) $R(c) = \{\, y \in A \mid c(y) - \min\limits_{y \in A} c(y) - H_1(y) \le c\}$.

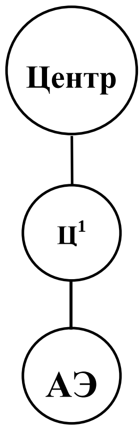

Рис.3. Структура трехуровневой одноэлементной активной системы

Понятно, что минимум затрат на стимулирование достигается при согласовании ограничений механизмов стимулирования в подсистеме и метасистеме, то есть, в частности, при условии, что $P(C) = R(c)$, то есть при

(1.2.5) $C - c = H_1(y^*)$,

где

$y^* = \arg \max\limits_{y \in P(C)} [H(y)+H_1(y)-c(y)]$.

Эффективность стимулирования в условиях согласования (1.2.5) равна

---

[16] *Задачей стимулирования второго рода называется задача, в которой затраты на стимулирование аддитивно входят в целевую функцию центра. В задаче первого рода они в явном виде в целевую функцию центра не входят. Ниже мы не будем акцентировать внимание на этом различии, ограничиваясь только задачами второго рода (методика переноса результатов исследования одних классов задач на другие изложена в [81]).*

(1.2.6) $K_1(C) = \max\limits_{y \in P(C)} [\,H(y) + H_1(y) - c(y)\,]$.

Если активному элементу или промежуточному центру в равновесии должно гарантироваться некоторое фиксированное значение целевой функции, то соответствующие константы учитываются в выражениях (1.2.2) и (1.2.4) по аналогии с тем как это делается в [19,81]. При дальнейшем изложении подобные ограничения учитываться не будут.

Из сравнения выражений (1.2.1) и (1.2.6) видно, что соотношение между эффективностями стимулирования в первом приближении зависит от знака функции дохода промежуточного центра. Если $''\ y\hat{I}A\ \ H_1(y)\,^3 0$, то $''\ C\ ^3\ 0\ K_1(C)\ ^3\ K_0(C)$. Если $''\ y\hat{I}A\ \ H_1(y)\ £\ 0$, то $''\ C\ ^3\ 0\ K_1(C) £ K_0(C)$. Если же доход промежуточного центра – знакопеременная функция, то для определения соотношения между эффективностями требуется дополнительное более тонкое исследование.

Качественно, отличие выражений (1.2.1) и (1.2.6) заключается в том, что в трехуровневой АС при отсутствии агрегирования в целевую функцию центра аддитивно входит доход промежуточного центра от деятельности АЭ, а сам промежуточный центр при выполнении условия (1.2.5) или А.4 играет роль относительно пассивного "промежуточного звена". Итак, если в двухуровневую АС добавляется дополнительный промежуточный уровень управления, получающий собственный неотрицательный доход, то эффективность управления увеличивается за счет того, что промежуточный центр берет на себя часть расходов по стимулированию АЭ. Если же доход этого промежуточного уровня отрицателен (этот случай может соответствовать наличию у него затрат на собственную деятельность (управление) или переработку информации и т.д.), то эффективность стимулирования снижается. Этот эффект от введения дополнительных уровней иерархии с собственными интересами на эффективность управления отражает наличие экономического фактора (см. определение выше).

Пример 1.2.1[17]. Пусть в двухуровневой АС $H(y) = a_1 y,\ \ a_1\ ^3\ 0$, $c(y) = b\,y^2/2,\ \ b\ ^3\ 0$. Тогда из (1.2.1)-(1.2.2) следует, что $P(C) = [0;\ \sqrt{2C/b}\,]$, $K_0(C) = \max\,\{a_1\sqrt{2C/b} - C,\ (a_1)^2/2b\}$.

[17] *Следует признать, что большинство примеров в настоящей работе далеко не "перегружены" содержательными интерпретациями, играя роль частных иллюстраций использования описываемых общих методов решения задач анализа и синтеза оптимальных управлений.*

Введем промежуточный центр с функцией дохода $H_1(y) = a_2 y$, a_2 ³ 0. Из (1.2.4) получаем, что: $R(c) = [0, \frac{1}{b} (a_2 + \sqrt{a_2^2 + 2bc}\,]$. Из (1.2.5) следует, что $c = C - a_2(a_1+a_2)/b$. Получаем, что $K_1(C) = \max\{(a_1+a_2)\sqrt{2C/b} - C, (a_1+a_2)^2/2b\}$.

Сравнивая $K_0(C)$ и $K_1(C)$, получаем, что " C ³ 0 $K_1(C)$ ³ $K_0(C)$.

Прирост эффективности стимулирования при введении промежуточного центра (позитивное влияние экономического фактора) обусловлен положительностью дохода последнего (a_2 ³ 0). •[18]

Таким образом, в одноэлементных АС без учета экономического фактора и информационного фактора (см. более подробно раздел 1.6) введение дополнительных уровней иерархии не увеличивает эффективности управления.

Перейдем теперь к рассмотрению многоэлементных АС. Пусть имеется двухуровневая АС с N активными элементами, структура которой приведена на рисунке 4. "Элементарная" ij-ая (одноэлементная двухуровневая) АС выделена пунктирной линией.

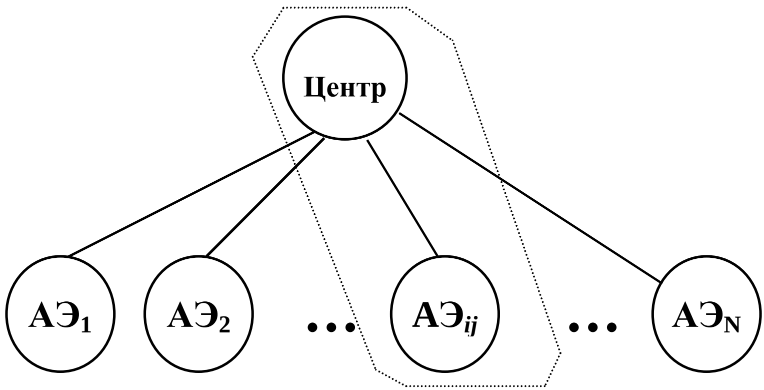

Рис.4. Структура двухуровневой многоэлементной активной системы

Понятно, что в рамках предположений А.4 или А.4' при невзаимодействующих АЭ все выводы предыдущего рассмотрения одноэлементных АС останутся в силе и для многоэлементных многоуровневых АС (задача будет декомпозироваться на набор несвязанных одноэлементных задач). Эффективность стимулирования в двухуровневой или трехуровне-

---

[18] *Знак "·" здесь и далее означает окончание примера, доказательства и т.д.*

вой АС с однородными (одинаковыми) АЭ будет равна, соответственно, $NK_0(C)$ и $NK_1(C)$, где C – ограничение на индивидуальное стимулирование. Поэтому представляет интерес случай взаимодействующих АЭ. К сожалению, общего решения для задачи стимулирования даже в двухуровневой АС с сильно связанными АЭ[19] на сегодняшний день не получено (см. обзоры в [19,20,78]). Поэтому в настоящем разделе ограничимся "промежуточным" случаем слабо связанных АЭ (связанные АЭ рассматриваются в разделе 1.5), для которых стимулирование каждого АЭ (и его целевая функция) явным образом зависит только от его собственных действий, но существуют общие ограничения на механизм управления, например – ограничения на стимулирование, накладываемые предположением А.4".

Пусть в двухуровневой АС со слабо связанными АЭ при отсутствии агрегирования выполнено предположение А.4". Тогда множество реализуемых действий примет вид (в двухуровневых многоэлементных АС активные элементы нумеруются одним индексом – i, пробегающим значения от 1 до N):

(1.2.7) $P(C) = \{y \in A \mid \sum_{i=1}^{N} c_i(y_i) \le C\}$,

а эффективность стимулирования будет равна:

(1.2.8) $K_3(C) = \max_{y \in P(C)} [H(y) - \sum_{i=1}^{N} c_i(y_i)]$.

Введем n промежуточных центров. Тогда целевые функции примут вид:

(1.2.9) $F(y) = H(y) - \sum_{j=1}^{n} \sigma_j(y_j)$,

(1.2.10) $F_j(y_j) = H_j(y_j) - s_j(y_j) - \sum_{i=1}^{n_j} \sigma_{ij}(y_{ij})$

(1.2.11) $f_{ij}(y_{ij}) = s_{ij}(y_{ij}) - c_{ij}(y_{ij})$.

Пусть суммарный фонд стимулирования центра верхнего уровня ограничен величиной $c \ge 0$. Предположим, что он зафиксировал некоторое

---

[19] *В [19,24] активной системой с сильно связанными (или просто – связанными) АЭ предложено было называть такую АС, в которой результат деятельности каждого АЭ, его стимулирование и т.д. (в общем случае – целевая функция АЭ) зависит явным образом как от его собственных действий или результатов деятельности, так и от действий и /или результатов деятельности других АЭ.*

его распределение $\{C_j\}$ между подсистемами: $C_j \geq 0$, $\sum_{j=1}^{n} C_j = c$ (содержательно, например – распределяются фонды заработной платы (ФЗП)). Тогда множество действий АЭ, реализуемых в j-ой подсистеме, определяется

$$(1.2.12)\ P_j(C_j) = \{y_j \in A_j \mid \sum_{i=1}^{n_j} c_{ij}(y_{ij}) - H_j(y_j) \leq C_j\}.$$

Эффективность стимулирования в трехуровневой АС в рамках ГБ равна:

$$(1.2.13)\ K_4(c) = \max_{\sum_j C_j \leq C} \ \max_{y_j \in P_j(C_j)} \ [H(y) + \sum_{j=1}^{n} \{H_j(y_j) - \sum_{i=1}^{n_j} c_{ij}(y_{ij})\}].$$

Проанализируем соотношение между (1.2.8) и (1.2.13) при $C = c$. Если $H_j(y_j) \equiv 0$, то $\forall\ C \geq 0\ \ K_4(C) \leq K_3(C)$, то есть, если экономический фактор отсутствует, то эффективность стимулирования в трехуровневой АС со слабо связанными АЭ не выше, чем в двухуровневой. Если $H_j(y_j) < 0$, то эффективность строго ниже, если же проявления экономического фактора значительны ($H_j(y_j) >> 0$), то эффективность стимулирования в трехуровневой АС может оказаться строго больше эффективности стимулирования в соответствующей двухуровневой.

Отметим, что при определении $K_4(c)$ принципы распределения ФЗП между подсистемами не фиксировались (первый максимум в (1.2.13) соответствует решению этой задачи распределения). Если же принципы распределения ограничений механизма стимулирования подсистем задать априори, то эффективность от этого может только уменьшиться.

Таким образом, экономический фактор, влияние которого на эффективность управления может быть как положительным, так и отрицательным, содержательно соответствует введению в АС дополнительных участников со своими интересами и возможностями, которые могут интерпретироваться как дополнительный ресурс управления. При этом последние либо берут на себя часть расходов по управлению активными элементами (позитивный эффект), либо сами требуют дополнительных расходов (негативный эффект).

Помимо экономического фактора в рассмотренной модели АС со слабо связанными АЭ проявился и новый фактор, связанный с тем, что при введении промежуточного уровня управления исходная задача декомпозировалась на набор более частных подзадач, которые потом в свою очередь были агрегированы в общую задачу. Влияние такой декомпозиции на эффективность управления условно можно назвать "фактором декомпозиции оптимизационных задач" (см. также модели в [10,39,64,100,102]). Однако он обусловлен скорее спецификой рассматриваемых формальных задач, и, следовательно, не является характерным признаком многоуровневых АС. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать фактор декомпозиции оптимизационных задач как составную часть фактора агрегирования. Для иллюстрации положим $H_j(y_j) \equiv 0$ и сравним (1.2.8) и (1.2.13). Целевые функции в них одинаковы так как: $H(y) + \sum_{j=1}^{n} \{ H_j(y_j) - \sum_{i=1}^{n_j} c_{ij}(y_{ij}) \} = H(y) - \sum_{i=1}^{N} c_i(y_i)$, а отличие заключается лишь во взятии максимумов. Таким образом, декомпозиция исходной задачи и последующий синтез частных задач в рассмотренной модели не привели в отсутствии агрегирования информации к увеличению эффективности управления. Справедливости ради следует отметить, что агрегирования в чистом виде в моделях настоящего раздела нет – имеется лишь декомпозиция задач, в которых центр обладает об активных элементах в точности той же информацией, что и центры промежуточного уровня. Это, в частности, позволяет говорить о совпадении K_3 и K_4 в рассматриваемой модели, то есть при отсутствии агрегирования информации (полной информированности всех участников о точных моделях элементов всех уровней) возможно, что декомпозиция задачи управления и не приведет к снижению эффективности.

Перейдем к анализу задач стимулирования в многоуровневых АС с агрегированием информации.

1.3. СТИМУЛИРОВАНИЕ В МНОГОУРОВНЕВЫХ АКТИВНЫХ СИСТЕМАХ С АГРЕГИРОВАНИЕМ ИНФОРМАЦИИ

В разделе 1.1 была приведена общая постановка детерминированной задачи стимулирования в трехуровневой активной системе, то есть в такой АС, в которой результаты деятельности участников не зависят от случайных и неопределенных параметров. Отметим, что детерминированность в таком понимании не противоречит возможности агрегирования по состоянию и по модели. Прежде чем переходить к их теоретическому анализу, рассмотрим пример, иллюстрирующий роль агрегирования информации в иерархических АС.

Пример 1.3.1. Пусть $Y^j = \sum_{i=1}^{n_j} y_{ij}$, $H(Y) = a \sum_{j=1}^{n} Y^j$, $c_{ij}(y_{ij}) = y_{ij}^2 /2b_{ij}$. Предположим, что и агрегирование, и экономический фактор отсутствуют, то есть центр полностью информирован о параметрах АЭ, наблюдает все их действия и $H_j(y_j)$ º 0. Тогда рассматриваемая трехуровневая АС имеет свой двухуровневый аналог (см. определение выше), в котором в рамках А.4 (отсутствие ограничений на стимулирование) центр решает следующую задачу стимулирования:

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n_j} \{a y_{ij} - c_{ij}(y_{ij})\} \text{ ® } \max_{\{y_{ij}\}}$$

и находит оптимальное решение $y_{ij}^* = a\, b_{ij}$. При этом эффективность стимулирования равна $K_0 = a^2B/2$, где $B = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n_j} b_{ij}$.

Если фонд заработной платы ограничен величиной c (см. А.4"), то, решая задачу условной оптимизации, получаем, что $y_{ij}^*(c) = b_{ij} \sqrt{\frac{2c}{B}}$, а эффективность – $K_1(c) = a\sqrt{2cB} - c$. Максимум $K_1(c)$ по c ³ 0 достигается при $c = c_{max} = a^2 B /2$ (для проверки можно убедиться, что $K_1(c_{max}) = K_0$).

Введем теперь агрегирование без учета экономического фактора ($H_j(y_j)$ º 0). Задача центра состоит в назначении подсистемам согласованных планов $\{X^j\}$, максимизирующих его целевую функцию[20]:

(1.3.1) $a \sum_{j=1}^{n} X^j - \sum_{j=1}^{n} c_j(X^j)$ ® $\max_{\{X^j\}}$,

(1.3.2) $s_j(X^j,Y^j) = \begin{cases} c_j(X^j), & Y^j = X^j \\ 0, & Y^j \neq X^j \end{cases}$.

Условие (1.3.2) обеспечивает согласованность назначаемых активным элементам планов [9,21-23].

Задача Ц$_j$ заключается в назначении согласованных планов АЭ своей подсистемы при известном стимулировании (1.3.2):

---

[20] *Системы стимулирования вида* (*1.3.2*), (*1.3.4*) *называются квазикомпенсаторными* (*QK-типа*) [*24,81*].

(1.3.3) $s_j(X^j, Y^j) - c_j(Y^j) \rightarrow \max\limits_{\{y_{ij}\}}$,

(1.3.4) $s_{ij}(x_{ij}, y_{ij}) = \begin{cases} c_{ij}(x_{ij}), & y_{ij} = x_{ij} \\ 0, & y_{ij} \neq x_{ij} \end{cases}$,

(1.3.5) $Q_j(x_j) = \sum\limits_{i=1}^{n_j} x_{ij} = X^j$.

Условие согласованности моделей (1.1.5) для данного случая примет вид:

(1.3.6) $c_j(Y^j) = c_j(\sum\limits_{i=1}^{n_j} y_{ij}) := \{\sum\limits_{i=1}^{n_j} c_{ij}(y_{ij}) \mid \sum\limits_{i=1}^{n_j} y_{ij} = Y^j\}$.

Остановимся на выражении (1.3.6) более подробно. Важнейшим для нашего анализа ее свойством является то, что при агрегировании по состоянию и по модели набор действий АЭ некоторой подсистемы, приводящий к фиксированному значению агрегата деятельности этой подсистемы, не единственен. Другими словами, существует несколько (быть может континуум) затрат $c_j(Y^j)$, согласованных с $\sum\limits_{i=1}^{n_j} c_{ij}(y_{ij})$ при условии $\sum\limits_{i=1}^{n_j} y_{ij} = Y^j$. Эта неоднозначность есть результат агрегирования (в рассматриваемом примере суммирование не является взаимно однозначным преобразованием).

Предположим, что затраты (1.3.6) определяются в результате решения следующей задачи:

(1.3.7) $\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n_j} c_{ij}(y_{ij}) \rightarrow \min\limits_{\{y_{ij}\}} \\ \sum\limits_{i=1}^{n_j} y_{ij} = X^j \end{cases}$,

то есть из всех отображений, удовлетворяющих (1.3.6), выбирается то, на котором достигается минимум суммарных затрат j-ой подсистемы на выполнение плана X^j.

При $c_{ij}(y_{ij}) = y_{ij}^2 / 2b_{ij}$ решение (1.3.7) имеет вид $y_{ij}^*(X^j) = b_{ij} X^j / b_j$, где $b_j = \sum_{i=1}^{n_j} b_{ij}$. Получаем, что затраты j-ой подсистемы должны удовлетворять

(1.3.8) $c_j(Y^j) = \dfrac{(Y^j)^2}{2b_j}$.

Решая теперь задачу центра (1.3.1), получаем оптимальное распределение фондов стимулирования между подсистемами:
(1.3.9) $X^{j\,*} = a\ b_j$.

Заметим, что при этом $y_{ij}^*(X^j) = b_{ij} X^{j\,*} / b_j = a\ b_{ij}$, что совпадает с решением задачи стимулирования в двухуровневой АС с теми же АЭ и обеспечивает эффективность $K_0 = a^2 B / 2$.

Если суммарный фонд заработной платы (ФЗП) ограничен величиной c, то, используя (1.3.8)-(1.3.9), получаем оптимальное распределение ФЗП между подсистемами: $C_j = c\ b_j / B$, что обеспечивает эффективность стимулирования $K_1 = a\ \sqrt{2c\text{B}} - c$, в точности совпадающую с величиной $K_1(c)$, полученной выше для двухуровневой АС.

Таким образом, доопределение затрат подсистем с помощью (1.3.7) позволило получить в трехуровневой АС в точности ту же эффективность стимулирования, что и в соответствующей двухуровневой, то есть введение дополнительных уровней управления и агрегирования информации не снизило эффективность управления. Этот факт представляет значительный интерес, так как введение агрегирования без учета информационного фактора в общем случае не увеличивает эффективности. Если эффективность управления в трехуровневой АС с агрегированием информации равна эффективности управления в соответствующей двухуровневой АС с полной информированностью центра о моделях поведения АЭ и подсистем, то агрегирование назовем идеальным. Следует отметить, что такое определение идеального агрегирования ставит во главу угла эффективность управления, а не передаваемую информацию, соотношение ее объемов и т.д.

В рассматриваемом примере идеальность агрегирования обеспечивалась условием (1.3.7). Покажем, что, если определить затраты подсистем другим образом, отличным от (1.3.7), но согласованным с (1.3.6), то эффективность стимулирования может только уменьшиться. Для иллюстрации возьмем предельный случай – предположим, что затраты (1.3.6) определяются в результате решения следующей задачи:

(1.3.10) $$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n_j} c_{ij}(y_{ij}) \to \max\limits_{\{y_{ij}\}} \\ \sum\limits_{i=1}^{n_j} y_{ij} = X^j \end{cases},$$

то есть из всех отображений, удовлетворяющих (1.3.6), выбирается то, на котором достигается максимум суммарных затрат j-ой подсистемы на выполнение плана X^j. Решение (1.3.10) содержательно соответствует выполнению всего плана X^j тем АЭ j-ой подсистемы, который имеет максимальные затраты. Обозначив $b_j^{\min} = \min\limits_{i=1,n_j} b_{ij}$, получим:

(1.3.11) $c_j(X^j) = \dfrac{(X^j)^2}{2\, b_j^{\min}}$.

Решая задачу (1.3.1), находим оптимальные значения планов подсистем:

(1.3.12) $X^{j\,*} = a\ b_j^{\min}$,

что приводит к эффективности $K_2 = a^2/2 \sum\limits_{j=1}^{n} b_j^{\min}$. Сравнивая K_2 с $K_0 = a^2/2 \sum\limits_{j=1}^{n} b_j$ получаем, что K_2 £ K_0. Отношение $g = K_2 / K_0$ можно рассматривать как относительные потери эффективности, связанные с неидеальностью агрегирования. Если все АЭ одинаковы (такие АС называются однородными), то, очевидно, имеет место:

(1.3.13) $g = n / N$.

Содержательно, из (1.3.13) следует, что "потери агрегирования" увеличиваются с ростом числа АЭ в системе и уменьшаются с ростом числа промежуточных центров. Последний эффект особенно ярко проявляется в предельном случае – если число промежуточных центров равно числу АЭ (тривиальная трехуровневая АС), то потери агрегирования отсутствуют (потому что в данном случае нет и самого агрегирования). •

Закончив рассмотрение примера, перейдем к анализу общего случая.

Определим для произвольного Y^j Î A^j множество:

(1.3.14) $A_j(Y^j) = \{y_j$ Î $A_j \mid Q_j(y_j) = Y^j\}$.

Пусть $y_{ij}^{\min}(Y^j)$ – решение следующей задачи:

$$(1.3.15)\quad \sum_{i=1}^{n_j} c_{ij}(y_{ij}) \to \min_{y_j \in A_j(Y^j)},$$

а $y_{ij}^{\max}(Y^j)$ – решение следующей задачи:

$$(1.3.16)\quad \sum_{i=1}^{n_j} c_{ij}(y_{ij}) \to \max_{y_j \in A_j(Y^j)}.$$

Обозначим $c_j^{\min}(Y^j) = \sum_{i=1}^{n_j} c_{ij}(y_{ij}^{\min}(Y^j))$, $c_j^{\max}(Y^j) = \sum_{i=1}^{n_j} c_{ij}(y_{ij}^{\max}(Y^j))$.

Очевидно, что $c_j^{\min}(Y^j)$ и $c_j^{\max}(Y^j)$ удовлетворяют (1.1.5), то есть реальная модель промежуточного центра и представления о ней центра согласованы. Более того, очевидно, что $\forall\ Y \in A$ любая функция затрат промежуточного центра (при условии реализации используемыми системами стимулирования соответствующих действий в подсистемах – см. раздел 1.2) $c_j(Y^j)$ удовлетворяет:

$$(1.3.17)\quad c_j^{\min}(Y^j) \le c_j(Y^j) \le c_j^{\max}(Y^j).$$

Агрегированная функция затрат $c_j^{\min}(Y^j)$ промежуточного центра минимизирует его затраты на стимулирование по реализации агрегата Y^j и соответствует идеальному агрегированию. Определяемый (1.3.17) диапазон изменений агрегированной функции затрат отражает характерную для многоуровневых систем неполноту информированности центра о моделях активных элементов. Таким образом, обоснована справедливость следующих утверждений.

Теорема 1.3.1. Если выполнены предположения А.1 и А.4, то в рамках ГБ максимальная гарантированная (по множеству согласованных моделей подсистем) эффективность стимулирования в трехуровневой АС равна

$$(1.3.18)\quad K_g^{\max} = \max_{Y \in A} \left[H(Y) - \sum_{j=1}^{n} c_j^{\max}(Y^j)\right].$$

Теорема 1.3.2. Если выполнены предположения А.1 и А.4, то в рамках ГБ максимальная эффективность стимулирования в трехуровневой АС соответствует полной информированности центра о моделях АЭ и равна

(1.3.19) $K^{max} = \max_{Y \in A} [H(Y) - \sum_{j=1}^{n} c_j^{\min}(Y^j)]$.

<u>Следствие 1.3.3.</u>

а) Идеальное агрегирование имеет место, если агрегированная функция затрат промежуточного центра равна $c_j^{\min}(Y^j)$.

б) Без учета информационного фактора агрегирование информации в задачах стимулирования в многоуровневых АС не увеличивает эффективности стимулирования.

Выражения (1.3.18) и (1.3.19) дают, соответственно, нижнюю и верхнюю оценки эффективности стимулирования в рассматриваемой трехуровневой активной системе: $K_g^{\max} \le K \le K^{max}$. Таким образом, для достижения максимальной эффективности стимулирования K^{max} центр должен либо полностью знать модели поведения АЭ и промежуточных центров для того, чтобы обеспечить выполнение (1.3.15) (что лишает агрегирование смысла), либо добиваться выполнения (1.3.15) какими-либо другими доступными ему способами.

Пусть, например, значение агрегированной функции затрат промежуточного центра есть $c_j^{\min}(Y^j)$, но неизвестно точно центру. Если центр будет использовать механизм с сообщением информации, основывающийся на сообщениях промежуточных центров, то максимальная эффективность достигнута не будет. Действительно, промежуточные центры могут сообщать центру любые оценки затрат, удовлетворяющие (1.3.17) (уличить их в искажении информации при этом невозможно). Тогда оптимальной стратегией каждого из независимых промежуточных центров будет сообщение максимальных затрат $c_j^{\max}(Y^j)$, так как стимулирование центра основано на компенсации затрат и при таком сообщении значение целевой функции промежуточного центра максимально. Следовательно, возникает новый класс задач – задач анализа и синтеза механизмов с сообщением информации в многоуровневых АС.

Вторым классом задач, возникающих в многоуровневых АС с агрегированием информации является задача оптимального агрегирования (см. введение), то есть – задача выбора агрегатов, минимизирующих различие между максимальной гарантированной и максимальной эффективностями.

И, наконец, третьим классом новых задач являются задачи синтеза структуры АС – выбора оптимального числа промежуточных центров, решение задач о назначении (разбиения множества АЭ на подсистемы) и т.д. (в рассмотренном выше примере 1.3.1 мы видели как относительные потери в эффективности зависят от числа промежуточных центров и числа АЭ (см. 1.3.13)). Детальное изучение механизмов такого рода выходит за рамки настоящей работы и является задачей будущих исследований.

1.4. СТИМУЛИРОВАНИЕ В МНОГОУРОВНЕВЫХ АКТИВНЫХ СИСТЕМАХ, ФУНКЦИОНИРУЮЩИХ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

До сих пор мы рассматривали детерминированные активные системы, в которых участники обладали в рамках информированности, соответствующей той или иной модели, полной и точной информацией о существенных внутренних и внешних по отношению к системе параметрах. Расширением базовой детерминированной модели являются активные системы с неопределенностью [81]. Достаточно общим (для различных типов и видов неопределенности) является вывод о том, что с ростом неопределенности гарантированная эффективность стимулирования не возрастает [81]. Более того, для ряда моделей двухуровневых АС было показано [20,78,81], что обмен информацией между АЭ нижнего уровня и между АЭ и центром иногда позволяет снизить неопределенность и увеличить эффективность управления. Поэтому в настоящем разделе в основном на примере нечеткой внешней неопределенности (см. детальное описание модели в [79,81]) изучается "фактор неопределенности" (корректней было бы назвать его "фактор снижения неопределенности" или "фактор изменения информированности"), заключающийся в потенциально взаимовыгодном обмене информацией между участниками трехуровневой АС, приводящем к увеличению эффективности управления.

Рассмотрим двухуровневую многоэлементную активную систему, функционирующую в условиях нечеткой внешней неопределенности при симметричной информированности участников [79,81]. Результат деятельности ij-го АЭ $z_{ij} \in A_{ij}$ в общем случае зависит от его действия и от состояния природы, о котором имеется нечеткая информация. Предположим, что и центр, и АЭ на момент принятия решений обладают одинаковой информацией о функции принадлежности результата деятельности АЭ в зависимости от его действия: $\tilde{P}_{ij}(z_{ij}, y_{ij})$. Целевая функция АЭ зависит от результата его деятельности:

(1.4.1) $f_{ij}(z_{ij}) = s_{ij}(z_{ij}) - c_{ij}(z_{ij})$, а целевая функция центра есть

(1.4.2) $F(y) \ = \ H(y)$,

то есть, в отличие от моделей, рассматриваемых в предыдущих разделах, будем считать, что целевые функции всех АЭ зависят от результатов их деятельности. Пусть $D_{ij}^{\pm}(x_{ij}) = \max\ (\min)\ \{z_{ij} \in A_{ij} \mid \tilde{P}_{ij}(z_{ij}, x_{ij}) = 1\}$. Введем следующие предположения.

А5. Функции $\tilde{P}_{ij}(z_{ij}, y_{ij})$ 1-нормальны [79,81,84].

А6. $\forall\ x_1 \le x_2\ \ D_{ij}^{-}(x_1) \le D_{ij}^{-}(x_2),\ D_{ij}^{+}(x_1) \le D_{ij}^{+}(x_2)$.

Для выполнения А6, например, достаточно, чтобы результат деятельности АЭ аддитивно зависел от его действия и нечеткого состояния природы.

Определим множества

(1.4.3) $S_{ij}(x_{ij}) = \{y_{ij} \in A_{ij} \mid \tilde{P}_{ij}(x_{ij}, y_{ij}) = 1\}$, $S(x) = \prod_{i,j} S_{ij}(x_{ij})$, $A' = \prod_{i,j} A_{ij}$.

В [79] доказано, что гарантированная эффективность стимулирования определяется следующим образом:

(1.4.4) $K^g_0 = \max_{x \in A} \ \min_{y \in S(x)} \ F(y)$.

Из [81] известно, что гарантированная эффективность стимулирования в АС с внешней нечеткой неопределенностью не выше, чем в соответствующей детерминированной АС и не возрастает с ростом неопределенности. Поэтому, если объединение отдельных АЭ в систему увеличивает их информированность (в частности такое увеличение информированности может происходить за счет дополнительной обработки информации центром или центрами промежуточного уровня), то оно может приводить и к росту эффективности управления, при условии, что информационные возможности управляющих органов достаточны, например, если информация может быть переработана ими в реальном масштабе времени. Объединение нечеткой информации АЭ соответствует пересечению соответствующих информационных множеств – например:

(1.4.5) $\tilde{P}(z, y) = \bigcap_{i,j} \tilde{P}_{ij}(z, y) = \min_{i,j} \{\tilde{P}_{ij}(z, y)\}$.

Если выполнено А5 и А6, то (1.4.5) эквивалентно: $D^{-}(x) = \max_{i,j} \{D^{-}_{ij}(x)\}$, $D^{+}(x) = \min_{i,j} \{D^{+}_{ij}(x)\}$. Рассмотрим пример, иллюстрирующий целесообразность информационного взаимодействия участников.

Пример 1.4.1. Пусть $H(y) = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n_j} a_{ij} y_{ij}$, $c_{ij}(y_{ij}) = y_{ij}^2/2b_{ij}$; $D^-_{ij} = x_{ij} – D^-_{ij}(x)$, $D^+_{ij} = D^+_{ij}(x) – x_{ij}$ – не зависят от x_{ij} и $D^-_{ij} = D^+_{ij} = D_{ij}$, причем $2D_{ij}$ £ a_{ij} b_{ij}. Если $0£s_{ij}£C_{ij}$, то множество реализуемых действий АЭ$_{ij}$ есть $P_{ij} = [0; \sqrt{2C_{ij} b_{ij}}]$, а эффективность равна $K_0 = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n_j} \{a_i \sqrt{2C_{ij} b_{ij}} – a_{ij} D_{ij}\}$.

Если возможен обмен информацией, то эффективность будет равна:

$$K_0' = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n_j} a_{ij} \sqrt{2C_{ij} b_{ij}} – \min_{i,j} \{D_{ij}\} \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n_j} a_{ij} .$$

Отметим, что такой обмен информацией выгоден всем участникам АС: реальная полезность АЭ не изменится, а полезность центра не уменьшится.

Очевидно, K_0' ³ K_0, причем, если хотя бы один АЭ имеет четкую и достоверную информацию о состоянии природы, то второе слагаемое в выражении для K_0' равно нулю (первое слагаемое соответствует эффективности стимулирования в соответствующей детерминированной АС).•

Таким образом, результат сравнения эффективностей управления в случаях различной информированности участников АС является косвенной оценкой затрат на преобразование, передачу и обработку информации, то есть оценкой влияния фактора неопределенности. Следует отметить, что на сегодняшний день достаточно полно разработаны методы решения задач стимулирования в двухуровневых АС, функционирующих в условиях неопределенности (интервальной, вероятностной и нечеткой) при симметричной и асимметричной информированности участников [19,20,78,81]. В указанных работах проведен анализ и приведены оценки влияния неопределенности на эффективность управления. Там же предложено рассматривать разность эффективностей управления при различной информированности как стоимость соответствующей информации. Перенос известных результатов такого рода с двухуровневых на многоуровневые АС представляется достаточно перспективным. При этом необходимо учитывать, что даже в рамках одинаковой информированности возможно возникновение ошибок принятия решений за счет субъективных различий оценок имеющейся информации [91].

Выше была рассмотрена модель двухуровневой АС, функционирующей в условиях нечеткой внешней неопределенности. При этом оказалось, что объединение информации участников позволяет увеличить эффективность управления. Относительно трехуровневых АС с нечеткой неопределенностью следует отметить, что объединение нечеткой информации (1.4.5) является полностью децентрализуемой операцией в следующем смысле: АС может быть разбита произвольным образом на подсистемы, затем пересечение информационных множеств $\underset{\sim}{P}_{ij}(z, y)$ может быть вычислено внутри подсистем, после чего – между подсистемами.

Тем же свойством полной децентрализуемости обладают операции объединения информации и в многоуровневых АС, функционирующих в условиях внешней интервальной неопределенности при условии, что участники АС обладают согласованной информацией. Поясним это утверждение более подробно. Пусть результат деятельности АЭ$_{ij}$ $z_{ij} = y_{ij} + q$. Предположим, что АЭ$_{ij}$ достоверно знает, что $q \in W_{ij} = [d_{ij}; D_{ij}]$. Тогда объединение информированности участников означает определение множества $W = [d; D] = \bigcap_{i,j} W_{ij} \subseteq W_{ij}$, где $d = \max_{i,j} \{d_{ij}\}$, $D = \min_{i,j} \{D_{ij}\}$, то есть количество информации увеличивается. Понятно, что пересечение множеств W_{ij} можно вычислять в произвольной последовательности, в частности – сначала внутри подсистем: $W_j = \bigcap_i W_{ij}$, а затем – между подсистемами: $W = \bigcap_j W_j$. Существенной при этом является согласованность информации АЭ, которая гарантирует, что $W \neq \varnothing$, то есть $d \leq D$.

Полученный в [77] результат об оптимальном управлении в условиях симметричной информированности о внешней неопределенности – "теорема о стукаче" – также может быть обобщен на случай многоуровневых АС, так как рассмотренная в упомянутой работе модель полностью децентрализуема в оговоренном выше смысле. Содержательно, оптимальной стратегией центра и/или промежуточного центра является назначение в метасистеме/подсистеме диктатора ("стукача"), который будет сообщать информацию о внешних условиях функционирования и поощряться независимо от результатов его деятельности. Вся известная диктатору и сообщенная им достоверно (в силу независимости вознаграждения от сообщения) информация используется центром для синтеза оптимального механизма управления остальными АЭ. Интересно отметить, что диктатором следует назначать участника, эффективность деятельности которого минимальна, то есть тот АЭ/промежуточный центр, бездеятельность которого приводит к ность которого приводит к наименьшему снижению критерия эффективности функционирования системы/подсистемы.

В случае вероятностной неопределенности снижение неопределенности за счет децентрализуемости информации не столь очевидно. Пусть, например, внешняя неопределенность приводит к следующей зависимости результата деятельности от действия АЭ: $z_{ij} = y_{ij} + q_{ij}$, где q_{ij} – состояние природы – внешний для АЭ$_{ij}$ фактор. Пусть $\{q_{ij}\}$ – независимые одинаково распределенные случайные величины, а показатель деятельности j-ой подсистемы $Z^j = \sum_{i=1}^{n_j} z_{ij} = Y^j + q^j$, где $Y^j = \sum_{i=1}^{n_j} y_{ij}$, $q^j = \sum_{i=1}^{n_j} q_{ij}$. Тогда, если число АЭ в подсистеме достаточно велико, то агрегирование информации автоматически приводит к снижению неопределенности: центру, например, не обязательно знать распределения случайных величин, а достаточно (при заданном уровне риска) воспользоваться законом больших чисел.

Активные системы с большим числом участников обладают рядом специфических свойств (см. обзор [78] и ссылки в нем). Помимо отмеченной выше возможности "автоматического усреднения" результатов деятельности АЭ, следует упомянуть также результаты, требующие выполнения гипотезы слабого влияния (см. [22,28,75,109], а также раздел 2.5 настоящей работы), степень "выполнения" которой, естественно, зависит от числа участников АС.

В случае вероятностной неопределенности в иерархических АС имеет место также эффект страхования. Если имеется набор несклонных к риску АЭ, то даже взаимное страхование (выделение одного АЭ с той же несклонностью к риску, который будет выполнять роль страховщика) является взаимовыгодным [90]. Еще более выгодным для АЭ с точки зрения ожидаемой полезности является перераспределение риска с нейтральным к риску центром (см. подробное обсуждение теоретико-игровых моделей страхования в рамках теории активных систем в [25,27,58], а также раздел 2.6 настоящей работы, посвященный децентрализации механизмов страхования).

Для центров промежуточного уровня имеет смысл перераспределение риска с центром верхнего уровня – эффект перестрахования (см. раздел 2.6) и т.д. Поэтому с одной стороны страхование может рассматриваться как системообразующий фактор[21] (см. раздел 1.5 и модели трудовых и страховых контрактов в [19]), а с другой – как одна из составляющих фактора неопределенности.

1.5. СТИМУЛИРОВАНИЕ КАК СИСТЕМООБРАЗУЮЩИЙ ФАКТОР

Если в предыдущих разделах при анализе качественных отличий многоуровневых активных систем от двухуровневых мы стояли на позициях оперирующей стороны – центра (исследовали, фактически, "зачем центру нужны промежуточные уровни управления"), интересуясь, в основном, эффективностью управления (которая определялась значением целевой функции именно центра), то в настоящем разделе мы рассмотрим иерархию с точки зрения активных элементов нижнего уровня. Другими словами, попытаемся ответить на вопрос – "зачем АЭ нужны более высокие уровни иерархии (промежуточные центры, центр и т.д.)?"

Ответ на поставленный вопрос будет производиться в два этапа, результаты выполнения каждого из которых представляют самостоятельный интерес. На первом этапе изучается одноуровневая АС – набор "равноправных" активных элементов, ни один из которых не является метаигроком по отношению к другим элементам. В качестве альтернативы одноуровневой системе, рассматривается двухуровневая система, отличающаяся от исходной выделением над множеством АЭ управляющего органа – центра, наделяемого властью, понимаемой в контексте рассматриваемой модели как право первоочередного (в последовательности выбора стратегий) принятия решений, неизбежно затрагивающих интересы АЭ. Исследование взаимодействия активных элементов и центра подразумевает анализ задачи стимулирования в двухуровневой АС с сильно связанными АЭ (см. определение выше). Таким образом, на первом этапе решается определенный класс новых задач стимулирования в двухуровневых АС. На втором этапе – собственно изучения выгодности для АЭ введения управляющего органа – проявляется "многоуровневость", так как результаты первого этапа (решения задачи стимулирования) позволяют сравнить эффективности функционирования АЭ в отсутствии центра и в его присутствии.

---

[21] *Стимулирование в вероятностных активных системах также может рассматриваться как одно из проявлений перераспределения риска, то есть страхования* (*см.* [*19,25 и др.*]).

Рассмотрим одноуровневую активную систему, состоящую из N активных элементов. Стратегией каждого АЭ является выбор действия y_i Î A_i, i Î $I = \{1, 2, ..., N\}$. Целевая функция (функция полезности, выигрыша, предпочтения и т.д.) каждого АЭ h_i зависит от действий всех АЭ, то есть $h_i = h_i(y)$, где $y = (y_1, y_2, ..., y_N)$ Î $A' = \prod_{i=1}^{N} A_i$, h_i: A' ® Â^1. Предположим, что АЭ полностью информированы друг о друге (каждому известны все целевые функции и допустимые множества), но вынуждены действовать независимо, не делая предположений о поведении других АЭ (этим предположением мы исключаем из рассмотрения: кооперативные эффекты – возможности образования коалиций и т.д., а также эффекты рефлексии, используемые при определении Байесовского равновесия, равновесия Штакельберга, П-решения и др. [22,108,117]). Тогда, в соответствии с гипотезой рационального поведения, каждый АЭ будет выбирать собственную стратегию, максимизирующую его целевую функцию. Основная "проблема" теории игр заключается в том, что эта стратегия не единственна и зависит от обстановки (вектора стратегий остальных игроков – АЭ). Следовательно, необходимо введение понятия равновесия, а иногда и его доопределение для конкретной игры.

Если оптимальная стратегия каждого из игроков не зависит от обстановки, то имеет место равновесие в доминантных стратегиях (РДС): y^d – РДС тогда и только тогда, когда

(1.5.1) " i Î I " y_{-i} Î A'_{-i} " y_i Î A_i $h_i(y_i^d, y_{-i})$ ³ $h_i(y_i, y_{-i})$.

К сожалению РДС существует достаточно редко, поэтому в некооперативных играх чаще используется концепция равновесия Нэша (РН): y^N – РН тогда и только тогда, когда

(1.5.2) " i Î I " y_i Î A_i $h_i(y_i^N, y_{-i}^N)$ ³ $h_i(y_i, y_{-i}^N)$.

Введем на множестве A' отношение " f ": y_1 f y_2 « " i Î I $h_i(y_1)$ ³ $h_i(y_2)$ и $ j Î I: $h_j(y_1) > h_j(y_2)$. Определим множество Парето оптимальных (эффективных) стратегий[22]:

(1.5.3) $E_P(h) = \{y$ Î A' | Ø$ t Î A': t f $y\}$.

---

[22] *Отметим, что на сегодняшний день не существует общепризнанного определения коллективной рациональности. В то же время, в экономике, в математической теории управления социально-экономическими системами и др., существует консенсус относительно того, что любое определение коллективной рациональности должно быть согласовано с аксиомой Парето* (*аксиомой единогласия*), *то есть считается, что коллективно рациональными могут быть только Парето оптимальные исходы* [*45,52,73,87*].

Обозначим $E_d(h)$ – множество РДС, $E_N(h)$ – множество РН, $E_{NP}(h)$ множество равновесий Нэша, которые не доминируются по Парето другими равновесиями Нэша, $E_{PN}(h)$ – множество тех Парето оптимальных стратегий, которые являются равновесиями Нэша.

Вопрос о том, какой вектор стратегий выберут АЭ, производя этот выбор в условиях полной информированности о целевых функциях и допустимых множествах друг друга одновременно, без предварительных договоренностей, в общем случае остается открытым. Если существует РДС, то логично предположить, что АЭ выберут именно доминантные стратегии. Если РДС не существует, то в качестве состояния системы обычно принимается равновесие Нэша. Если таких РН несколько и среди них существует РН, недоминируемое по Парето другими РН, то, считают, что, скорее всего система окажется в $E_{NP}(h)$. Если же все РН не доминируют друг друга, то сказать априори, без введения дополнительных предположений, ничего нельзя. В общем случае, всегда выполнено: $E_d(h)$ Í $E_N(h)$, $E_{NP}(h)$ Í $E_N(h)$, но может оказаться, что $E_{NP}(h)$ Ç $E_P(h)$ = Æ или даже $E_d(h)$ Ç $E_P(h)$ = Æ.

Содержательно, концепции равновесия в доминантных стратегиях и равновесия Нэша отражают индивидуальную рациональность поведения активных элементов. В первом случае – независимо от обстановки существует оптимальная стратегия, во втором – индивидуальное отклонение любого АЭ от РН невыгодно ему, если все остальные АЭ не отклоняются от РН. К сожалению, во многих случаях индивидуальная рациональность входит в противоречие с коллективной рациональностью (очень условно отражаемой аксиомой Парето). Противоречие следующее – с одной стороны, набор индивидуально рациональных стратегий (например, РДС, РН и т.д.) может доминироваться другим набором стратегий (при котором все АЭ получают не меньшие выигрыши, а кто-то – строго большие). С другой стороны, коллективно рациональных стратегии (множество Парето оптимальных стратегий) может быть несколько, они могут быть неустойчивы относительно индивидуальных отклонений АЭ (может найтись АЭ, который один, изменяя свою стратегию, еще более увеличивает свой выигрыш, естественно, за счет других игроков).

Соотношение индивидуальной и коллективной рациональности является одной из ключевых проблем теории игр (см. примеры и ссылки в [73,74,78]). Интуитивно ясно, что если существует лучшая для всех АЭ (по сравнению с индивидуально рациональным) линия поведения (при условии, что коалиции, переговоры и т.д. запрещены), то следует выработать процедуру (механизм) наказания тех АЭ, которые будут от нее отклоняться.

Следует отметить, что механизм наказания является "внешним" по отношению к активным элементам и зачастую либо навязывается им извне, например, центром, либо является предметом их договоренности (расширение игры). Если последовательно разыгрывается несколько партий игры, то, изменяя свои стратегии, АЭ могут в текущем и будущих периодах наказать участника, отклонившегося в предыдущем периоде. Задачи построения таких стратегий решаются в теории повторяющихся игр (см., например, обзор [78] и ссылки в нем). Сложнее дело обстоит в статике – при разыгрывании одной единственной партии игры, так как в этом случае угроза будущего наказания со стороны партнеров бессмысленна[23].

Угроза наказания приобретает смысл в статике, если имеется третье (по отношению к АЭ) лицо, наделенное соответствующими властными полномочиями, например – центр. Налагая штрафы, он может сделать невыгодным индивидуальное отклонение от коллективного оптимума, то есть сделать Парето оптимальную стратегию устойчивой по Нэшу. Это – первое, что может предложить центр АЭ, причем ниже будет показана выгодность этого для АЭ с точки зрения значений их функций выигрыша (экономический фактор с точки зрения АЭ). Второй эффект от введения центра заключается в снижении объема информации, перерабатываемой АЭ. Действительно, для "вычисления", например, РН каждый из АЭ должен знать целевые функции и допустимые множества всех АЭ с тем, чтобы, опять же, каждый из них мог независимо решить систему неравенств (1.5.2). При введении центра, последнему достаточно, обладая информацией о каждом из АЭ (информированность АЭ друг о друге уже не нужна), вычислить все равновесия, разработать систему наказания и дать соответствующую информацию активным элементам, уменьшив тем самым нагрузку по обработке информации на АЭ (информационный фактор с точки зрения АЭ). Перейдем к формальному описанию качественно отмеченных выше эффектов, то есть исследуем задачу стимулирования в многоэлементной АС с сильно связанными элементами.

Фиксируем два вектора стратегий y_1, y_2 Î A' и определим "выигрыш" i-го АЭ от "перехода" из точки y_1 в точку y_2:

---

[23] *Следует отметить, что "попадание" игроков в точку Нэша и устойчивость по Нэшу имеют смысл либо в динамике (см. модели коллективного поведения в [83]), либо в рамках делаемого иногда неявно предположения, что игроки "рассчитывают" равновесную точку априори, моделируя каждый для себя динамику и/или возможные отклонения всех игроков. При этом проблема интерпретации равновесия Нэша в статических играх (при однократном выборе стратегий) остается на сегодняшний день открытой (см. [22,24,31,34,74,78,85 и др.]).*

(1.5.4) $D_i(y_1, y_2) = h_i(y_2) – h_i(y_1)$

и суммарный выигрыш активных элементов системы от такого перехода:

(1.5.5) $D(y_1, y_2) = H_0(y_2) – H_0(y_1)$,

где

(1.5.6) $H_0(y) = \sum_{i=1}^{N} h_i(y)$.

Отметим, что (1.5.6) является утилитарной функцией коллективной полезности, свойства которой подробно исследуются, например, в [73].

Содержательно, функция $H_0(y)$ может интерпретироваться как функция "системы" из N активных элементов. Функция $H_0(y)$ согласована с введенным выше отношением " $\mathbf{f}$ " в следующем смысле: если $y_1 \ \mathbf{f} \ y_2$, то $H_0(y_1) \ ^3 \ H_0(y_2)$ (обратное, вообще говоря, не верно). Введем определение стимулирования для рассматриваемой модели. Будем различать стимулирование двух типов – "внутреннее" и "внешнее". Под внутренним стимулированием будем понимать перераспределение выигрышей между АЭ системы, то есть внутреннее стимулирование соответствует трансферабельной полезности [73] (до сих пор – в предыдущих разделах – полезность АЭ не была трансферабельна) и, естественно, должно быть сбалансировано. Под внешним стимулированием будем понимать систему наказаний активных элементов центром, которая может нарушать балансовое ограничение (см. для сравнения модели партнерства в [73,138]).

Итак, с учетом стимулирования $\{s_i(y)\}$ целевая функция АЭ имеет вид:

(1.5.7) $f_i(y) = h_i(y) – s_i(y)$.

Использование центром системы стимулирования

(1.5.8) $s_i(y_1, y_2) = \begin{cases} \Delta_i(y_1, y_2), & y_i = y_{2i} \\ s_i^{\text{Н}}(y_{2-i}), & y_i \neq y_{2i} \end{cases}$,

где

(1.5.9) $s_i^{\text{Н}}(y_{2-i}) = \max\limits_{y_i \in A_i} h_i(y_i, y_{2-i})$

– стратегия наказания АЭ за отклонение от y_{2i}, y_{2-i} – обстановка для i-го АЭ в точке y_2; в рамках гипотезы благожелательности превращает y_2 в равновесие Нэша, не менее выгодное для i-го АЭ, чем точка y_1. Заметим, что использованием следующей более "жесткой" системы стимулирования центр может любое действие y_{2i} АЭ сделать его доминантной стратегией:

$$s_i(y_1, y_2) = \begin{cases} 0, & y_i = y_{2i} \\ s_i^{\mathrm{H}}(y, y_2), & y_i \neq y_{2i} \end{cases}, \quad s_i^{\mathrm{H}}(y, y_2) = \max_{y \in A'} h_i(y).$$

В выражении (1.5.8) первый режим соответствует трансферту полезностей (элементу доплачивают или он доплачивает другим АЭ за выбор y_2 вместо y_1 – см. также механизм ключевых агентов в [73]), то есть внутреннему стимулированию, а второй режим – внешнему стимулированию – наказанию за индивидуальные отклонения (вопрос о допустимости тех или иных стратегий наказания с точки зрения ограничений механизма рассматривается ниже).

Перейдем к анализу балансового (бюджетного) ограничения. Так как трансферты полезности соответствуют внутреннему, то есть замкнутому относительно множества АЭ, стимулированию, то, очевидно, сумма трансфертов должна быть неположительна. Если центр имеет возможность привлечь внешний ресурс в размере $C \geq 0$, то балансовое ограничение, то есть условие внутренней сбалансированности, примет вид:

$$(1.5.10)\quad \sum_{i=1}^{N} s_i(y_1, y_2) = D(y_1, y_2) = H_0(y_2) - H_0(y_1) \geq -C.$$

Таким образом, с одной стороны в рамках замкнутого набора АЭ (при $C = 0$) (1.5.10) – условие неотрицательности баланса трансфертов, а с другой стороны, как отмечалось выше, это – достаточное условие (с учетом (1.5.8)) Парето доминирования точкой y_2 точки y_1 [*31,52,87*].

Исследуем теперь возможности "переходов с точки зрения балансового ограничения.

Фиксируем произвольную точку $y_0 \in A'$. Определим множество

$$P(y_0, C) = \{ y \in A' \mid D(y_0, y) \leq C \}$$

тех действий, в которые АС может быть переведена внутренним стимулированием при заданном балансовом ограничении.

Понятно, что множество точек, в которые АС может быть переведена внутренним стимулированием из любой точки , есть

$$(1.5.11)\quad P(C) = \bigcap_{y_0 \in A'} P(y_0, C) = \{ y \in A' \mid H(y) \geq \max_{y \in A'} H(y) - C \}.$$

Легко показать (см. [87]), что при использовании центром системы стимулирования (1.5.8), любая точка множества P (C) оптимальна по Парето, то есть $P(C) \subseteq E_{PN}(f)$ (обратное включение в общем случае не верно).

Следовательно, внешнее и/или внутреннее стимулирование в ряде случаев позволяет сделать эффективное по Парето коллективное решение устойчивым по Нэшу. Имея результаты исследования задачи стимулирования, изучим преимущества и недостатки введения дополнительного уровня иерархии (выделения над множеством АЭ метаигрока – центра).

Введем следующий механизм функционирования АС. Центр предлагает АЭ использовать систему стимулирования (1.5.8) с $y_2 \hat{I} P(C)$. При этом:

– y_2 является равновесием Нэша, в котором всем АЭ обеспечивается не меньшая полезность, чем при выборе любого другого индивидуально рационального равновесия;

– отпадает необходимость получения и обработки активными элементами информации о своих партнерах;

– в рамках гипотезы благожелательности центр получает во внутренне сбалансированном механизме ненулевую полезность;

– условно можно считать, что использования стратегии наказания не происходит (выбор каждым из АЭ стратегии, приводящей к использованию центром стратегии наказания, не выгоден для первого).

Итак, выделение над одноуровневой АС дополнительного уровня управления с наделением его правом частично устанавливать правила игры активных элементов (в рамках концепции их некооперативного поведения) является взаимовыгодным для центра и для всех АЭ, как с точки зрения снижения на АЭ нагрузки по обработке информации, так и с "экономической" точки зрения – внешнее управление центра делает выгодным и индивидуально рациональным коллективно рациональное (в смысле Парето-эффективности) взаимосодействие АЭ. Это явление в иерархических активных системах мы будем условно называть "организационным фактором". Наличие внешнего стимулирования, то есть институционально установленная возможность центра влиять на предпочтения АЭ, может интерпретироваться как "эффект власти" (см. определение во введении). С этой точки зрения, чем большие наказания (поощрения) может накладывать центр на АЭ, тем больше его возможности по управлению (см. результаты по влиянию степени централизации [22] и ограничений механизма [81] на эффективность управления).

Поэтому стимулирование может интерпретироваться как системообразующий фактор – его введение позволяет согласовать интересы участников и превращает набор АЭ, каждый из которых ведет себя в соответствии с принципами индивидуальной рациональности, в систему из взаимосодействующих АЭ, эффект от деятельности которых не меньше суммы эффектов деятельности отдельных АЭ (явление эмерджентности). Аналогичные модели при кооперативном взаимодействии АЭ (в условиях возможности образования коалиций с внутренними дележами [31,73,85]) требуют дальнейших исследований[24].

Рассмотрим вопрос о целесообразности привлечения центром внешних средств. Пусть центру достоверно известно, что в отсутствии управления АЭ выбирают точку y_1 (например, y_1 – РДС). Тогда $[D(y_0,y) - C]$ доход центра от побуждения АЭ к выбору точки $y \in P(y_0,C)$. Если $H(y)$ – "собственный" доход (или затраты в случае отрицательного знака) от деятельности совокупности АЭ, то оптимальная величина привлеченных средств в рамках гипотезы благожелательности может быть найдена из решения следующей оптимизационной задачи:

(1.5.12) $K(C) = \max\limits_{y \in P(C, y_0)} [H(y) + D(y_0,y)] - C \to \max\limits_{C \geq 0}$.

Величина

(1.5.13) $g(C) = \max\limits_{y \in P(C, y_0)} [H(y) + D(y_0,y)] / C$

может рассматриваться как рентабельность активной системы – ее способность "усиливать" привлекаемые средства, причем первое слагаемое отвечает за вклад центра, а второе – за вклад активных элементов.

Следует признать, что в общем случае открытым остается вопрос об идентификации начального состояния АС y_0, так как взятие, например, гарантированного результата по этому параметру может во многих случаях сделать бессмысленным (неэффективным) рассмотрение задач типа (1.5.12).

Выгодность выделения центра, то есть введение отношения власти, в рамках рассматриваемой модели может быть также проинтерпретирована следующим образом. Пусть y_0 – некоторое "начальное" состояние системы, состоящей лишь из АЭ, y – некоторое "конечное" состояние. Предположим, что роль центра заключается в обложении налогом АЭ, предпочитающих состояние y состоянию y_0, и установлении системы компенсаций $\{s_i(y_0,y)\}$ элементам с обратными предпочтениями. Если $g \in [0; 1]$ – ставка налога, то значение целевой функции i-го АЭ в точке y равно: $(1-g)\, h_i(y) + s_i(y_0, y)$. Из балансового ограничения

---

[24] *Выделение над множеством АЭ управляющего органа – центра – имеет явную "налоговую" интерпретацию, так как трансферты от АЭ к центру и наоборот могут рассматриваться как система налогов (см. частную модель ниже), объединяющая АЭ в систему и позволяющая им совместно достигать взаимовыгодного равновесия. К сожалению, теоретико-игровые модели налогообложения практически не изучены и представляют собой перспективную и богатую содержательными интерпретациями и возможными приложениями область будущих теоретических исследований.*

$$\sum_{i=1}^{N} \sigma_i(y_0, y) \leq \gamma \sum_{i=1}^{N} h_i(y)$$

получаем, что независимо от величины ставки налога допустимыми (Парето эффективными для АЭ) являются состояния, удовлетворяющие условию: $H(y) \geq H(y_0)$. Содержательные интерпретации этой "налоговой" модели такие же, как и у моделей, рассматриваемых выше. Отличие заключается в следующем. До сих пор в настоящем разделе неявно предполагалось, что координация деятельности АЭ не требует от центра никаких затрат. Если отказаться от этого допущения и предположить, например, что центр оставляет у себя часть $\beta \in [0;1]$ налоговых поступлений, то балансовое ограничение примет вид

$$\sum_{i=1}^{N} \sigma_i(y_0,y) \leq (1 - \beta)\, \gamma \sum_{i=1}^{N} h_i(y).$$

Следовательно, изменится множество Парето эффективных состояний и т.д.

С одной стороны, в рамках рассматриваемой модели условно можно считать, что интересы центра согласованы с интересами активных элементов – чем больше значение целевой функции каждого АЭ, тем больше "доход" $\beta \sum_{i=1}^{N} h_i(y)$ центра. С другой стороны, наличие собственных интересов у центра изменяет соотношение между множествами индивидуально – и коллективно-рациональных стратегий АЭ. Более того, если в руках центра сконцентрирована вся власть, включающая в том числе право устанавливать самостоятельно величину β, то возникает новый класс задач согласования интересов участников, представляющих различные уровни иерархии. К сожалению, чрезвычайно богатый и интересный с нашей точки зрения класс задач моделирования распределения властных полномочий (включающий "налоговые" модели, модели законодательства, распределения функций принятия решений в децентрализованных системах и др.) на сегодняшний день практически не исследован и его изучение выходит за рамки настоящей работы.

В качестве иллюстрации использования предложенных выше подходов рассмотрим частный случай линейных активных систем, то есть АС, в которых целевая функция каждого АЭ линейно зависит от стратегий всех АЭ:

(1.5.14) $H_i(y) = a_{i0} + \sum_{j=1}^{N} a_{ij}\, y_j,$

где $y_j \in A_j = [0;1]$ (любой отрезок может быть линейным преобразованием отображен в $[0;1]$).

В линейных АС у каждого АЭ существует доминантная стратегия:

(1.5.15) $y_i^d = Sign(a_{ii})$.

Обозначим $b_j = \sum_{i=1}^{N} a_{ij}$, $b_0 = \sum_{i=1}^{N} a_{i0}$. Тогда

(1.5.16) $H_0(y) = b_0 + \sum_{j=1}^{N} b_j\, y_j$.

Парето оптимальная стратегия (доставляющая максимум (1.5.16)) есть:

(1.5.17) $y_i^P = Sign\,(b_i)$.

Очевидно, что, если $\forall\, i \in I \;\; Sign\,(a_{ii}) = Sign\,(b_i)$, то РДС является эффективным по Парето (содержательные интерпретации этого свойства совершенно прозрачны). Если $\exists\, i \in I$: $Sign(a_{ii}) \neq Sign(\,b_i\,)$, то требуется согласование интересов АЭ за счет быть может внутреннего стимулирования и обеспечение устойчивости Парето оптимальной точки за счет внешнего стимулирования. Определим следующие величины:

(1.5.18) $\sigma_i(y^d, y^P) = \Delta_i(y^d, y^P) = \sum_{j=1}^{N} a_{ij}\,[Sign\,(b_j\,) - Sign(a_{jj})]$.

Легко проверить, что в любых линейных АС выполнено: $\sum_{i=1}^{N} \sigma_i(y^d, y^P) \le 0$.

Пусть центр использует систему внутреннего (первое слагаемое) и внешнего (второе слагаемое) стимулирования:

(1.5.19) $\sigma_i(y_i) = \Delta_i(y^d, y^P)\, I(y_i = y_i^P) + a_{ii}\, I\,(y_i \neq y_i^P)$,

где $I(\cdot)$ – функция индикатор (отметим, что в точке Парето внешние штрафы равны нулю).

Использование системы стимулирования (1.5.19) дает каждому АЭ ту же полезность, что и использование им РДС, причем в рамках гипотезы благожелательности y^P является равновесием по Нэшу. Более того, центр в рамках ГБ оставляет в собственном распоряжении ненулевую полезность, равную:

(1.5.20) $H_0 = H_0(y^P) - H_0(y^d) = \sum_{j=1}^{N} b_j\,[Sign(b_j) - Sign(a_{jj})] \ge 0$.

Величина (1.5.20) может интерпретироваться как мера "системности" набора АЭ: с одной стороны это – доход центра, а с другой – интегральная характеристика рассогласованности предпочтений элементов.

Рассмотрим пример линейной активной системы, модель которой уже стала хрестоматийной в теории активных систем (введенная в [33] для иллюстрации непротивоположности интересов игроков, в [22] эта модель демонстрировала возможность несовпадения РДС и Парето оптимальных стратегий; в [78] – возможность достижения Парето оптимальной точки как РН при повторении одношаговой игры и использования стратегий наказания игроков за индивидуальные отклонения от коллективно рациональной стратегии).

<u>Пример 1.5.1.</u> Рассмотрим следующую линейную АС:

(1.5.21) $h_i(y) = y_i + \sum_{j \neq i} (1 - y_j)$, $A_i = [0;1]$, N ³ 3.

Очевидно, $y_i^d = 1$, $y_i^P = 0$. При этом $h_i(y^d) = 1$, $h_i(y^P) = N - 1$, то есть " i Î I $h_i(y^P) > h_i(y^d)$. Вычисляем $H_0(y) = N\,(N - 1) + (2 - N) \sum_{i=1}^{N} y_i$. Воспользовавшись (1.5.19), получаем, что

$$f_i(y) = \sum_{j \neq i} (1 - y_j) - I(y_i \text{ ¹ } y_i^P),$$

то есть $E_d(f)$ Í $E_P(h)$. Выигрыш центра в рамках ГБ – $H_0 = N\,(N - 1)$. •

В рассмотренном примере противоречие между индивидуальными и коллективными интересами было явным (что объясняет такое большое значение H_0) и привлечение внешних средств не имело смысла. Приведем пример, в котором рассогласование интересов не столь значительно.

<u>Пример 1.5.2.</u> Пусть в линейной АС имеются два АЭ, целевые функции которых равны: $h_1(y) = a\, y_1 - b\, y_2$; $h_2(y) = -g\, y_1 + d\, y_2$; a, b, g, d ³ 0; $a < g$, $d > b$, то есть вклад первого АЭ в свою целевую функцию меньше, чем в целевую функцию второго АЭ, а у второго АЭ – наоборот.

Вычисляем: $y^d = (1; 1)$, $y^P = (0; 1)$; $D_1(y^d, y^P) = -a$, $D_2(y^d, y^P) = g$; $H(y) = (a - g)\, y_1 + (d - b)\, y_2$, $H(y^P) - H(y^d) = g - a > 0$ – эффект организации.

Используя систему стимулирования $s_1(y) = -a\, I(y_1 = 0)$, центр добивается того, что Парето оптимальная стратегия каждого АЭ становится доминантной. При этом $f_1(y^P) = f_1(y^d)$, $f_2(y^P) = f_2(y^d)$. Доход центра в равновесии $H_0 = g - a > 0$.

Пусть $y^e \in [0; 1]^2$ – желательное с точки зрения внешней среды или центра состояние АС. Например, положим $y^e = (1; 0)$. Тогда $h_1(y^e) = a$, $h_2(y^e) = -d$; $\Delta(y^d,y^e) = d - b > 0$, то есть, используя систему стимулирования $\{\sigma_1(y^d, y^e); \sigma_2(y^d, y^e)\}$, центр побуждает АЭ выбирать состояние y^e. •

Закончив рассмотрение примеров, отметим, что в рамках предложенного подхода центр может рассматриваться как еще один активный элемент, являющийся метаигроком – обладающим правом устанавливать правила игры (в том числе – налагать несбалансированные штрафы на остальных игроков и т.д., см. также [114,138]), целевая функция которого есть сумма целевых функций АЭ. Такая интерпретация управляющего органа согласована с пониманием коллективной рациональности (объединяющей элементы в организационную систему) как эффективности по Парето.

В заключение настоящего раздела рассмотрим класс механизмов коллективного стимулирования.

В механизмах коллективного стимулирования вознаграждение каждого АЭ зависит не только от его собственных действий, но и от некоторой общей для всех АЭ функции – "агрегата" действий других АЭ, другими словами – от результата деятельности всего коллектива. С точки зрения терминологии такого рода активные системы можно с полным правом назвать активными системами с сильно связанными (взаимодействующими) активными элементами [19,24,81]. Как показывает анализ немногочисленных работ, посвященных исследованию многоэлементных задач стимулирования, на сегодняшний день отсутствуют общие аналитические методы их решения, а предложенные численные методы и алгоритмы обладают колоссальной вычислительной сложностью и не дают возможности исследовать зависимость решения и его свойств от параметров модели (см., например, обзоры [19,78]).

Рассмотрим следующую модель коллективного стимулирования. Пусть результат деятельности коллектива из N активных элементов является функцией их действий:

(1.5.22) $z = Z(y_1, y_2, ..., y_N) \in A_0$,

то есть $Z: A' \to A_0$, где $y \in A' = \prod_{i=1}^{N} A_i$, $y = (y_1, y_2, ..., y_N)$. Предположим, что стимулирование i-го АЭ есть $\sigma_i: A_0 \to \Re^1$, $i \in I$. Если σ_i одинаковы для всех АЭ, то получаем унифицированную систему (см. раздел 1.7) коллективного стимулирования ("уравниловка"), при которой вознаграждения всех АЭ одинаковы и не зависят явно от их индивидуальных вкладов в результат деятельности коллектива.

В случае, когда индивидуальные действия АЭ наблюдаемы (становятся известными центру), возможно использование индивидуальных систем стимулирования. Далее мы будем предполагать, что действия АЭ не наблюдаются центром, которому известен лишь общий результат.

Если отображение $Z(\cdot)$ взаимно однозначно, то задача стимулирования в многоэлементной системе "распадается" на набор независимых одноэлементных задач, методы решения для которых хорошо известны. Однако, в общем случае, однозначное восстановление индивидуальных действий, только лишь по наблюдаемому результату деятельности коллектива, невозможно. Целевая функция i-го АЭ имеет вид:

(1.5.23) $f_i(y) = s_i(Z(y)) - c_i(y_i)$.

Обозначим $E_N(s) \in A$ – множество равновесий Нэша (множество решений игры, множество реализуемых действий), зависящее от системы стимулирования. В общем случае $E_N(s)$ может содержать более одной точки, более того – одни равновесия Нэша могут Парето доминировать другие (см. обсуждение выше, а также пример ниже). Поэтому при определении эффективности стимулирования адекватно использование максимального гарантированного результата:

(1.5.24) $K(s) = \min\limits_{y \in E_N(s)} F(y)$.

Задача стимулирования заключается в выборе $s^* \in \operatorname{Arg} \max\limits_{s \in M} K(s)$.

Как отмечалось выше, одним из путей "сокращения" множества решений игры является допущение о возможности осуществления побочных платежей между АЭ, что может позволить исключить некоторые неэффективные по Парето равновесия (см. также пример ниже).

Вторым возможным путем является реализуемый ниже подход, когда центр выбором специального механизма побуждает АЭ выбрать конкретное, наиболее выгодное для центра, равновесие.

Определим

(1.5.25) $\tilde{Z}(z) = \{y \in A' \mid Z(y) = z\}$,

(1.5.26) $J(x) = \min\limits_{y \in \tilde{Z}(x)} \sum\limits_{i=1}^{N} c_i(y_i)$,

(1.5.27) $\hat{y}(x) = \arg \min\limits_{y \in \tilde{Z}(x)} \sum\limits_{i=1}^{N} c_i(y_i)$,

$$(1.5.28)\quad s_i(x,z) = \begin{cases} c_i(\hat{y}_i(x)), & z \geq x \\ 0, & z < x \end{cases}.$$

Содержательно, $\tilde{Z}(z)$ – множество тех комбинаций действий АЭ, которые приводят к результату деятельности z, $J(x)$ – минимальные затраты центра на стимулирование по реализации результата x, $\hat{y}(x)$ – конкретная комбинация действий АЭ, приводящая к результату x и минимизирующая затраты на стимулирование, $s_i(x,z)$ – система индивидуального стимулирования QK-типа, реализующая вектор действий $\hat{y}(x)$.

При отсутствии ограничений задача стимулирования сводится к задаче поиска допустимого результата деятельности, максимизирующего разность между доходом центра и затратами на стимулирование (1.5.26). Решение этой задачи подставляется в (1.5.28), что дает оптимальную систему стимулирования. Если присутствуют дополнительные ограничения на систему стимулирования, то они должны учитываться по аналогии с тем, как это делалось ранее.

Если задача центра заключается в назначении унифицированной системы коллективного стимулирования, то последняя может быть найдена объединением предложенного метода и алгоритма, приведенного в разделе 1.7. Эффективность унифицированной системы стимулирования при этом оказывается не выше, чем индивидуальной.

Рассмотрим пример, иллюстрирующий описанные эффекты и применение предложенного метода решения.

<u>Пример 1.5.3.</u> Пусть $N = 2$, $H(x) = ax$, $c_i(y_i) = b_i y_i^2$, $z = y_1 + y_2$. Целевая функция i-го АЭ: $f_i(y_1, y_2) = s(y_1 + y_2) - c_i(y_i)$. Решение задачи

$$c_1(y_1) + c_2(y_2) \to \min_{y_1 + y_2 = x}$$

имеет вид: $\hat{y}_1(x) = \frac{b_2}{b_1 + b_2}\, x$, $\hat{y}_2(x) = \frac{b_1}{b_1 + b_2}\, x$. Минимальные затраты на стимулирование по реализации результата $x \geq 0$ равны $J(x) = \frac{b_1 b_2}{b_1 + b_2}\, x^2$.

Вычисляя $\max\limits_{x \geq 0} \{H(x) - J(x)\}$, получаем, что оптимален план: $x^* = a \dfrac{(b_1 + b_2)}{2 b_1 b_2}$, что обеспечивает эффективность управления $K^* = a^2 \dfrac{(b_1 + b_2)}{4 b_1 b_2}$.

Определим теперь множество $E_N(s)$ равновесий Нэша. Для этого введем в рассмотрение следующие множества: $Y_i(s_i(x)) = \{y$ Î A | $c_i(y)$ £ $s_i(x)\}$, $i = 1, 2$.

Пусть " y Î $Y_i(s_i(x))$, x ³ y, $i = 1,2$. Тогда

$E_N(s(x)) = (Y_1(s_1(x))$ Ç $Y_2(s_2(x))$ Ç $\tilde{Z}(x))$ È $\{(0, 0)\}$.

Таким образом, в рассматриваемом примере имеется множество (континуум!) равновесий Нэша – отрезок $(Y_1(s_1(x))$ Ç $Y_2(s_2(x))$ Ç $\tilde{Z}(x))$ и точка (0,0), причем внутренние точки этого отрезка являются точками, эффективными по Парето, и доминируют по Парето точку (0,0).

При использовании центром системы стимулирования (1.5.28) с вычисленным ранее значением x^* множество равновесий Нэша "схлопывается" в одну точку с координатами $(\hat{y}_1(x^*), \hat{y}_2(x^*))$.

Содержательно, вычисляя $\hat{y}$ в соответствии с (1.5.27) и используя систему стимулирования (1.5.28), центр побуждает АЭ выбрать наиболее выгодное для него равновесие $\hat{y}$ Î E_N. При этом не исключено, что могут существовать лучшие для АЭ (в смысле Парето) равновесия, попасть в которые они не могут в силу предположения о бескоалиционности игры. Более того, введение предположения о трансферабельности полезности АЭ (возможности взаимовыгодного перераспределения полезностей между активными элементами) приводит к неустойчивости точки $\hat{y}$ в следующем смысле. Пусть t_{12} – выплаты первого АЭ второму, t_{21} – второго – первому, $t_{12}+t_{21} = 0$. Взаимовыгодность выплат при "переходе" из точки $\hat{y}$ в некоторую точку y' подразумевает одновременное выполнение следующих условий:

t_{12} £ $c_1(y_1') - c_1(\hat{y}_1)$, t_{21} £ $c_2(y_2') - c_2(\hat{y}_2)$.

После несложных преобразований получаем, что

$$c_1(\hat{y}_1) + c_2(\hat{y}_2) \leq c_1(y_1') + c_2(y_2').$$

Из определения точки $\hat{y}$ следует, что последнее неравенство имеет место для любых $y' \in \tilde{Z}(x)$.•

Таким образом, оптимальное в рамках концепции равновесия Нэша, решение оказывается неустойчивым, если появляется возможность проявления коалиционных эффектов.

Выше в настоящем разделе исследовалась задача коллективного стимулирования в двухуровневой активной системе, то есть изучалась целесообразность выделения из множества АЭ управляющего органа. Аналогично может моделироваться выделение дополнительных (более высоких) уровней иерархии в любой многоуровневой АС. Использование систем коллективного стимулирования в многоуровневых АС привлекательно в первую очередь потому, что оно снижает информационную нагрузку на более высокие уровни иерархии – агрегат (1.5.22) может рассматриваться как результат деятельности подсистемы в целом. Поэтому индивидуальное поощрение АЭ за результаты деятельности коллектива является одним из проявлений организационного эффекта.

Следует отметить, что рассматривалась целесообразность выделения именно одного центра. Если взаимодействие АЭ нижнего уровня структурировано (например, матрица в (1.5.14) имеет блочную структуру, или множество АЭ может быть разбито на коалиции и т.д.), то, быть может, следует вводить одновременно несколько промежуточных центров – во всех подобных случаях необходимо детальное исследование структуры множеств равновесий (Нэша, Парето и т.д.).

Итак, проведенные рассуждения дают частичный ответ на вопрос об условиях целесообразности выделения из множества АЭ одного уровня метаигрока, то есть введения дополнительного уровня иерархии. Вопрос об эффективности введения более высоких уровней над центрами (центрами промежуточного уровня в используемой терминологии) может решаться аналогичным образом.

1.6. СТИМУЛИРОВАНИЕ И ОГРАНИЧЕНИЯ НА ОБЪЕМ ПЕРЕРАБАТЫВАЕМОЙ ИНФОРМАЦИИ

Одним из общепризнанных объяснений факта существования иерархий является ограниченная способность элементов организационных систем (в первую очередь – человека) по получению и переработке информации. Обусловленный этим ограничением фактор во введении к настоящей работе было предложено называть информационным фактором. В настоящем разделе рассматривается информационный фактор в задачах стимулирования, причем внимание на других факторах – экономическом, агрегирования и т.д. – не акцентируется.

Любой участник активной системы находится в информационном взаимодействии (получает, перерабатывает и передает информацию) как со всеми остальными участниками АС, так и с окружающей средой. Понятно, что, если часть ресурсов (временн*ы*х, финансовых и др.) расходуется на переработку информации, то на остальные виды деятельности остается меньшая часть этих ресурсов. Очевидно также, что количество перерабатываемой информации растет с ростом числа участников системы. С другой стороны, введение специализированных органов (например, дополнительных центров), отвечающих за переработку информации, и приводящее к снижению нагрузки на других участников, требует определенных затрат. Возможности этих специализированных органов по переработке информации, в свою очередь, также ограничены. Следовательно, возникает оптимизационная задача – каков должен быть "размер" организации, то есть число ее участников и структура их информационного взаимодействия.

Одним из простейших способов формализации описанной выше качественно задачи является введение в целевую функцию АЭ или АС в целом (центра) показателя, который бы обеспечивал убывание целевой функции с ростом числа участников АС, с которыми ему приходится обмениваться информацией (получать заявки, информацию о состоянии, передавать управляющие воздействия и т.д.). Тогда, наряду с задачей собственно управления (синтеза механизма управления фиксированной АС), можно было бы решать задачи разбиения АЭ по подсистемам, задачи определения числа уровней иерархии, числа промежуточных центров и др., благо, что соответствующий математический аппарат уже достаточно развит в исследовании операций (задачи математического программирования, задачи о назначении и т.д.).

Проблема заключается в том, что для введения в целевые функции конкретных "информационных" показателей необходимо иметь модели, которые достаточно адекватно описывали бы процессы переработки информации участниками организационной системы. Таких универсальных показателей и моделей на сегодняшний день, к сожалению, нет. Более того, проблемы описания информационного взаимодействия возникают не только в теоретико-игровых моделях функционирования иерархических систем, но и в гораздо более широком круге явлений и процессов – в человеко-машинных системах, системах связи [14,106], в процессах научения и адаптации в биологических, кибернетических и социально-экономических системах [69,76,105]. Отчасти существующее положение дел может быть оправдано чрезвычайной сложностью моделируемого объекта.

Пожалуй, одними из немногих общепризнанных и широко используемых закономерностей являются: постулат, принимаемый всюду – от теории связи до биокибернетики, об ограниченности пропускной способности каналов передачи информации в живых и неживых системах [8,54,61,69,104,105,123] и закон Хика [113] (отражающий пропорциональность в определенном диапазоне между количеством информации, содержащейся в некотором сигнале, обрабатываемой человеком, и неопределенностью этого сигнала). Но даже эти две закономерности отражают скорее качественные, а не количественные стороны процессов, соответственно, переработки и передачи информации.

Следует отметить, что при анализе информационного фактора иногда оказывается целесообразным разделение информации, получаемой и перерабатываемой управляющим органом, на несколько типов. В первом приближении очень условно можно классифицировать информацию по возможности автоматизации ее обработки. Поясним последнее утверждение. Если часть функций принятия решений управляющим органом может быть передана, например, компьютерным системам поддержки принятия решений [92,93], обрабатывающим значительную "количественную" составляющую информационного потока, то это позволяет уменьшить его информационную нагрузку. В этом случае иногда может оказаться возможным, например, часть центров промежуточного уровня заменить их "эмуляторами" и рассматривать метасистему как одного участника АС – "штаб" центра, который моделирует внутри себя функционирование двух верхних уровней иерархии. Однако возможности автоматизации механизма принятия решений ограничены – всегда существует некоторая часть трудно формализуемых, качественных показателей и параметров (например, психологические, социальные и др. аспекты взаимодействия подчиненных). Зачастую, именно возможности центра по обработке качественной, "человеческой" составляющей информации являются ключевыми. Поэтому при анализе влияния информационного фактора необходимо учитывать как качественную неоднородность информации, так и возможность автоматизации ее обработки.

Итак, можно констатировать, с одной стороны, востребованность общих количественных результатов, отражающих ограничения на объем перерабатываемой информации в сложных системах, а с другой – вынужденную необходимость использования в конкретных моделях частных, иногда даже спорных, гипотез и зависимостей (см. обсуждение в [76]). Поэтому ниже в настоящем разделе рассматриваются несколько

Поэтому ниже в настоящем разделе рассматриваются несколько достаточно частных моделей, отражающих информационные ограничения в иерархических АС и выполняющих функцию иллюстративных примеров.

Рассмотрим набор из N активных элементов. Предположим, что каждый из АЭ для принятия решения (например, вычисления равновесной точки – см. раздел 1.5) должен получить некоторую информацию обо всех своих партнерах. Количество информации растет с ростом числа АЭ. Если возможности каждого АЭ по переработке информации ограничены – бо́льшая информация требует большего времени для переработки, а эффективность решения зависит от времени его принятия, то возникает задача определения оптимального числа АЭ в системе.

<u>Пример 1.6.1.</u> Пусть в АС, состоящей из N однородных АЭ множество допустимых действий $АЭ_{ij}$: $A_{ij} = [A^-; A^+]$. Обозначим $D = A^+ - A^-$, тогда информация, требующаяся для идентификации допустимых действий, составляет [14,106] [25]: $H = ln\, D$.

Учет фактора времени произведем следующим образом: зависимость текущей эффективности некоторого решения (управляющего воздействия или выбора конкретной стратегии) дисконтируется с множителем d: $F(t) = F_0\, e^{-dt}$, где F_0 – эффективность немедленной реализации решения.

Если $H_0 = g\, H$, g Î $[0;1]$ – верхнее ограничение количества информации, перерабатываемой одним АЭ в единицу времени, то время, затрачиваемое одним АЭ на переработку информации о своих партнерах, составит: $t(N) = H/H_0 = N/g$. Пусть эффективность деятельности АС имеет постоянный доход на масштаб [22,73,118], то есть $F_0(N) = a\, N$. Тогда зависимость текущей эффективности от числа АЭ имеет вид:

$$F(N) = a\, N\, exp\, (-dN / g).$$

Максимум эффективности (оптимальный "размер" организации) достигается при $N = N_{max} = d / g$.

Качественный анализ выражения для N_{max} позволяет придти к следующим вполне соответствующим практическому опыту выводам: оптимальное количество АЭ не зависит от коэффициента пропорциональности a; с ростом коэффициента d, отражающего степень учета будущего, оптимальный размер АС уменьшается (то есть в быстро меняющихся внешних условиях организации меньшего размера более эффективны – существенным становится эффект инерционности принятия решений,

[25] *Можно надеяться, что использование неудачной, но исторически сложившейся, системы обозначений, в которой доход центра и энтропия обозначаются одним символом не приведет к путанице. Кроме того, отметим, что энтропия определена выше с точностью до мультипликативной константы* [14,95].

зависящий от размера организации); с ростом возможностей элементов АС по обработке информации оптимальный размер организации увеличивается. •

Интересно отметить, что в примере 1.6.1 рассматривалось взаимодействие АЭ, находящихся на одном – низшем – уровне иерархии, причем, если применить аналогичные рассуждения к промежуточным уровням иерархии – например – к некоторому промежуточному центру, то получится следующий качественный вывод: чем выше уровень иерархии, тем меньшее количество управляемых объектов должно находиться в подчинении управляющего органа, расположенного на этом уровне. Последнее утверждение следует из того, что центрам промежуточного уровня, помимо информации о подчиненных АЭ, необходимо обрабатывать информацию от участников того же уровня. Поэтому можно предполагать, что с точки зрения информационных ограничений при однородных участниках (обладающих одинаковыми способностями к переработке информации и принятию решений) на каждом уровне иерархии должно находиться не больше промежуточных центров, чем на более низком уровне.

В случае идеального агрегирования информации последнее утверждение может выполняться как тождество (число элементов в каждой из подсистем на каждом уровне иерархии может быть одинаковым), и может нарушаться, если на более высоких уровнях иерархии находятся элементы, обладающие более высокими способностями к переработке информации, чем элементы нижнего уровня (что, к счастью, иногда имеет место на практике).

Следует признать, что в реальных организационных системах нередко имеет место обратное соотношение – чем выше уровень иерархии, тем больше число подчиненных у соответствующего управляющего органа. Отчасти это расхождение может быть объяснено путем разделения управляемых субъектов на непосредственно подчиненных данному органу управления и вспомогательных, обеспечивающих деятельность соответствующих подсистем.

Аналогом рассмотренной в примере 1.6.1 модели является модель, в которой каждый АЭ должен потратить определенное время на коммуникацию с каждым из партнеров в условиях ограниченности общего времени их совместного функционирования.

Пример 1.6.2. Предположим, что АС состоит из N АЭ, каждый из которых способен произвести в единицу времени b единиц продукции. На коммуникацию с партнерами АЭ затрачивает время $t(N) = d\,(N - 1)$. За период времени T собственно на производство может быть затрачено время: $(T - t(N))$. Если целевой функцией коллектива АЭ является максимизация количества произведенной продукции, то оптимальный "размер" АС определится из условия максимизации $N\,b\,(T - d\,(N - 1))$, то есть: $N_{max} = 1/2\ (T/d\ + 1)$.

Анализ выражения для N_{max} позволяет сделать выводы, что при постоянном времени попарного взаимодействия АЭ с ростом периода T оптимальный размер организации растет, а при постоянном периоде с ростом времени взаимодействия АЭ – уменьшается. •

До сих пор мы рассматривали АС, состоящую из набора равноправных АЭ. Предположим, что имеется двухуровневая многоэлементная АС. Информационная нагрузка на центр зависит от числа управляемых АЭ и структуры их взаимодействия. Существует множество оценок нормы управляемости, степени координируемости и т.д. (см., например, [36,44,82,97,98,100 и др.]). В ряде случаев (см. пример 1.6.3) с экономической точки зрения центр заинтересован в увеличении числа подчиненных АЭ, но существуют и информационные ограничения, следовательно, опять возникает задача определения оптимального размера АС.

Следует отметить, что практическое использование моделей, в которых решаются задачи синтеза структуры, должно производиться чрезвычайно осторожно, так как <u>оптимальные решения, как правило, не устойчивы по параметрам модели</u>. Сильная чувствительность решения по исходным данным (которые основываются, как отмечалось выше, в большинстве своем на гипотетических построениях, субъективных оценках экспертов и т.д. [91]), требуют тщательной идентификации каждой модели до ее практического использования, иначе ее прогностическая способность может быть обоснованно поставлена под сомнение (см. обсуждение в [80] и пример 1.6.3).

<u>Пример 1.6.3.</u> Предположим, что задача стимулирования заключается в распределении между N однородными АЭ фонда заработной платы R. Если функция затрат каждого АЭ есть $c(y) = y^2 / 2\,b$, а доход центра пропорционален сумме действий АЭ, то при постоянном фонде заработной платы зависимость эффективности стимулирования от числа АЭ имеет вид: $F^*(N) = \sqrt{2bRN} - R$.

Содержательно, так как выполнено А.3'' ($c'(0) = 0$), то центру выгодно задействовать как можно большее число АЭ, стимулируя их за выполнение сколь угодно малых планов потому, что в окрестности действия, минимизирующего затраты ($y = 0$), предельные затраты каждого АЭ минимальны. Следовательно, при фиксированном фонде заработной платы (максимум $F^*(N)$ по R достигается при ФЗП, пропорциональном числу АЭ в АС: $R^* = b \;\; N/2$) центр заинтересован в неограниченном увеличении числа АЭ, что и имело место в бывшем СССР (напомним, что мы не обязаны гарантировать АЭ даже сколь угодно малую положительную полезность).

Ситуация меняется, если управляющие возможности (возможности по переработке информации) центра ограничены. В большинстве работ (см., например, [82,97]) используется следующая оценка числа связей между подчиненными АЭ, контролируемыми центром: ≈ 2^N. Содержательно, эта оценка соответствует числу возможных коалиций, и, следовательно, связей между N АЭ (существенной в данном случае является не точная оценка а "этажный" характер зависимости сложности от числа АЭ).

Учтем информационные ограничения, умножив $F^*(N)$ на показатель 2^{-xN}, где x ³ 0, то есть: $F(N) = (\sqrt{2bRN} - R)\, 2^{-xN}$.

Максимум выражения $F(N)$ по N достигается при $N = N_{max}$, где

$$N_{max} = \frac{R}{8b}\left(1+\sqrt{1+\frac{2b}{xR\ln 2}}\right)^2.$$

Полученное для оптимального числа АЭ выражение непрерывно по информационному параметру x. Однако, следует помнить, что мы воспользовались оценкой $F^*(N)$, полученной в предположении неограниченных возможностей центра. Поэтому на самом деле сколь угодно малая неточность определения x может привести к снижению эффективности на конечную величину. •

В рассмотренном примере зависимость эффективности решений центра от числа АЭ была выбрана достаточно произвольной. В следующем примере ограниченность информационных возможностей центра "выводится" из теоретико-информационных рассуждений.

Пример 1.6.4. Предположим, что в двухуровневой многоэлементной активной системе за рассматриваемый период времени центр может переработать H_0 единиц информации. Пусть d_i – точность измерения (абсолютная погрешность) состояния i-го АЭ. Тогда функция стимулирования должна иметь "зону нечувствительности", то есть АЭ не должен наказываться за неидентифицируемые центром отклонения его состояния – компоненты вектора y от плана – компоненты вектора x:

$$s_i(x_i,y_i) = \begin{cases} c_i(x_i), & y_i \in [x_i - d_i; x_i + d_i] \\ 0, & y_i \notin [x_i - d_i; x_i + d_i] \end{cases}.$$

Если функция дохода центра $H(y) = \sum_i a\, y_i$, функция затрат АЭ$_i$ – $c_i(y_i) = y_i^2/2b_i$, то гарантированная эффективность системы стимулирования, реализующей план x при наблюдении состояний АЭ с погрешностью, равна:

$$K^g(x, d) = a \sum_i (x_i - d_i) - \sum_i c_i(x_i) = \sum_i (a\, x_i - x_i^2/2b_i) - a \sum_i d_i,$$

Обозначим $d = (d_1, d_2, ..., d_N)$. Если $A_i = [A^-_i; A^+_i]$, $D_i = A^+_i - A^-_i$, тогда количество информации, получаемое при измерении состояния АЭ равно [14]: $DI_i(d_i) = ln\ D_i - ln\ d_i$. Ограниченность возможностей центра по переработке информации накладывает на совокупность ошибок измерений следующее условие: $\sum_i DI_i(d_i)$ £ H_0.

При заданном фонде суммарного стимулирования (фонде заработной платы) R задача стимулирования в рассматриваемой АС со слабо связанными АЭ имеет следующий вид:

$$\begin{cases} K^g(x,d) \to \max\limits_{x,d} \\ \sum\limits_i c_i(x_i) \le R \\ \sum\limits_i \Delta I_i(d_i) \le H_0 \end{cases}.$$

При выбранном виде целевых функций задача стимулирования распадается на две несвязанные задачи – определения оптимального плана и определения оптимальной точности измерений состояний АЭ.

Решение первой задачи: $x_i = b_i \sqrt{2R/B}$, где $B = \sum_i b_i$. Решение второй задачи: $d_i = exp\ (\tilde{H}_0 / N)$, где $\tilde{H}_0 = \sum_i ln\ D_i - H_0$.

Содержательно оптимальные планы совпали с планами, оптимальными в задаче стимулирования с точными измерениями состояний АЭ (см. раздел 1.3 и другие примеры), а оптимальная точность измерений оказалась одинаковой для всех АЭ, что обусловлено одинаковым вкладом всех АЭ в целевую функцию центра.

Если все АЭ одинаковы, то максимальная гарантированная эффективность стимулирования равна:

$$K_{\max}^{g}(N) = a\sqrt{2RbN} - R - a\,N\,D\,exp\,(-H_0 / N),$$

Функция $K_{\max}^{g}(N)$ вогнута по N, следовательно, существует оптимальный при заданных ограничениях "размер" активной системы. •

Рассмотренные в настоящем разделе частные модели ни в коем случае не следует рассматривать как некий полный комплекс моделей стимулирования, отражающих информационные эффекты в иерархических многоуровневых АС. Нашей целью, скорее, было, с одной стороны, максимально убедительно продемонстрировать наличие информационного фактора, а с другой – призвать специалистов по управлению социально-экономическими системами, психологии, теории информации и др. к дальнейшему теоретическому и практическому исследованию этого богатейшего класса задач.

1.7. УНИФИЦИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ СТИМУЛИРОВАНИЯ

Рассматриваемые в предыдущих разделах задачи стимулирования заключались в определении зависимости поощрения или наказания каждого конкретного активного элемента от результатов его деятельности. Такие системы стимулирования в [22] было предложено называть индивидуальным стимулированием. В отличие от индивидуального стимулирования, центр может использовать одну и ту же для всех АЭ зависимость поощрения от результатов деятельности (выбираемые различными АЭ действия при этом, естественно, могут быть различными). Если зависимость выплат от действий и/или результатов деятельности одинакова для всех АЭ (или их части), то такую систему стимулирования назовем унифицированной.

Как отмечалось во введении, привлекательность унификации управления заключается в снижении информационной нагрузки на управляющие органы (позитивное влияние информационного фактора). В то же время, использование "уравниловки" может привести к снижению эффективности управления. Поэтому исследуем более подробно преимущества и недостатки унифицированных систем стимулирования.

Рассмотрим задачу синтеза унифицированной системы стимулирования в двухуровневой АС. Целевая функция центра имеет вид: $F(y) = H(y) - \sum_{i=1}^{n} s\,(y_i)$, а целевая функция i-го АЭ:

(1.7.1) $f_i(y_i) = s(y_i) - c_i(y_i)$.

Пусть требуется использовать унифицированную систему стимулирования из заданного класса, например – скачкообразную систему стимулирования (С-типа и один план для всех АЭ [81]), пропорциональную систему стимулирования (L-типа с единой ставкой оплаты [81]) и т.д.

Рассмотрим задачу синтеза унифицированной системы стимулирования первого рода, в которой центр назначает общий для всех АЭ план и использует унифицированную систему стимулирования С-типа.

Если целевая функция центра монотонна по действиям всех активных элементов и нет ограничений на стимулирование то, очевидно, следует назначать максимальный допустимый план. Отметим следующий качественный эффект. Использование унифицированной системы стимулирования фактически сводит непрерывную задачу к дискретной – характерными точками являются правые границы множеств реализуемых действий АЭ – назначать планы, отличные от одной из этих точек, не имеет смысла и, более того, не эффективно [22,24,81].

Поясним последнее утверждение. Если при индивидуальном стимулировании в АС со слабо связанными элементами увеличение ограничения на суммарное стимулирование, условно говоря – на фонд заработной платы (ФЗП), приводит к (непрерывному) изменению эффективности стимулирования, то в АС с унифицированными системами стимулирования дело обстоит иначе. В силу отмеченной выше "дискретности" соответствующей задачи стимулирования, увеличение (в определенных пределах) ФЗП может не изменять оптимального плана и, следовательно, снижать эффективность управления. Другими словами, существует минимальная величина (пороговое значение) увеличения суммарного ФЗП, на которое система реагирует (см. алгоритм (1.7.5)-(1.7.7), а также подробное описание модели в [26]). Аналогичный эффект имеет место и в задаче второго рода, к описанию которой мы переходим. Сначала, в качестве иллюстрации, рассмотрим следующий пример.

<u>Пример 1.7.1.</u> Пусть ставка оплаты g ³ 0 одинакова для всех активных элементов, то есть $s_i(y_i) = g\, y_i$. Если функция затрат i-го АЭ: $c_i(y_i) = b_i\, y_i^2$, b_i ³ 0, то максимум его целевой функции достигается в точке

$y_i^* = \frac{g}{2b_i}$. Если целевая функция центра равна $H(y) = \sum_{i=1}^{n} a_i y_i$, $a_i \geq 0$, то зависимость его полезности от ставки оплаты имеет вид:

$$F(g) = g \sum_{i=1}^{N} \frac{a_i}{2\,b_i} - g^2 \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2\,b_i}.$$

Найдем оптимальную величину ставки заработной платы, максимизирующую вогнутую функцию $F(g)$: $g^* = \frac{1}{2} \frac{\sum_{i=1}^{N} \frac{a_i}{b_i}}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{b_i}}$. Максимальное значение целевой функции центра, которое мы обозначим K_1, равно

$$K_1 = \frac{1}{8} \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} \frac{a_i}{b_i} \right)^2}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{b_i}}.$$

Оценим теперь ту выгоду или те потери, которые центр несет из-за необходимости использования унифицированной системы стимулирования. Для этого вычислим значение целевой функции центра при использовании индивидуального пропорционального стимулирования (когда для каждого АЭ устанавливается индивидуальная ставка заработной платы g_i). В этом случае $F(g) = \sum_{i=1}^{N} \frac{a_i g_i - g_i^2}{2b_i}$, где $g = (g_1, g_2, ..., g_N)$. Максимум этой функции по $g \geq 0$ достигается при $g_i^* = a_i/2$, $i = \overline{1,N}$ и не зависит от b. Содержательно последнее условие вполне соответствует рассуждениям, приводимым в теории предельной полезности: должна быть выбрана такая точка, в которой приращение дохода центра от увеличения действия каждого активного элемента в точности равно приращению затрат на стимулирование [81,138]. При использовании оптимальных индивидуальных систем стимулирования L-типа максимальное значение целевой функции центра, которое мы обозначим K_2, равно $K_2 = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^{N} \frac{a_i^2}{b_i}$.

Величину $DK = K_2 – K_1$ можно условно назвать "ценой унификации". •

Перейдем теперь к исследованию общего случая задачи синтеза оптимальной унифицированной системы стимулирования из заданного класса.

Пусть выполнено предположение А2' и центр должен назначить унифицированную систему стимулирования QK-типа с одним "скачком":

(1.7.2) $s(x,y_i) = \begin{cases} u, y_i = x \\ 0, y_i \neq x \end{cases},$

где u – некоторая неотрицательная величина, x – общий для всех АЭ план.

Обозначим $P(x, u)$ – множество тех АЭ, у которых затраты в точке x не превышают u, то есть

(1.7.3) $P(x,u) = \{i$ Î $I \mid c_i(x)$ £ $u\}$.

Тогда действия $\{y_i^*\}$, реализуемые системой стимулирования (1.7.2), удовлетворяют:

(1.7.4) $y_i^*(x,u) = \begin{cases} x, \quad i \in P(x,u) \\ y_i^{\min}, i \notin P(x,u) \end{cases}.$

Суммарные затраты на стимулирование при использовании центром системы стимулирования (1.7.2), в силу (1.7.4), равны $Q(x,u) = u\ |P(x,u)|$, где $|P|$ – число элементов множества P. Очевидно, $|P(x,u)|$ не убывает по u и не возрастает по x. Более того, зависимость $y_i^*(x,u)$ не является непрерывной. Поэтому для каждого x Î A существует конечное число минимальных затрат на стимулирование, при которых изменяется число АЭ, выполняющих план x: $\{c_1(x), c_2(x), ..., c_N(x)\}$.

В общем случае задача стимулирования является достаточно сложной с вычислительной точки зрения, но вполне решаемой численно, оптимизационной задачей поиска пары (x,u), удовлетворяющей заданным ограничениям. Простое аналитическое ее решение можно найти для ряда рассматриваемых ниже частных случаев.

Предположим, что целевая функция центра аддитивна по АЭ, то есть $H(y) = \sum_{i=1}^{N} H_i(y_i)$, а активные элементы, независимо от их действий, могут быть упорядочены по затратам, то есть " y Î A $c_1(y)$ £ $c_2(y)$ £ ... £ $c_N(y)$. Алгоритм решения данной задачи, по аналогии с двушаговым методом решения одноэлементной базовой задачи стимулирования второго рода [19,81] состоит из трех этапов.

На первом этапе для каждого $k = \overline{0, N}$ определяются (условимся, что, если верхний индекс суммирования меньше нижнего, то вся сумма равна нулю) следующие зависимости:

(1.7.5) $F_k(x) = \sum_{i=1}^{k} H_i(x) + \sum_{i=k+1}^{N} H_i(y_i^{\min}) - k\, c_k(x)$.

Содержательно, k – число АЭ, выполняющих план. В силу предположения упорядоченности АЭ по затратам, если k-му АЭ выполнять план выгодно, то это выгодно и всем АЭ, имеющим меньшие номера в упорядочении затрат. Таким образом, имеем $N+1$ возможную комбинацию (начиная с того, что ни один из АЭ не выполняет план, и заканчивая тем, что все они его выполняют). Качественно, введение предположения об упорядоченности АЭ по затратам уменьшает число возможных комбинаций – в общем случае при фиксированном плане число этих комбинаций порядка 2^N. Более того, если упорядочение АЭ по затратам зависит от их действий, то число возможных комбинаций еще более возрастет.

На втором этапе для каждого $k = \overline{0, N}$ определяется максимум (1.7.5) по множеству допустимых планов, то есть ищется какой план следует назначить, если известно, что выполнять его будут заданное число АЭ:

(1.7.6) $\Phi_k^* = \max_{x \in A} \Phi_k(x)$.

На третьем шаге определяется набор АЭ (их число в случае упорядоченности затрат), выполнение плана которыми доставляет максимум целевой функции центра:

(1.7.7) $k^* = \arg \max_{k=\overline{0,N}} \Phi_k^*$.

Эффективность стимулирования при этом равна $K_3 = \Phi_{k^*}^*$.

Таким образом, в результате применения описанного алгоритма определяется число АЭ, которые выгодно стимулировать в смысле побуждения к выполнению плана (это первые k^* АЭ в их упорядочении по затратам) и оптимальный план $x^* = \arg \max_{x \in A} \Phi_{k^*}(x)$. Отметим, что рассмотренный алгоритм соответствует отсутствию ограничений на унифицированную функцию стимулирования. Если присутствуют ограничения сверху на индивидуальные поощрения АЭ или на суммарный фонд стимулирования, то на втором и третьем этапах максимумы должны вычисляться по таким планам и комбинациям АЭ, которые удовлетворяют имеющимся ограничениям.

Сравнение эффективности данного унифицированного механизма с эффективностью соответствующего механизма индивидуального стимулирования позволяет придти к выводу, что "ценой унификации" является следующая разность:

$$(1.7.8)\ DK = \sum_{i=1}^{N} \max_{y_i \in A_i} \{H_i(y_i) - Q_i(y_i)\} -$$

$$- \max_{k=\overline{0,N}} \max_{x \in A} \{ \sum_{i=1}^{k} H_i(x) + \sum_{i=k+1}^{N} H_i(y_i^{\min}) - k\, c_k(x)\}.$$

Если присутствуют дополнительные ограничения на стимулирование, то максимумы в (1.7.8) должны вычисляться по соответствующим множествам. В качестве иллюстрации возможной неэффективности унифицированных систем стимулирования QK-типа в задачах второго рода рассмотрим следующий пример.

Пример 1.7.2. Пусть $c_i(y_i) = b_i\, y_i^2$, b_1 £ b_2 £ b_3, y_i ³ 0, $H_i(y_i) = a_i y_i$, i Î I, Тогда " x Î A:

$$F_0(x) = 0;\ F_1(x) = a_1 x - b_1 x^2;\ F_2(x) = (a_1 + a_2)x - 2b_2 x^2;$$

$$F_3(x) = (a_1 + a_2 + a_3)\, x - 3b_3 x^2;$$

$$x_1^* = a_1/2b_1;\ x_2^* = (a_1 + a_2)/4b_2;\ x_3^* = (a_1 + a_2 + a_3)/6b_3;$$

$$\Phi_1^* = a_1^2/4b_1;\ \Phi_2^* = (a_1 + a_2)^2/8b_2;\ \Phi_3^* = (a_1 + a_2 + a_3)^2\ /12b_3.$$

При использовании индивидуальной системы стимулирования $y_i^* = a_i/2b_i$, i Î I. Следовательно, эффективность индивидуального стимулирования равна: $K^* = \sum_{i=1}^{3} \frac{a_i^2}{4\, b_i}$.

Выбрав конкретные числовые значения $b_1 = 1$, $b_2 = 2$, $b_3 = 3$, $a_1 = a_2 = a_3 = 1$, получаем, что независимо от числа АЭ, выполняющих план, эффективность унифицированного стимулирования равна $K_3 = 1/4$. Эффективность же индивидуального стимулирования – $K^* = 11/24 > 1/4$. Относительные потери составляют $dK = \frac{K^* - K_3}{K^*} = 5/11$, то есть порядка *45%*. В рассматриваемом примере унификация "обходится" примерно в половину эффекта! •

Таким образом, в некоторых АС (см. задачи второго рода [81] с системами стимулирования L-типа и C-типа в примерах 1.7.1 и 1.7.2, соответственно) использование унифицированных систем стимулирования может приводить к снижению эффективности. В то же время, в некоторых АС, точнее – <u>в задачах стимулирования L-типа в АС со слабо связанными АЭ, имеющими функции затрат типа Кобба-Дугласа, оптимальными являются именно унифицированные системы стимулирования</u>. В качестве иллюстрации рассмотрим следующий пример, предложенный В.Н. Бурковым.

<u>Пример 1.7.3</u>. Пусть функции затрат АЭ имеют вид: $c_i(y_i,r_i) = \frac{1}{a}\ y_i^{a}\ r_i^{1-a}$, $i = \overline{1,N}$, a ³ 1, а центр может использовать только пропорциональные индивидуальные системы стимулирования: $s_i(y_i) = g_i\,y_i$. Таким образом, целевая функция АЭ имеет вид: $f_i(y_i) = g_i\ y_i - c_i(y_i)$. Вычислим действие, выбираемое АЭ при использовании центром некоторой фиксированной системы стимулирования:

(1.7.9) $y_i^*(g_i) = g_i^{1/(a-1)}\ r_i$,

и определим минимальные затраты на стимулирование, по реализации этого действия:

(1.7.10) $J_i(g_i) = \frac{1}{a}\ g_i^{a/(a-1)}\ r_i$.

Пусть центр заинтересован в выполнении активными элементами плана R по суммарному выпуску с минимальными затратами на стимулирование. Тогда его цель заключается в выборе ставок оплаты $\{g_i\}$ в результате решения следующей задачи:

(1.7.11) $$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N} J_i(g_i) \to \min\limits_{\{g_i\}} \\ \sum_{i=1}^{N} y_i^*(g_i) = R \end{cases}.$$

Решение задачи (1.7.11) имеет вид:

(1.7.12) $'' \ i = \overline{1,N} \quad g_i^* = \left(\frac{R}{W}\right)^{a-1}$,

где $W = \sum_{i=1}^{N} r_i$. Так как оптимальные ставки оплаты одинаковы для всех АЭ, то оптимальна именно унифицированная система стимулирования (отметим, что совпадение величин g_i^*, $i = \overline{1,N}$, обусловлено спецификой задачи – видом целевой функции, функций затрат АЭ и т.д.).

Двойственной к задаче (1.7.11) является задача максимизации суммарного выпуска при ограниченном фонде стимулирования:

$$(1.7.13)\quad \begin{cases} \sum_{i=1}^{N} y_i^*(g_i) \to \max\limits_{\{g_i\}} \\ \sum_{i=1}^{N} J_i(g_i) = R \end{cases}.$$

Решение задачи (1.7.13) имеет вид:

$$(1.7.14)\quad "\ i = \overline{1,N} \quad g_i^* = (a\,\frac{R}{W})^{a/(a-1)},$$

то есть в двойственной задаче (естественно) оптимальным решением также является использование унифицированных систем стимулирования. •

Более того, унифицированные пропорциональные системы стимулирования оптимальны (в классе пропорциональных систем стимулирования) в более широком классе АС. Более конкретно, пусть функции затрат АЭ имеют вид:

$$(1.7.15)\quad c_i(y_i, r_i) = r_i\, j\,(\frac{y_i}{r_i}),$$

где $j(\cdot)$ – гладкая монотонно возрастающая выпуклая функция (в примере 1.7.3 $j(t) = \frac{1}{a}\, t^a$). Тогда получаем, что реализуемое действие определяется следующим образом:

$$(1.7.16)\quad y_i^*(g_i) = r_i\, j\,'^{-1}(g_i),$$

где $j\,'^{-1}(\cdot)$ – функция, обратная производной функции $j(\cdot)$ (ср. с (1.7.9)). Минимальные затраты на стимулирование равны (ср. с (1.7.10)):

$$(1.7.17)\quad J_i(g_i) = j\,(\,j\,'^{-1}(g_i)\,).$$

Решение задачи типа (1.7.11) для рассматриваемого случая имеет вид (ср. с 1.7.14)):

$$(1.7.18)\quad "\ i = \overline{1,N} \quad g_i^* = j\,'\left(\frac{R}{W}\right).$$

Таким образом, унифицированные пропорциональные системы стимулирования оптимальны в активных системах со слабо связанными АЭ, функции затрат которых имеют вид (1.7.15).

Таким образом, во-первых, в многоуровневых активных системах использование унифицированных систем стимулирования (как и систем коллективного стимулирования – см. раздел 1.5) снижает информационную нагрузку на управляющие органы, то есть имеет место положительный информационный эффект (проявление информационного фактора). Во-вторых, иногда эти системы стимулирования оказываются оптимальными (см. пример 1.7.3). В-третьих, возможность использования общих для всех АЭ управляющих параметров оказывается важной в механизмах планирования (см. гипотезу слабого влияния и механизмы открытого управления в [17,22,24] и раздел 2.5 настоящей работы).

С другой стороны, как было показано выше, переход от индивидуального к унифицированному стимулированию может приводить к потере заинтересованности в результатах деятельности и, следовательно, к потере эффективности (условно эти потери можно отнести к фактору агрегирования). Поэтому "цена унификации" (1.7.8) может быть использована как оценка для сравнения преимуществ, обусловленных информационным фактором и потерь, вызванных наличием фактора агрегирования (см. более подробно обсуждение взаимосвязи факторов в главе 4).

1.8. СТИМУЛИРОВАНИЕ КАК ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДОХОДОВ

На практике широко распространено вознаграждение экономических агентов в зависимости от показателей финансовой деятельности организации, в которой они работают. Например, выплата бонусов, льготная продажа акций компании-работодателя, вознаграждения по итогам деятельности за отчетный период и т.д. В этом случае задача стимулирования может рассматриваться как задача перераспределения доходов, точнее – распределения дохода центра между ним и активными элементами. Качественно, использование таких систем поощрения позволяет координировать интересы организации в целом и ее членов. Подобные эффекты могут достигаться, когда целевая функция АС (центра, выражающего интересы системы в целом) монотонна по значениям целевых функций активных элементов (см., например, [26]), или когда целевая функция АЭ монотонно зависит от значения функции дохода центра. Рассмотрим последний случай более подробно, а именно предположим, что стимулирование в двухуровневой АС заключается в распределении между АЭ части дохода всей системы, то есть дохода центра от деятельности АЭ (более корректно, будем считать, что каждый АЭ получает в качестве вознаграждения часть своего "вклада" в доход центра).

Пусть в одноэлементной активной системе функция стимулирования представляет собой определенную долю дохода центра:

(1.8.1) $s(y) = x\,H(y)$,

где $x \in [0,1]$. Целевые функции центра и АЭ имеют соответственно вид:

(1.8.2) $F(y) = (1 - x)\,H(y)$

(1.8.3) $f(y) = x\,H(y) - c(y)$.

Систему стимулирования вида (1.8.1) назовем системой стимулирования D-типа.

Из литературы известны три потенциальных претендента на использование в задачах стимулирования второго рода: скачкообразные системы стимулирования (С-типа, точнее QK-типа), пропорциональные системы стимулирования (линейные – L-типа) и системы стимулирования, основанные на доходе центра (D-типа) [81]. Возникает закономерный вопрос – как соотносятся эффективности этих систем стимулирования, то есть какую из них следует использовать на практике, если не наложено дополнительных ограничений (на максимальный размер индивидуального поощрения, суммарный ФЗП и т.д.). Перейдем к сравнению эффективностей, которые обозначим, соответственно, K_{QK}, K_L и K_D. Напомним, что система QK-типа оптимальна [22,81], то есть имеет максимальную эффективность среди допустимых систем стимулирования; кроме того, в работе [81] доказано, что K_{QK} ³ K_L.

Пусть выполнено А3'', а целевая функция центра вогнута и дифференцируема, тогда эффективности соответствующих систем стимулирования в одноэлементных АС задаются следующими выражениями (символ " ' " обозначает производную):

(1.8.4) $K_{QK} = \max\limits_{y \in A} \{H(y) - c(y)\}$;

(1.8.5) $K_L = \max\limits_{g \geq 0} \{H(c'^{\,-1}(g)) - g\,c'^{\,-1}(g)\}$;

(1.8.6) $K_D = \max\limits_{0 \leq x \leq 1} \{(1 - x)\,H(y^*(x))\}$,

где $c'^{\,-1}(\cdot)$ – функция, обратная производной функции затрат АЭ, а $y^*(x)$ удовлетворяет следующему уравнению:

(1.8.7) $x\,H'(y^*) = c'(y^*)$.

В многоэлементных системах задача синтеза оптимальной системы стимулирования D-типа формулируется полностью аналогично.

Отметим, что решение задачи перераспределения доходов в многоэлементной АС тривиально в случае аддитивности и монотонности функции дохода центра (по "вкладам" АЭ) и упорядоченности затрат АЭ (см. раздел 1.7). В этом случае задача решается в два этапа.

На первом этапе для фиксированной доли x дохода центра, используемого на стимулирование, ищется оптимальное его распределение между АЭ:

(1.8.8) $x_i = 0,\ i \neq j,\ x_j = x$, где $j = \arg \max\limits_{k=\overline{1,N}} c_i'^{\,-1}(x)$.

Такой вид оптимального распределения стимулирования между АЭ обусловлен именно аддитивностью дохода центра и упорядоченностью затрат АЭ: центру оказывается выгодным весь ресурс выделить одному АЭ, который, условно говоря, наиболее эффективно его использует.

На втором этапе ищется оптимальная величина x:

(1.8.9) $x^* = \arg \max\limits_{x \in [0;1]} (1 - x) \max\limits_{k=\overline{1,N}} c_i'^{\,-1}(x)$.

<u>Пример 1.8.1.</u> Пусть функция затрат i-го АЭ равна $c_i(y_i) = b_i\, y_i^2$, а целевая функция центра равна $H(y) = \sum_{i=1}^{N} a_i y_i$. Предположим, что центр имеет возможность использовать индивидуальные системы стимулирования QK-типа или L-, или D-типа. Эффективности стимулирования, вычисленные в примере 1.7.1, равны:

$$K_L = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^{N} \frac{a_i}{b_i},\quad K_{QK} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{N} \frac{a_i}{b_i}.$$

Очевидно, что $K_{QK} / K_L = 2$, то есть система стимулирования QK-типа имеет в два раза большую эффективность, чем пропорциональная система стимулирования.

Вычисляя $y^*(x_i) = x_i \dfrac{a_i}{2\, b_i}$, получаем, что:

$$K_D(x, \{x_i\}) = \frac{1}{2} (1 - x) \sum_{i=1}^{N} \frac{a_i^2}{b_i} x_i,\quad x_i \geq 0,\quad \sum_{i=1}^{N} x_i = x.$$

При фиксированном x максимум $K_D(x,, \{x_i\})$ по $\{x_i\}$ достигается при $x_i = 0,\ i \neq j,\ x_j = x$, где $j = \arg \max\limits_{k=\overline{1,N}} \{\dfrac{a_i^2}{b_i}\}$.

Максимум по x достигается при $x = 1/2$, то есть в случае, когда половина дохода, полученного центром от деятельности каждого АЭ остается у центра, а половина выплачивается в качестве вознаграждения j-му активному элементу. Отметим, что такое простое правило определение доли дохода, выплачиваемой в виде поощрения, справедливо только в рамках введенных предположений (аддитивность и линейность дохода центра, квадратичность затрат АЭ и т.д.).

Таким образом, $K_D = \frac{1}{8} \max\limits_{k=1,N} \{ \frac{a_i^2}{b_i} \}$. Следовательно, в рассмотренном примере $K_D < K_{QK}$, то есть оптимальна индивидуальная система стимулирования QK-типа, причем, если АЭ однородны, то:

$$K_{QK} / K_D = 2N, \; K_L / K_D = 2N. \bullet$$

В общем случае при принятии решения о выборе конкретной системы стимулирования следует вычислить и сравнить величины K_D , K_{QK} и K_L, задаваемые (1.8.4)-(1.8.6).

Если в трехуровневой АС отсутствует экономический фактор, то задача стимулирования, сформулированная как задача перераспределения доходов, сводится к соответствующей задаче в двухуровневой активной системе, так как промежуточные центры в этом случае выступают в роли координирующих органов, не имеющих собственных интересов и перераспределяющих ресурс внутри подсистем.

Если экономический фактор присутствует и распределяемый между участниками АС доход определяется как сумма их доходов, то, в силу замкнутости такой системы стимулирования, даже при отсутствии условия индивидуальной рациональности, любое перераспределение дохода приведет к невозрастанию значения целевой функции хотя бы одного участника.

Таким образом, с одной стороны, при использовании в многоуровневых АС систем стимулирования, основанных на перераспределении доходов, присутствуют как организационный фактор, так и фактор агрегирования. С другой стороны, следует подчеркнуть чрезвычайную неэффективность систем стимулирования D-типа, имеющую следующее качественное объяснение. Реализуемым называется действие, максимизирующее целевую функцию активного элемента. При использовании центром оптимальной системы стимулирования QK-типа, которая разрывна, условия реализуемости имеют вид системы неравенств (см. [81], а также разделы 1.1-1.3). Если функции затрат удовлетворяют А.3", то при использовании систем стимулирования L-типа или D-типа условия реализуемости некоторого действия имеют "дифференциальный" вид (точка максимума определяется вычислением производных и их анализом). Оставаясь в фиксированном классе (линейных или каких либо других) функций мы вынуждены сравнивать предельные полезности центра и активных элементов, что приводит к увеличению затрат на стимулирование и, следовательно [81], к снижению эффективности стимулирования.

Содержательно, ограничиваясь параметрическими классами систем стимулирования (пропорциональными, основанными на перераспределении дохода и др.), центр сужает множество возможных механизмов стимулирования, тем самым заведомо обрекая себя на потери в эффективности управления. Поэтому использовать параметрическое стимулирование следует гибко, то есть, не фиксируя априори некоторые параметры (ставки заработной платы, нормативы распределения дохода и т.д.), а, по крайней мере, настраивая их всякий раз для каждого АЭ и каждой подсистемы с учетом индивидуальной специфики последних.

1.9. НАДЕЖНОСТЬ МЕХАНИЗМОВ УПРАВЛЕНИЯ МНОГОУРОВНЕВЫМИ АКТИВНЫМИ СИСТЕМАМИ

Выше неоднократно подчеркивалось, что основанием для выделения тех или иных факторов, характерных для многоуровневых АС, является их влияние на эффективность управления. Наряду с эффективностью, важной характеристикой функционирования любой системы является ее надежность (см. определение ниже). Высокая (по сравнению с неиерархическими структурами) надежность и адаптивность поведения иерархических структур неоднократно обсуждалась в литературе по управлению [66,71,72 и др.]. Поэтому настоящий раздел посвящен определению понятия надежности механизма управления и изучению ее свойств в двухуровневых и многоуровневых организационных системах. При этом надежность рассматривается с точки зрения, принятой в настоящей работе, то есть выясняется – чем определяется надежность механизма управления, является ли надежность одним из факторов, влияющих на эффективность, или она является следствием других факторов, следует ли ее выделять в качестве отдельного фактора, и т.д.

Для того чтобы понять роль надежности как характеристики функционирования некоторой системы (неважно – одноуровневой, двухуровневой, или имеющей большее число уровней иерархии), необходимо вспомнить определение эффективности функционирования (эффективности управления). Предположим, что имеется некоторая детерминированная система – активная или пассивная. Выделим в этой системе управляющий орган и управляемый объект. Критерием такого разделения является возможность управляющего органа целенаправленно влиять на состояние управляемого объекта посредством выбора управляющих воздействий. Обозначим $y \in A$ – состояние управляемого объекта, $P(s)$ – множество состояний этого объекта, зависящее от управляющего воздеймножество состояний этого объекта, зависящее от управляющего воздействия $\sigma \in M$, принадлежащего допустимому множеству M (при использовании управления σ управляемый объект оказывается в одной из точек множества $P(\sigma)$). Введем на множестве $A \times M$ скалярный (для простоты) функционал $K(y, \sigma)$: $A \times M \to \Re^1$, который назовем критерием эффективности функционирования системы. Критерий эффективности сопоставляет каждому значению пары "состояние – управление" некоторое число, причем считается, что вид функционала $K(\cdot, \cdot)$ таков, что чем больше это число, тем "лучше" (естественно, с чьей-то фиксированной точки зрения – см. ниже). Величину

(1.9.1) $K(\sigma) = \max\limits_{y \in P(\sigma)} K(y, \sigma)$

назовем эффективностью управления $\sigma \in M$ (эффективностью механизма управления), а величину $K_g(\sigma) = \min\limits_{y \in P(\sigma)} K(y, \sigma)$ – гарантированной эффективностью управления.

Задача управления (точнее – задача синтеза оптимального управляющего воздействия) заключается в выборе такого $\sigma \in M$, на котором бы достигался максимум (1.9.1), то есть оптимальным считается управление, имеющее максимальную эффективность. Обозначим решение задачи управления

(1.9.2) $\sigma^* = \arg \max\limits_{\sigma \in M} K(\sigma) = \arg \max\limits_{\sigma \in M} \{ \max\limits_{y \in P(\sigma)} K(y, \sigma)\}$.

Отметим, что до сих пор при определении эффективности управления мы не делали различий между активными и пассивными системами. Обсудим теперь специфику каждого из этих классов систем.

Каждая система – активная или пассивная – может рассматриваться как черный ящик, для которого известна реакция $P(\sigma)$ (выход – состояние системы) на входное воздействие (вход – начальное состояние и управление).

В пассивной системе (не содержащей ни одного управляемого объекта, который обладал бы свойством активности, то есть – способностью к целенаправленному поведению), например – в динамической системе, задаваемой уравнением $\dot{x} = f(x, \sigma)$, множество $P(\sigma)$ определяется функцией $f(x, \sigma)$.

В активной системе $P(\sigma)$ является множеством решений игры управляемых активных элементов, то есть, например, в одноэлементной активной системе $P(\sigma) = \mathrm{Arg} \max\limits_{y \in A} f(y, \sigma)$, где $f(\cdot, \cdot)$ – целевая функция активного элемента.

В пассивной системе критерий эффективности $K(x)$ отражает цель управления, определяемую создателем системы управления. В активных системах предполагается, что критерий эффективности отражает интересы активного субъекта – управляющего органа. Схожесть источников возникновения критериев эффективности в обоих типах систем является объяснением отождествления интересов центра и интересов активной системы в целом, а также отождествления интересов оперирующей стороны (центра) и интересов исследователя операций.

Таким образом, с точки зрения формального определения эффективности управления активная и пассивная системы, практически, неразличимы. Содержательные различия заключаются в том, что в активной системе критерий эффективности и множество управляемых состояний элементов зависят, соответственно, от предпочтений центра и предпочтений активных элементов, в то время как в пассивной системе описание системы или ее модели подразумевает явное задание этих характеристик.

Кратко рассмотрев основные подходы к определению эффективности управления, перейдем к определению понятия надежности механизма управления социально-экономической системой.

В энциклопедическом словаре приведено следующее определение надежности технических систем. "Надежность – комплексное свойство технического объекта; состоит в его способности выполнять заданные функции, сохраняя свои характеристики в установленных пределах" [СЭС, М.: Советская энциклопедия, 1988. С. 855]. Аналогичное определение может быть сформулировано и для социально-экономических систем [25]. Надежностью механизма управления организационной системой будем называть его свойство, состоящее в способности обеспечивать принадлежность основных параметров системы некоторой (заданной, допустимой и т.д.) области в процессе ее функционирования. Таким образом, определение надежности подразумевает задание совокупности параметров ее функционирования (действий, состояний, результатов деятельности и т.д., которые считаются "основными") и фиксацию некоторой области значений этих параметров, которая считается допустимой[26]. Двойственным к надежности является понятие риска – вероятности нарушения основными параметрами системы границ заданной области. В то же время, риск может рассматриваться как мера (числовая характеристика) надежности.

Отметим, что о надежности имеет смысл говорить только в том случае, когда результаты деятельности системы (ее основные параметры) зависят от случайных или неопределенных факторов. Поясним последнее утверждение.

Приведенное выше в настоящем разделе определение эффективности управления вводилось для детерминированных систем, то есть таких систем, деятельность которых не зависит (реально или в рамках некоторой модели) от неизвестных факторов. При этом возможно полное отождествление допустимой (с точки зрения надежности) и желательной (с точки зрения критерия эффективности) областей значений основных параметров функционирования системы. Иными словами, для детерминированных систем определения надежности и эффективности совпадают – условно можно считать, что определение эффективности для этого класса систем автоматически включает определение надежности, то есть максимизация эффективности эквивалентна максимизации надежности. Сложнее дело обстоит с недетерминированными системами, к рассмотрению которых мы и переходим.

Предположим, что управляющему органу известна модель поведения управляемого объекта с точностью до некоторого параметра $q\ \hat{I}\ W$, относительно которого известно, что он заведомо принадлежит множеству W. Этот неизвестный параметр будем называть состоянием природы. Содержательно, неопределенный (с точки зрения управляющего органа) параметр может быть внешним по отношению к системе и отражать влияние на нее окружающей среды (при этом значения состояния природы могут быть известны управляемому объекту – симметричная инфор-

---

[26] *Если подойти к определению надежности механизма управления с более общей точки зрения, то есть учесть, что мы имеем дело не с реальными организационными системами, а с их формальными моделями, то следует признать, что определение надежности должно включать "надежность" модели как аналога некоторой реальной системы. Если модель не адекватна моделируемой системе, то надежность механизма, абсолютно надежного в рамках модели, может оказаться чрезвычайно низкой при его практическом использовании. Однако, так как исследование адекватности моделей и задач их идентификации выходит за рамки настоящей работы (см. подробное обсуждение этих вопросов в [80]), при дальнейшем изложении мы ограничимся приведенным выше определением надежности.*

мированность, или неизвестны – асимметричная информированность [81]), или быть внутренним и отражать неполную информированность управляющего органа об управляемом объекте.

Таким образом, состояние системы зависит от управления и неопределенного параметра, то есть $P = P(\sigma, \theta)$. Следовательно, критерий эффективности функционирования K также должен зависеть от неопределенного параметра: $K(y, \sigma, \theta): A \times M \times \Omega \to \Re^1$, и эффективность управления, в свою очередь, должна зависеть от этого параметра (ср. с (1.9.1)):

(1.9.3) $K(\sigma, \theta) = \max\limits_{y \in P(\sigma, \theta)} K(y, \sigma, \theta)$.

Величина (1.9.3) может рассматриваться как косвенная оценка надежности механизма управления σ. Действительно, критерий сравнения надежностей различных механизмов управления может быть сформулирован следующим образом[27]: механизм $\sigma_1 \in M$ обладает большей надежностью, чем механизм $\sigma_2 \in M$ (обозначим $\sigma_1 \succ \sigma_2$), если

(1.9.4) $\forall\ \theta \in \Omega \quad K(\sigma_1, \theta) \geq K(\sigma_2, \theta)$.

Функционал (1.9.3) (точнее – отношение "$\succ$", определяемое (1.9.4)), зависящий от двух переменных – управления и состояния природы, одновременно учитывает обе основных характеристики функционирования системы – соответственно, эффективность и надежность. Если существует такое допустимое управление $\sigma' \in M$, которое является максимальным по отношению "$\succ$" на множестве M, то есть при любом состоянии природы имеет эффективность, большую, чем любое другое управление ($\forall\ \sigma \in M\ \sigma' \succ \sigma$), то можно считать, что задача максимизации эффективности эквивалентна задаче максимизации надежности. При этом управление σ' условно можно назвать <u>идеальным</u> (абсолютно оптимальным или доминантным – по аналогии с доминантными стратегиями в теории игр – см. раздел 1.5) – независимо от условий функционирования оно обеспечивает максимальную эффективность, то есть гарантированно является максимально надежным. Однако в большинстве случаев идеального управления не существует.

Для существования идеального управления необходима "полнота" отношения "$\succ$" в смысле (1.9.4). Понятно, что в общем случае (и в большинстве случаев, наблюдаемых на практике) может иметь место:

$$\exists\ \sigma_1 \neq \sigma_2 \in M,\ \exists\ \theta_1 \neq \theta_2 \in \Omega: \ K(\sigma_1,\theta_1) \geq K(\sigma_2,\theta_1),\ \ K(\sigma_2,\theta_2) > K(\sigma_1,\theta_2).$$

---

[27] *Если дословно следовать введенному выше определению надежности, то критерий эффективности типа (1.9.3) легко можно ввести таким образом, чтобы он отражал "принадлежность основных параметров заданной области".*

Содержательно, в различных условиях оптимальными могут оказываться различные управления. Отсутствие идеального управления делает задачу синтеза оптимального управления, обладающего максимальной надежностью "нерешаемой" в общем виде. Поясним это утверждение.

Зависимость эффективности управления (1.9.3) от состояния природы превращает задачу синтеза оптимального управления в двухкритериальную. В то же время известно, что универсальных (как с точки зрения математики [45,87 и др.], так и с точки зрения психологии принятия решений [46,54,60,92 и др.]) методов решения многокритериальных задач не существует (единственная общепризнанная рекомендация – выделение множества решений, эффективных по Парето).

Если по аналогии с (1.9.2) максимизировать критерий (1.9.3) на множестве допустимых управлений, то получим параметрическое управление:

(1.9.5) $s^*(q) = \arg \max\limits_{s \in M} K(s, q) = \arg \max\limits_{s \in M} \{ \max\limits_{y \in P(s, q)} K(y, s, q)\}$.

Если на момент принятия решения управляющим органом (или, в случае асимметричной информированности, после наблюдения состояния управляемого объекта) конкретное значение состояния природы становится ему известно, то возможно использование параметрических решений вида (1.9.5) – например, механизмов гибкого планирования и др. [24]. При этом эффективность управления равна эффективности управления в условиях полной информированности (см. доказательство этого факта в [77]).

Если же реализация состояния природы остается неизвестной управляющему органу, то использование механизмов с параметрическим управлением невозможно. Поэтому в большинстве работ по теоретико-игровому моделированию организаций используется следующий подход.

Предположим, что управляющий орган производит переход от критерия $K(s,q)$, определяемого (1.9.3) и зависящего от состояния природы, к детерминированному критерию $K(s)$ с помощью некоторой процедуры "Þ" устранения неопределенности [22,81]: $K(s, q)$ Þ $K(s)$, после чего решает детерминированную задачу синтеза оптимального управления (1.9.2). Возможность использования той или иной процедуры устранения неопределенности определяется имеющейся информацией. Иными словами в рамках рассматриваемых формальных моделей поведения считается, что субъект (создатель системы управления, центр, активный элемент и т.д.) может принимать решения (то есть выбирать стратегии, максимизирующие некоторый функционал – критерий, отражающий его предпочтения и интересы) только в условиях полной информированности. Полная информированность в данном случае означает зависимость оптимизируемого критерия только от, во-первых, фиксированных значений (существенных внутренних и внешних параметров, стратегий остальных участников системы и т.д.), и, во-вторых, от единственной "свободной" переменной – стратегии самого лица, принимающего решение.

С одной стороны, приведенное положение используется во всех моделях теории игр – производя выбор своей стратегии, игрок, так или иначе, вынужден делать предположения о поведении других игроков (см. обсуждение различных концепций равновесия в разделе 1.5 и в [22,108 и др.]). С другой стороны, предположение о принятии решений в условиях полной информированности вполне согласовано с психологическим принципом детерминистского представления, в соответствии с которым при *моделировании* принятия решений индивидуумом допускается, что его представления о действительности не содержат случайных переменных и неопределенных факторов, то есть последствия принимаемых решений зависят от строго определенных правил [54,76 и др.].

Следует признать, что в действительности при оценке ситуации и принятии решений любой субъект использует множество критериев. Вводимое в формальных моделях предположение о полной информированности (единственности и скалярности оптимизируемого критерия) обусловлено отсутствием, за исключением небольшого числа очень частных случаев (см. [46,54,56,60,61,69 и др.]), общих и адекватных моделей принятия решений в условиях неопределенности. Изучение процессов принятия индивидуальных и коллективных решений, а также разработка адекватно описывающих их математических моделей, является актуальнейшей задачей, которая привлекает (и, по-видимому, будет привлекать в течение еще очень долгого времени) внимание математиков, психологов и представителей других отраслей науки.

Существует множество процедур устранения неопределенности (достаточно полное перечисление можно найти в [31,81,92] и другой литературе по моделям принятия решений в условиях неопределенности). Приведем три наиболее часто используемые из них.

"Субъективный" критерий эффективности. Управляющий орган подставляет в критерий эффективности (1.9.3) свою субъективную (или полученную от экспертов) оценку $\hat{\theta} \in \Omega$ состояния природы. Субъективное решение определяется:

(1.9.6) $s^*(\hat{\theta}) = \arg \max\limits_{s \in M} K(s, \hat{\theta})$.

Критерий гарантированной эффективности соответствует наиболее пессимистическим расчетам управляющего органа – оптимальное гарантированное решение максимизирует эффективность при наихудшем состоянии природы:

(1.9.7) $s^*_g = \arg \max\limits_{s \in M} \min\limits_{q \in \Omega} K(s, q)$.

Критерий ожидаемой эффективности может быть использован, если управляющий орган имеет в своем распоряжении распределение $p(q)$ вероятностей состояния природы (это распределение может отражать как его субъективные представления, так и быть полученным в результате обработки статистических данных, например – результатов наблюдений за управляемым объектом и окружающей средой):

(1.9.8) $s^*_p = \arg \max\limits_{s \in M} \int\limits_{\Omega} K(s, q)\, p(q)\, dq$.

Очевидно, что если существует идеальное управление (эффективность которого максимальна при любом состоянии природы), то оно является оптимальным по всем трем приведенным выше частным критериям. С другой стороны, для решения, оптимального по одному из частных критериев, в общем случае может найтись такое состояние природы, при котором некоторое другое решение будет иметь строго большую эффективность.

Использование процедур устранения неопределенности не является единственно возможным способом перехода от многокритериальной задачи управления к однокритериальной. Альтернативой является подход, заключающийся в выборе значения одного из критериев в качестве ограничения (такой прием широко используется при решении различных многокритериальных задач [45,87] и иногда называется методом ограничений). При использовании метода ограничений задача управления формулируется либо как задача поиска допустимого управления (или их множества), максимизирующего эффективность и обладающего надежностью не ниже заданной, либо как задача поиска допустимого управления (или их множества), максимизирующего надежность и обладающего эффективностью не ниже заданной.

Таким образом, в рамках формальных моделей на сегодняшний день не существует универсального критерия, позволяющего объединить задачу максимизации эффективности и задачу максимизации надежности. В то же время, принцип детерминистского представления требует однокритериальности (детерминированности) задачи принятия решения управляющим органом. Следовательно, с одной стороны, эффективность механизма управления (которая, в том числе, может являться сверткой нескольких частных критериев) и надежность механизма управления являются рядоположенными его характеристиками. С другой стороны, при формулировке и решении задачи синтеза оптимального управления, являющейся задачей принятия решений, может использоваться только один критерий, поэтому, основным в рамках данного исследования предлагается считать все-таки "критерий эффективности" в широком смысле, явно (в виде ограничений, или в виде процедур устранения неопределенности и т.д.) или неявно включающий в себя как собственно критерий эффективности, так и некоторые показатели надежности. Следовательно, ***в определенном выше смысле*** **надежность механизма управления является "вторичной" по отношению к достаточно широко трактуемой его эффективности**.

Так как эффективность и надежность являются "равноправными" характеристиками механизма управления, то возможен альтернативный подход – определить критерий надежности таким (достаточно общим) способом, чтобы он учитывал и включал в себя показатели эффективности, и постулировать, что эффективность механизма управления является "вторичной" по отношению к достаточно широко трактуемой его надежности.

Оба двойственных подхода имеют право на существование. При использовании каждого из них любое описание (модель) каждой конкретной организационной системы должно удовлетворять требованию учета в оптимизируемом критерии как показателей эффективности, так и показателей надежности. Поэтому, в соответствии с принятым в настоящей работе единым методологическим подходом, для того чтобы удовлетворить принципу детерминистского представления (и скалярности предпочтений), примем, то есть условно будем считать, что первичной является "эффективность" управления, естественно, отражающая все существенные показатели надежности.

Если считать, что показатели надежности включены в критерий эффективности, то целесообразно выделить "фактор надежности", проявлением которого является влияние надежностных характеристик на эффективность управления. Так как в предыдущих разделах настоящей главы уже был введен ряд факторов, влияющих на эффективность управления, в частности – в многоуровневых системах (факторы: агрегирования, экономический и др.), то необходимо исследовать как эти факторы соотносятся с фактором надежности, то есть изучить причинно-следственные связи между ними.

Для этого рассмотрим два случая. Первый – частный (статический) – случай, когда механизм управления выбирается однократно на основе имеющейся информации и не учитывает возможные изменения информированности в процессе функционирования системы. Второй – общий (динамический) – случай, когда механизм управления включает в себя возможные реакции на изменение условий функционирования, информированности участников и т.д. Во втором случае поведение управляющего органа адаптивно, то есть оперативно отражает изменения в информации об управляемом объекте и окружающей среде.

Наряду с надежностью отдельных элементов, ключевой характеристикой любой системы, определяющей ее надежность, является *избыточность* – как элементного состава, так и функций, связей и т.д. Поэтому анализ надежности статических (неадаптивных) многоуровневых систем достаточно прост. Действительно, в статике возможность повышения надежности за счет изменения централизации АС обусловлена либо увеличением надежности элементов, либо увеличением избыточности [24,25].

Следует отметить, что повышение надежности посредством увеличения избыточности требует определенных затрат и связано с такими факторами как: экономический – изменение ресурсов управления, информационный – изменение информационной нагрузки на участников системы, организационный – изменение структуры подчиненности и т.д., влияние которых может привести к изменению эффективности управления. Следовательно, возникает оптимизационная задача – определения рационального компромисса между изменениями надежности и эффективности (см. [24,25 и др.]). Например, объединение невзаимодействующих АЭ в систему (см. раздел 1.5), введение распределенных процедур принятия решений (отметим, что в большинстве современных сложных технических систем используются именно распределенные управления) и т.д. в ряде случаев приводят к увеличению избыточности и повышению надежности. При этом изменение надежности, приводящее, в свою очередь, к изменению эффективности, вызвано проявлениями других факторов: для упомянутых примеров, соответственно – организационного, экономического и др.

Если система функционирует в течение нескольких интервалов времени и механизм управления учитывает изменения результатов и условий функционирования на каждом из интервалов, то есть если поведение системы адаптивно, то необходим более тонкий анализ взаимообусловленности фактора надежности и других факторов, определяющих эффективность управления многоуровневой активной системой. Следует признать, что относительно полное изучение надежности механизмов управления адаптивными многоуровневыми системами выходит за рамки настоящей работы и требует проведения отдельного исследования. Поэтому ограничимся рассмотрением частных случаев.

<u>Пример 1.9.1.</u> Пусть, как и в примере 1.6.3, имеется однородная двухуровневая АС с N АЭ, функции затрат которых: $c(y) = y^2/2b$. Если задача центра заключается в выполнении суммарного планового задания R с минимальными затратами на стимулирование, то, очевидно, ему следует побуждать АЭ к выбору действий: $y^* = R\,/\,N$. Минимальные затраты на стимулирование при этом равны:

(1.9.9) $J(R, N) = R^2 / 2\ b\ N$.

Под надежностью в данном примере можно понимать свойство механизма стимулирования (оптимальной является квазикомпенсаторная система индивидуального стимулирования, компенсирующая затраты АЭ по достижению заданного результата y_i^* – см. раздел 1.3; отметим также, что при этом значения целевых функций всех АЭ тождественно равны нулю) обеспечивать выполнение суммарного планового задания, то есть допустимая область имеет вид: $\{y^*\ \hat{I}\ A \mid \sum_{i=1}^{N} y_i^* = R\}$.

Пусть имеется трехуровневая АС, состоящая из n однородных подсистем. Минимальные затраты на стимулирование по реализации плана $R_j = R'$ в j-ой подсистеме, состоящей из $n_j = m$ однородных АЭ, равны (см. (1.9.9)):

(1.9.10) $J_j(R_j, n_j) = (R')^2 / 2\ b\ m$.

Возникает вопрос – выгодно ли объединение однородных подсистем в одну систему и совместное выполнение ими суммарного планового задания. Элементарный расчет (сравнение (1.9.9) и (1.9.10)) показывает, что в рассматриваемом примере объединение подсистем не изменяет суммарных затрат на стимулирование. Отметим, что этот результат получен для одинаковых подсистем и активных элементов, поэтому в случае неоднородных подсистем не исключено, что объединение их возможностей окажется взаимовыгодным.

Предположим теперь, что в одной из подсистем (j-ой) отказали (по тем или иным причинам вышли из состава системы) k активных элементов. Если механизм управления фиксирован, то это приведет к увеличению затрат на стимулирование оставшихся $(m - k)$ АЭ j-ой подсистемы со стороны j-го центра на следующую величину: $DJ(k) = \frac{R'^2}{2b}\ \frac{k}{m(m-k)}$.

Если информация об отказавших элементах поступила до начала реализации плановых заданий, то j-ый центр имеет возможность предложить, например, $(j-1)$-му центру передать последнему часть $\Delta R' \geq 0$ своего планового задания, оплатив его реализацию. Обозначим передаваемую оплату $q \geq 0$ и запишем условия взаимовыгодности такого перераспределения:

(1.9.11) $J(R'+\Delta R', m) - q \leq J(R', m)$,

(1.9.12) $J(R'-\Delta R', m-k) + q \leq J(R', m-k)$.

Одним из решений системы неравенств (1.9.11)-(1.9.12) является:

(1.9.13) $\Delta R' = \dfrac{2kR'+(\Delta R')^2}{2bm} \geq 0,\ q = \dfrac{4R^2}{b}\ \dfrac{k}{(2m-k)^2} \geq 0.$

Неотрицательность решений (1.9.13) свидетельствует об их допустимости. Таким образом, наличие децентрализованной структуры управления (в частности, большого числа АЭ и подсистем) в рассматриваемом примере адаптивной АС позволяет сократить затраты на стимулирование по реализации планового задания. Несмотря на отказы, суммарное задание выполнено (свойство надежности), причем адаптивность позволила сократить затраты на стимулирование и, следовательно, повысить эффективность управления. •

Рассмотренный пример является иллюстрацией *гибкости* механизмов управления в многоуровневых системах. Действительно, в динамике децентрализация допускает параллельное функционирование, то есть возможность *локализованной* (ограниченной небольшим числом затрагиваемых участников) реакции каждой подсистемы на соответствующее внешнее возмущение.

Возможность относительно независимого принятия решений в подсистемах имеет ряд преимуществ. Во-первых, за счет параллелизма сокращается время принятия решений (и, в то же время, возникает необходимость учета времени на согласование отдельных решений). Во-вторых, изменения в одной конкретной подсистеме иногда в меньшей степени, чем в централизованных системах, затрагивают остальные подсистемы. В-третьих, снижается информационная нагрузка – управляющие органы более высоких уровней иерархии задействуются только в том случае, если ресурсы (информационные и др.) того уровня, на который непосредственно воздействует возмущение, оказываются недостаточными для адекватной реакции на это возмущение.

Таким образом, в рамках используемого в настоящей работе подхода представляется целесообразным выделение фактора надежности, проявления которого влияют на эффективность управления. Однако, как показывает проведенный анализ, **фактор надежности является вторичным** (не в смысле важности, а по причинно-следственным отношениям) **по отношению к факторам: агрегирования, экономическому, неопределенности, организационному и информационному.** Другими словами, первичными (то есть – причинами) являются именно перечисленные факторы, отражающие специфику многоуровневых АС. Первичные факторы влияют на вторичные (в том числе – влияют на фактор надежности), которые, в свою очередь, опосредует влияние первичных факторов на эффективность управления.

II. МЕХАНИЗМЫ ПЛАНИРОВАНИЯ В МНОГОУРОВНЕВЫХ АКТИВНЫХ СИСТЕМАХ

Во второй главе рассматриваются механизмы планирования в многоуровневых активных системах: формулируется задача планирования (раздел 2.1), обсуждаются задачи идеального агрегирования и произвольной децентрализации в механизмах планирования (раздел 2.2), доказывается произвольная децентрализуемость анонимных механизмов планирования (раздел 2.3), механизмов экспертизы (раздел 2.4), механизмов открытого управления с внутренними ценами (раздел 2.5), ряда механизмов страхования (раздел 2.6). Некоторые приводимые ниже результаты является новыми не только для многоуровневых, но и для базовых – двухуровневых – активных систем: существование эквивалентных линейных механизмов экспертизы, ε-оптимальность механизмов открытого управления В-типа и др.

В отличие от механизмов стимулирования, при исследовании механизмов планирования в настоящей главе мы будем предполагать, что центры промежуточного уровня не обладают собственными интересами и выполняют пассивную роль передатчиков информации. Поэтому в изучаемых ниже задачах планирования иногда отсутствует ряд факторов, характерных для задач стимулирования: экономический, организационный и др. Основной акцент будет сделан на анализе проявлений фактора агрегирования, то есть на проблеме оптимального (идеального) агрегирования и произвольной децентрализации (см. ниже).

Естественно, в общем случае все участники системы (в том числе – управляющие органы всех уровней) обладают свойством активности, то есть имеют собственные интересы и преследуют собственные цели. Для механизмов планирования, при изучении которых значительное внимание уделяется их манипулируемости (достоверности сообщаемой информации), это означает, что центры промежуточных уровней также могут искажать информацию. Теоретико-игровые задачи манипулируемости со стороны управляющих органов (всех уровней), с одной стороны, на сегодняшний день практически не исследованы, а с другой стороны – чрезвычайно трудоемки. Поэтому в настоящей главе мы ограничимся частным случаем "пассивных" центров промежуточного уровня, отнеся анализ общего случая к перспективным направлениям будущих исследований.

2.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПЛАНИРОВАНИЯ

Рассмотрим двухуровневую многоэлементную активную систему, структура которой приведена на рисунке 4 (см. выше). Стратегией каждого из активных элементов является сообщение центру некоторой информации $s_{ij}\,\hat{I}\,W_{ij}$, $i = \overline{1, n_j}$, $j = \overline{1, n}$. Центр на основании сообщенной ему информации назначает АЭ планы $x_{ij} = g_{ij}(s)$, где g_{ij} – процедура (механизм) планирования, $s\,\hat{I}\;W' = \prod_{i,j} \Omega_{ij}$ – вектор сообщений всех АЭ. Функция предпочтения АЭ: $j_{ij}(x_{ij}, r_{ij})$: $\hat{A}^2$ ® $\hat{A}^1$ зависит от назначенного центром плана и некоторого параметра (связь между функциями предпочтения и целевыми функциями описана в [22,24,81]).

На момент принятия решений каждому АЭ известны: процедура планирования, значение его собственного параметра (идеальной точки, точки пика), целевые функции и допустимые множества всех АЭ. Центру известны зависимости $j_{ij}(\cdot,\cdot)$ и множества возможных сообщений АЭ. Последовательность функционирования следующая: центр выбирает процедуру планирования и сообщает ее АЭ, активные элементы при известной процедуре планирования сообщают центру информацию, на основании которой и формируются планы. Введем следующее предположение, которое будем считать выполненным на протяжении настоящей главы.

А.7. Функции предпочтения АЭ однопиковые [24,81] с точками пика $\{r_{ij}\}$, то есть функции предпочтения непрерывны, строго монотонно возрастают до единственной точки максимума r_{ij} и строго монотонно убывают после нее.

Предположение А.7 означает, что предпочтения активного элемента на множестве допустимых планов таковы, что существует единственное наилучшее для него значение плана (точка пика, идеальная точка его предпочтений), степень же предпочтительности остальных планов монотонно убывает по мере удаления от идеальной точки.

Будем считать, что АЭ ведут себя некооперативно, выбирая доминантные или равновесные по Нэшу стратегии. Пусть s^* – вектор равновесных стратегий. Очевидно $s^* = s^*(r)$, где r – вектор точек пика.

Соответствующим механизму $g(\cdot)$: W' ® $\hat{A}^N$ прямым механизмом планирования $h(\cdot)$: $\hat{A}^N$ ® $\hat{A}^N$ называется механизм $h(r) = g(s^*(r))$, ставящий в соответствие вектору точек пика активных элементов вектор планов. Если в соответствующем прямом механизме сообщение достоверной информации является равновесной стратегией, то такой механизм называется эквивалентным прямым (неманипулируемым) механизмом. Результаты исследования механизмов планирования (их эффективности, манипулируемости и т.д.) в двухуровневых АС приведены в [15,17,22 и др.].

Перейдем к рассмотрению механизмов планирования в трехуровневой активной системе, структура которой приведена на рисунке 1 (см. выше).

Обозначим: s_{ij} Î W_{ij} – сообщение i-го АЭ j-ой подсистемы соответствующему центру промежуточного уровня, $i = \overline{1, n_j}$, $j = \overline{1, n}$; $s_j = (s_{1j}, s_{2j}, \ldots, s_{n_j j})$ Î $W_j = \prod_{i=1}^{n_j} \Omega_{ij}$ – вектор сообщений активных элементов j-ой подсистемы; $s = (s_1, s_2, \ldots, s_n)$ Î $W' = \prod_{i,j} \Omega_{ij}$ – вектор сообщений всех АЭ системы; $S^j = Q_j(s_j)$ Î W^j – сообщение Ц^j центру, зависящее от полученных первым сообщений АЭ соответствующей подсистемы, Q_j: W_j ® W^j – процедура агрегирования информации; $S = (S^1, S^2, \ldots, S^n)$ – вектор сообщений подсистем; s Î $W = \prod_{J=1}^{n} W^j$.

План X_j, назначаемый центром j-ой подсистеме, определяется процедурой планирования $P(S)$, P: W ® $\hat{A}^n$, то есть $X_j = P_j(S)$, $j = \overline{1, n}$. План x_{ij}, назначаемый j-ым центром АЭ$_{ij}$, определяется в соответствии с процедурой планирования $p_j(s_j, X_j)$ вектором сообщений активных элементов этой подсистемы и ее планом, то есть $x_{ij} = p_{ij}(s_j, X_j)$, $i = \overline{1, n_j}$, $j = \overline{1, n}$.

Примем следующую последовательность функционирования: центр сообщает подсистемам процедуру $P(\cdot)$, затем промежуточные центры сообщают АЭ процедуры $p(\cdot,\cdot)$, после чего АЭ одновременно и независимо сообщают информацию промежуточным центрам, а те, в свою очередь, сообщают центру агрегированную информацию.

Будем считать, что на момент принятия решений участники трехуровневой АС обладают следующей информацией: функции предпочтения АЭ (с точностью до параметров) и допустимые множества известны всем участникам АС, АЭ известно точное значение параметра его собственной функции предпочтения, а также все процедуры планирования. Промежуточным центрам известна процедура планирования, выбранная центром, центру верхнего уровня становятся известны агрегированные сообщения и неизвестны сообщения АЭ в подсистемах.

Таким образом, мы описали механизм планирования, то есть модель трехуровневой активной системы с сообщением информации. Если бы требовалось решить задачу синтеза оптимальной процедуры планирования, то следовало бы ввести целевые функции центров и промежуточных центров, определить эффективность как значение целевой функции на множестве решений игры АЭ (стратегией АЭ при этом в общем случае является выбор как действий, так и сообщений [22]), а затем максимизировать построенный критерий выбором процедуры планирования. Отметим, что такая последовательность является общей и используется в большинстве моделей теории активных систем [21,22,24,81 и др.]. В настоящей главе мы не будем решать задачу синтеза в явном виде, ограничившись сравнением эффективностей управления (планирования) в двухуровневой и многоуровневой (точнее – трехуровневой) активных системах.

Поясним последнее положение более подробно. Пусть дана трехуровневая АС с некоторым механизмом планирования. Определим для данного механизма эквивалентный механизм планирования в соответствующей двухуровневой активной системе:

(2.1.1) $g_{ij}(s) = p_{ij}(s_j, X_j) = p_{ij}(s_j, P_j(S)) = p_{ij}(s_j, P_j(Q_1(s_1), Q_2(s_2), ..., Q_n(s_n)))$.

Таким образом, для любого механизма планирования в трехуровневой АС существует двухуровневая АС с тем же набором АЭ и механизм планирования в ней, которые приводят к тому же назначению планов и, следовательно, к тем же равновесным сообщениям. Значит можно утверждать, что для любого механизма планирования в трехуровневой АС существует эквивалентный (не меньшей эффективности) механизм планирования в соответствующей двухуровневой АС. Приведенное утверждение вовсе не означает, что на практике всегда возможно без какого-либо ущерба для эффективности управления перейти, например, от трехуровневой к соответствующей двухуровневой системе (стремление к сокращению промежуточных уровней управления было и остается чрезвычайно популярным лозунгом "борцов" с бюрократией) – возможность такого перехода следует тщательно взвешивать, в том числе – необходимо учитывать и другие факторы – организационный, информационный и др. (см. главу 1 настоящей работы).

Рассмотрим теперь обратную задачу. Пусть имеется двухуровневая АС с некоторым механизмом планирования. Вопрос заключается в том, существует ли трехуровневая АС (с тем же составом АЭ – такую АС выше предложено называть соответствующей) и механизм планирования в ней, такие, чтобы равновесные сообщения и назначаемые планы в этих АС были одинаковы. Эту задачу будем в дальнейшем называть задачей идеального агрегирования в механизмах планирования (напомним, что выше было предложено процесс введения в заданной двухуровневой АС промежуточных уровней управления называть децентрализацией АС или децентрализацией механизма управления)

Если на класс возможных трехуровневых АС не наложено никаких ограничений, то ответ на поставленный вопрос, очевидно, положителен: взяв $n = N$ и выбрав в качестве функций агрегирования тождественное преобразование (такую трехуровневую АС выше предложено называть тривиальной), получим механизм, удовлетворяющий (2.1.1). Содержательно, в этом случае число промежуточных центров равно числу АЭ и агрегирование отсутствует – вся информация без "искажений" передается от АЭ центру.

Сложнее дело обстоит в случае, когда класс допустимых трехуровневых АС ограничен, например, может быть фиксирован состав подсистем и процедура планирования для подсистем, или могут быть фиксированы функции агрегирования и т.д. Понятно, что в общем случае не для всякой двухуровневой АС (не для всяких ограничений) можно сконструировать эквивалентную в смысле (2.1.1) трехуровневую активную систему.

Из качественного анализа, проведенного выше, следует достаточно очевидный вывод: без учета информационного и других факторов введение дополнительных уровней планирования – управления – не увеличивает эффективности управления системой, точнее – заданным набором АЭ. Следовательно, возникает вопрос: в каких случаях введение промежуточных уровней управления не снижает эффективности. Ответу на этот вопрос посвящены нижеследующие разделы данной главы.

2.2. ЗАДАЧИ ИДЕАЛЬНОГО АГРЕГИРОВАНИЯ И ПРОИЗВОЛЬНОЙ ДЕЦЕНТРАЛИЗАЦИИ В МЕХАНИЗМАХ ПЛАНИРОВАНИЯ

В соответствии с (2.1.1) для любого механизма планирования в трехуровневой АС можно построить эквивалентный механизм планирования в двухуровневой АС с тем же составом активных элементов.

Пусть имеется двухуровневая АС с механизмом планирования $g_{ij}(s)$. Обозначим $X_p = \{p_{ij}\}$ – класс процедур планирования в подсистемах, $X_P = \{P_j\}$ – класс процедур планирования в метасистеме, $X_Q = \{Q_j\}$ – класс процедур агрегирования, $X = \{X_p,\ X_P,\ X_Q\}$ – класс механизмов планирования в трехуровневой АС.

Будем говорить, что механизм планирования $g_{ij}(s)$ в двухуровневой АС допускает идеальное агрегирование в классе X, если для *некоторой* нетривиальной соответствующей (с тем же множеством АЭ и центром) трехуровневой АС существует механизм планирования $\tilde{p}_{ij}(s)$, определяемый (см. также (2.1.1)):

(2.2.1) $\tilde{p}_{ij}(s) = p_{ij}(s_j, P_j(Q_1(s_1), Q_2(s_2), ..., Q_n(s_n)))$,

который принадлежит X и удовлетворяет:

(2.2.2) $\forall s \in \Omega'\ \tilde{p}_{ij}(s) = g_{ij}(s)$.

Будем говорить, что механизм планирования $g_{ij}(s)$ в двухуровневой АС допускает произвольную децентрализацию в классе X, если для *любой* соответствующей нетривиальной трехуровневой АС существует механизм планирования $\tilde{p}_{ij}(s)$, определяемый (2.2.1), который принадлежит X и удовлетворяет (2.2.2).

Содержательно, при идеальном агрегировании существует хотя бы одна соответствующая нетривиальная трехуровневая АС (хотя бы одно разбиение АЭ на подсистемы) с эквивалентным механизмом планирования. Если же допустима произвольная децентрализация, то число таких АС $\approx 2^n$, то есть АЭ могут быть распределены по подсистемам произвольным образом и для каждого из разбиений найдется эквивалентный механизм планирования.

Очевидно, что любой механизм, допускающий при некоторых ограничениях произвольную децентрализацию, допускает при тех же ограничениях и идеальное агрегирование (но не наоборот). Более того, можно утверждать, что, если механизм планирования в двухуровневой АС обладает некоторой эффективностью, и/или неманипулируем и допускает идеальное агрегирование, то эквивалентный механизм планирования в соответствующей трехуровневой АС обладает в точности той же эффективностью и/или неманипулируем (оба свойства непосредственно следуют из (2.2.2) и определений эффективности и неманипулируемости [22,24]).

К сожалению, общих необходимых и/или достаточных условий идеального агрегирования и произвольной децентрализации для механизмов планирования на сегодняшний день не существует – этот класс задач, с одной стороны, чрезвычайно трудоемок (даже такого сильного требования как существование РДС оказывается недостаточно для идеального агрегирования – см. пример ниже), а с другой стороны – практически не исследован. Поэтому целесообразным представляется изучение на первом этапе некоторого множества конкретных механизмов планирования, результаты исследования которых, быть может, облегчат в будущем решение общей задачи. Поэтому последующие разделы настоящей главы содержат конструктивные доказательства произвольной децентрализуемости ряда широко распространенных на практике механизмов планирования.

2.3. ДЕЦЕНТРАЛИЗАЦИЯ МЕХАНИЗМОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСА

Напомним постановку задачи распределения ресурса в двухуровневой активной системе [16,17,111]. Пусть в распоряжении центра имеется ресурс в количестве R. Стандартная постановка задачи распределения ресурса подразумевает нахождение такого его распределения между АЭ, которое максимизировало бы некоторый критерий эффективности – например, суммарную эффективность использования ресурса активными элементами. Если эффективность использования ресурса конкретным АЭ не известна центру, то он вынужден использовать сообщения АЭ, например, о требуемых количествах ресурса. Понятно, что, если имеется дефицит ресурса, то возникает проблема манипулируемости – АЭ могут сообщать центру недостоверную информацию, стремясь получить оптимальное для себя количество ресурса. Перейдем к описанию формальной модели.

Пусть АЭ сообщают центру информацию $s_{ij} \in W_{ij} = [0;D_{ij}] \subseteq \Re^1$ – заявки на ресурс, $i = \overline{1,n_j}$, $j = \overline{1,n}$. Центр на основании сообщенной ему информации назначает АЭ планы (выделяет ресурс) $x_{ij} = g_{ij}(s,R)$, где g_{ij} – процедура распределения ресурса (планирования). Содержательно, точки пика $r_{ij} \in \Re^1$ (точки максимума целевых функций АЭ) соответствуют оптимальному для них количеству ресурса. В дальнейшем мы будем предполагать выполненной гипотезу дефицитности: $\sum_{i,j} r_{ij} > R$. Относительно процедуры распределения ресурса будем предполагать, что $g_{ij}(s,R)$ – непрерывны, строго монотонно возрастают по s_{ij} и R и строго монотонно убывают по s_{kl}, $k \neq i$, $l \neq j$; весь ресурс распределяется полностью: $\sum_{i,j} x_{ij} = R$; ресурс делим в произвольных пропорциях, причем любой АЭ может отказаться от ресурса вообще [17,24]:

$$'' \ s_{-ij}\ \hat{I}\ W_{-ij} = \prod_{k\neq i,\, j\neq l} \Omega_{kl}\ \ g_{ij}(0, s_{-ij}, R) = 0.$$

В работах [16,17] доказано, что для любого механизма из рассматриваемого класса механизмов распределения ресурса существует эквивалентный прямой механизм, то есть неманипулируемый механизм, в котором все АЭ сообщают оценки точек пика и получают в равновесии то же количество ресурса, что и в исходном механизме.

Перейдем к рассмотрению механизмов распределения ресурса в трехуровневых АС. Пусть АЭ сообщают промежуточным центрам свои заявки $s_{ij}\ \hat{I}\ W_{ij} = [0, D_{ij}]\ \acute{I}\ \hat{A}^1$, затем каждый из промежуточных центров сообщает центру сумму поступивших к нему заявок $S^{\,j} = Q_j(s_j) = \sum_{i=1}^{n_j} s_{ij}$, после чего происходит распределение ресурса R между подсистемами: $X_j = P_j(S,R)$, и, наконец, ресурс распределяется между АЭ внутри каждой из подсистем: $x_{ij} = p_{ij}(s_j, X_j)$..Относительно $(n+1)$ процедуры распределения ресурса $\{P(\cdot),\ p_{\cdot j}\}$ будем считать, что они удовлетворяют тем же предположениям, что и описанные выше механизмы распределения ресурса в двухуровневых АС.

Таким образом, характерной особенностью механизмов распределения ресурса в многоуровневых АС, как подкласса механизмов планирования, является то, что агрегированием информации в подсистемах является суммирование заявок АЭ.

Для механизмов распределения ресурса можно переформулировать общее утверждение, приведенное в разделе 2.1: для любого механизма распределения ресурса в трехуровневой АС существует эквивалентный механизм распределения ресурса в соответствующей двухуровневой АС. Обратное, естественно, в общем случае не верно. Приведем иллюстрирующий это утверждение пример.

Пример 2.3.1. Рассмотрим **механизм обратных приоритетов** [17] в двухуровневой АС:

$$x_{ij}(s) = \begin{cases} s_{ij}, & \sum_{i,j} s_{ij} \le R \\ \min[s_{ij}, g\, h_{ij}(s_{ij})], & \sum_{i,j} s_{ij} \ge R \end{cases},$$

где $h_{ij}(s_{ij})$ – функция приоритета АЭ$_{ij}$, убывающая по его заявке, а g определяется из балансового ограничения:

$$\sum_{i,j} \ min\,[s_{ij},\ g\ h_{ij}(s_{ij})] = R.$$

Возьмем функции приоритета вида $h_{ij}(s_{ij}) = A_{ij} / s_{ij}$ (содержательно, A_{ij} – эффект, s_{ij} – затраты, $h_{ij}(s_{ij})$ – эффективность) и обозначим $s^*_{ij} = \frac{\sqrt{A_{ij}}}{\sum_{i,j}\sqrt{A_{ij}}} R$. Известно, что s^*_{ij} является гарантирующей стратегией и АЭ$_{ij}$ всегда может получить любое меньшее количество ресурса, поэтому доминантной стратегией АЭ$_{ij}$ является $s_{ij}^d = min\ \{r_{ij}, s^*_{ij}\}$ [17,21,24].

Активные элементы, получающие в равновесии абсолютно оптимальное для себя количество ресурса, называются "диктаторами" или приоритетными [17,24]. Элементы, получившие ресурс в количестве, меньшем оптимального, называются проигравшими или неприоритетными.

Пусть имеются $N = 4$ активных элемента со следующими параметрами: $A_1 = 1, A_2 = 9, A_3 = 4, A_4 = 16, r_1 = R/5, r_2 = R/5, r_3 = 3R/10, r_4 = R/2$. Вычисляем: $s_1^* = R/10, s_2^* = 3R/10, s_3^* = R/5, s_4^* = 2R/5$ и находим количество ресурса, получаемого АЭ в равновесии: $x_1^* = 4R/35$, $x_2^* = R/5$, $x_3^* = 8R/35$, $x_4^* = 16R/35$. Видно, что приоритетным является второй АЭ, остальные АЭ получили строго меньшее, чем желаемое, количество ресурса.

Рассмотрим теперь трехуровневую АС, в которой в первую подсистему входят первый и второй АЭ, а во вторую – третий и четвертый, причем на всех уровнях используется механизм обратных приоритетов. Будем рассматривать подсистемы как один АЭ, параметры которого определяются по параметрам АЭ следующим образом:

$$S_j = \sum_{i=1}^{2} s_{ij}, \ r_j = \sum_{i=1}^{2} r_{ij}, \ A_j = \{ \sum_{i=1}^{2} \sqrt{A_{ij}} \}^2.$$

Содержательные интерпретации такого представления очевидны.

Использование механизма обратных приоритетов при распределении ресурса между подсистемами приводит к: $X_1^* = 2R/5$, $X_2^* = 3R/5$. Распределяя ресурс в подсистемах, опять же, в соответствии с принципом обратных приоритетов, получаем: $x_1^* = R/5$, $x_2^* = R/5$, $x_3^* = R/5$, $x_4^* = 2R/5$. Итак, равновесное распределение отличается от имевшего место в двухуровневой АС, причем значение функции предпочтения первого АЭ достигло абсолютного максимума "за счет" уменьшения количества ресурса, получаемого третьим и четвертым АЭ.

Попробуем перегруппировать АЭ – в первую подсистему включим первый и четвертый АЭ, а во вторую подсистему – второй и третий. Получаем: $X_1^* = R/2$, $X_2^* = R/2$. Распределяя ресурс в подсистемах в соответствии с принципом обратных приоритетов, получаем: $x_1^* = R/10$, $x_2^* = R/5$, $x_3^* = 3R/10$, $x_4^* = 2R/5$.

Во всех трех рассмотренных случаях второй АЭ получал оптимальное для себя количество ресурса. В третьем случае максимум получил третий АЭ "за счет" первого. С точки зрения четвертого АЭ децентрализация не улучшает его положение.

В рассматриваемом примере децентрализации мы фиксировали функции агрегирования, выбрав, в частности, $A_j = \{ \sum_{i=1}^{2} \sqrt{A_{ij}} \}^2$. Попробуем для фиксированных принципов обратных приоритетов, используемых в подсистемах, сконструировать механизм обратных приоритетов в метасистеме, то есть найти приоритеты подсистем A^1, A^2, такие, чтобы при некотором фиксированном разбиении АЭ на подсистемы трехуровневый механизм был эквивалентен исходному двухуровневому. Пусть первая подсистема включает первый и второй АЭ, вторая – третий и четвертый. Тогда из определения равновесных заявок получаем, что A^1 и A^2 должны одновременно удовлетворять двум равенствам:

$$\frac{\sqrt{A_1}}{\sqrt{A_1}+\sqrt{A_2}}\ R = \frac{3}{10} R,\quad \frac{\sqrt{A_2}}{\sqrt{A_1}+\sqrt{A_2}}\ R = \frac{3}{5} R,$$

что, очевидно, невозможно.

Другими словами, для данного разбиение АЭ на подсистемы не существует функции агрегирования приоритетов, такой, чтобы при использовании на всех уровнях механизмов обратных приоритетов при условии, что потребности АЭ и их заявки суммируются по подсистемам, равновесное распределение ресурса было таким же, что и в децентрализуемой АС. Следовательно, механизмы обратных приоритетов не допускают произвольную децентрализацию (так как указано разбиение, при котором эквивалентного механизма обратных приоритетов не существует).

Однако, механизмы обратных приоритетов допускают идеальное агрегирование. Для того, чтобы доказать это утверждение предъявим разбиение АЭ на подсистемы и механизм обратных приоритетов, эквивалентный исходному (для данного разбиения).

Алгоритм определения разбиения, допускающего идеальное агрегирование (существование в соответствующей трехуровневой АС механизма, эквивалентного механизму в двухуровневой АС) достаточно прост: в при фиксированных идеальных точках *в одну и ту же подсистему не должны входить одновременно приоритетные и неприоритетные АЭ.* Отметим, что на сегодняшний день приведенный принцип децентрализации справедлив (то есть формально обоснован) только лишь для класса механизмов обратных приоритетов.

Для рассматриваемого примера приоритетным является второй АЭ. Поэтому осуществим разбиение на подсистемы следующим образом: в первую подсистему включим единственный приоритетный АЭ, а во вторую – все остальные (неприоритетные – первый, третий и четвертый). Легко подсчитать, что в этом случае, агрегируя заявки и приоритеты описанным выше способом, получаем распределение ресурса: $X_1^* = R/5$, $X_2^* = 4R/5$ по подсистемам, и следующее распределение ресурса внутри подсистем :$x_1^* = 4R/35$, $x_2^* = R/5$, $x_3^* = 8R/35$, $x_4^* = 16R/35$, которое совпадает с распределением ресурса в децентрализуемой двухуровневой активной системе.

Отметим, что возможность разбиения АЭ на подсистемы, включающие только приоритетные и только неприоритетные АЭ подразумевает знание их истинных идеальных точек. Следовательно, прямой механизм (то есть такой механизм, в котором АЭ сообщают непосредственно свои идеальные точки) децентрализации должен включать в себя зависимость разбиения АЭ на подсистемы от их сообщений (см. также раздел 2.4). Вопросы манипулируемости и эффективности механизмов обратных приоритетов (см. результаты исследования этих их свойств для двухуровневых АС в [17,24]) при описанной децентрализации остаются открытыми. •

Следует обратить особое внимание на тот факт, что в децентрализованной АС равновесное распределение ресурса зависит от способа разбиения АЭ по подсистемам. Следовательно, с точки зрения эффективности управления центру целесообразно решать также задачу синтеза структуры – какие АЭ следует включать в те или иные подсистемы. В качестве гипотезы можно выдвинуть предположение, что децентрализация, совместно с целенаправленным выбором структуры АС, может оказаться достаточно эффективной для конкурсных механизмов [17,21].

Таким образом, механизмы обратных приоритетов не допускают произвольной децентрализации в классе механизмов обратных приоритетов (когда и в подсистемах, и в метасистеме используются механизмы обратных приоритетов). Быть может, усложнение иерархии окажется выгодным, если на разных уровнях (в подсистемах и в метасистеме) используются различные принципы распределения ресурса. В общем случае эта задача требует дальнейших исследований.

Следовательно, задача произвольной децентрализации имеет место и в механизмах распределения ресурса. Как было показано выше, широко распространенный класс механизмов обратных приоритетов не децентрализуем (но допускает идеальное агрегирование).

Обширным классом механизмов распределения ресурса, в котором идеальное агрегирование возможно, являются анонимные механизмы. Напомним, что анонимным механизмом называется механизм, симметричный относительно перестановок АЭ [16,73,126], то есть такой механизм, в котором любая перестановка АЭ не изменяет назначаемых планов. Для механизмов распределения ресурса это означает, что в анонимном механизме множества возможных сообщений АЭ одинаковы: $W_{ij} = [0;D]$, а процедура планирования симметрична по заявкам АЭ. Следует отметить, что анонимность механизма вовсе не подразумевает идентичности активных элементов. Сами АЭ могут различаться сколь угодно сильно – единственным (и достаточно демократическим) требованием, предъявляемым к анонимному механизму планирования, является симметричность процедуры планирования.

Интуитивно понятно, что так как в анонимных механизмах АЭ "равноправны", то, скорее всего, их можно группировать (по подсистемам в процессе децентрализации) произвольным образом. Сформулируем корректно это качественное предположение, приведя в явном виде алгоритм децентрализации любой анонимной процедуры планирования.

Теорема 2.3.1. Любой анонимный механизм распределения ресурса допускает произвольную децентрализацию.

Для того, чтобы доказать утверждение теоремы, докажем ряд простых лемм.

Лемма 2.3.2. Любой анонимный механизм распределения ресурса в двухуровневой активной системе эквивалентен механизму пропорционального распределения:

$$(2.3.1)\quad x_{ij}(s) = \frac{s_{ij}}{\sum_{i,j} s_{ij}} R.$$

Справедливость леммы 2.3.1 следует из того факта, что все анонимные механизмы эквивалентны (в [16] доказано, что любой анонимный механизм эквивалентен механизму последовательного распределения ресурса [126]), а механизм пропорционального распределения (2.3.1) является анонимным [16,17,137].

Лемма 2.3.3. Для любого механизма пропорционального распределения ресурса в трехуровневой АС существует эквивалентный механизм пропорционального распределения в двухуровневой АС, и наоборот.

Справедливость утверждения леммы 2.3.3 следует из следующей цепочки равенств: если $X_j(S) = \frac{S_j}{\sum_{j=1}^{n} S_j} R$, где $S_j = \sum_i s_{ij}$, то

$$(2.3.2)\ x_{ij}(s) = \frac{s_{ij}}{\sum_{i=1}^{n_j} s_{ij}} X_j(S) = \frac{s_{ij}}{\sum_{i=1}^{n_j} s_{ij}} \frac{S_j}{\sum_{j=1}^{n} S_j} R = \frac{s_{ij}}{\sum_{i,j} s_{ij}} R.$$

Качественно, в механизме пропорционального распределения существенным оказывается его "аддитивность", что совместно с аддитивностью агрегирования приводит к выполнению (2.3.2). Отметим, что равенства типа (2.3.2) имеют место в АС с любым числом уровней иерархии и любым разбиением АЭ на подсистемы.

Следующее рассуждение доказывает справедливость теоремы 2.3.1. Пусть имеется некоторый анонимный механизм распределения ресурса в двухуровневой АС. По лемме 2.3.2 он эквивалентен механизму пропорционального распределения (2.3.1), для которого по лемме 2.3.3 можно построить АС с любым числом уровней иерархии и эквивалентным в силу (2.3.2) пропорциональным механизмом.

В обратную сторону, для любого анонимного механизма в многоуровневой АС можно построить эквивалентный анонимный механизм в двухуровневой АС, что доказывает справедливость утверждения теоремы. •

Результат теоремы 2.3.1 имеет чрезвычайно важное методологическое, теоретическое и практическое значение. Он выделяет класс механизмов распределения ресурса в многоуровневых активных системах не только допускающих идеальное агрегирование, но и обладающих рядом свойств инвариантности, которые могут быть использованы при решении других задач управления – определения информационной нагрузки, синтеза структуры и др. Кроме того, механизм пропорционального распределения, используемый при доказательстве теоремы 2.3.1, помимо своей простоты, обладает многими привлекательными свойствами – в том числе, он оптимален (имеет максимальную эффективность) в достаточно широком классе АС – см. [16,17] и раздел 2.5.

В то же время, следует признать, что, несмотря на то, что класс анонимных механизмов достаточно широк, задача идеального агрегирования для произвольных механизмов распределения ресурса требует дальнейших исследований.

Рассматриваемый в следующем разделе класс механизмов планирования свидетельствует, что произвольную децентрализацию допускают не только анонимные механизмы.

2.4. ДЕЦЕНТРАЛИЗАЦИЯ МЕХАНИЗМОВ ЭКСПЕРТИЗЫ

Под механизмом экспертизы в двухуровневой АС понимается следующая модель [17,25]. Имеются N АЭ – экспертов, каждый из которых имеет собственные представления r_{ij} Î $[d;D]$ Í Â^1 (идеальные точки, точки пика функций предпочтения АЭ) об оцениваемой скалярной величине и сообщает центру информацию s_{ij} Î $[d;D]$ о своих представлениях. Итоговое мнение x Î $[d;D]$ определяется в соответствии с процедурой планирования $p(s)$, то есть $x = p(s)$. Относительно процедуры планирования (принятия коллективного решения) будем предполагать, что она непрерывна, строго монотонно возрастает по всем переменным и удовлетворяет условию единогласия: " t Î $[d;D]$ $p(t, t, ..., t) = t$. Без потери общности можно положить $d = 0$, $D = 1$. Если предположить, что каждый из экспертов заинтересован в том, чтобы результат экспертизы – коллективное решение – был максимально близок к его истинному мнению, то в общем случае он может сообщать недостоверную информацию, искренне стремясь повлиять на результат в требуемую с его точки зрения сторону. Следовательно, возникает проблема манипулируемости механизма экспертизы.

В работе [17] доказано, что для любого механизма экспертизы, удовлетворяющего введенным выше предположениям, существует эквивалентный прямой (неманипулируемый) механизм, причем итоговое мнение в равновесии определяется совокупностью истинных мнений экспертов $r = \{r_{ij}\}$ и числами $w(p) = \{w_i(p)\}_{i=0}^{N}$, определяемыми следующим образом: если собственные представления всех экспертов различны и упорядочены в порядке возрастания, то

$$(2.4.1)\ w_k(p) = p\,(\underbrace{0, 0, \dots, 0}_{k}, \underbrace{1, 1, \dots, 1}_{N-k}),\ k = \overline{0, N}.$$

При этом равновесное итоговое мнение (коллективное решение) x^* определяется [17,24]:

$$(2.4.2)\ x^*(r, w(p)) = \max_{k=\overline{1,N}} \min\,(w_{k-1}, r_k).$$

Понятно, что последовательность $w(p)$ зависит от упорядочения идеальных точек экспертов. В общем случае существует 2^N разбиений вида

(2.4.1)[28], однако так как (2.4.2) является соответствующим механизму π прямым механизмом, все дальнейшие рассуждения мы будем проводить для некоторого фиксированного упорядочения (см. также результаты децентрализации механизмов обратных приоритетов, описанные в разделе 2.3).

Определим линейный механизм:

$$(2.4.3)\ p_L(s) = \sum_{k=1}^{N} a_k s_k ,$$

где $a_k \geq 0$, $\sum_{k=1}^{N} a_k = 1$. Последовательность $w(p)$ для линейного механизма имеет вид[29]:

$$(2.4.4)\ w_k(p_L) = 1 - \sum_{i=1}^{k} a_i ,\ k = \overline{1, N} ,\ w_0(p_L) = 1.$$

Рассмотрим механизм экспертизы в трехуровневой активной системе, который определяется $(n+1)$ двухуровневыми механизмами: $P(S)$ и $\{p_j(s_j)\}$, причем $S_j = p_j(s_j)$, то есть в качестве функций агрегирования выступают сами процедуры принятия коллективных решений в подсистемах.

<u>Теорема 2.4.1.</u> Любой механизм экспертизы в многоуровневой активной системе допускает произвольную децентрализацию.

Для того, чтобы доказать утверждение теоремы, докажем справедливость для любого упорядочения идеальных точек экспертов ряда простых лемм.

<u>Лемма 2.4.2.</u> Для любого механизма экспертизы в двухуровневой АС существует эквивалентный линейный механизм экспертизы.

Эквивалентным данному механизмом планирования называется такой механизм, в котором при любых идеальных точках АЭ равновесные планы совпадают с равновесными планами в исходном механизме. Пусть имеется некоторый механизм экспертизы $p(\cdot)$ в двухуровневой АС. Вычислим для него в соответствии с (2.4.1) последовательность $w(p)$, соот-

---

[28] *Следует отметить, что, если механизм экспертизы является анонимным, то разбиение (2.4.1) единственно и не зависит от упорядочений истинных мнений экспертов.*

[29] *Очевидно, у любого анонимного механизма последовательность $w(p)$ разбивает $[0;1]$ на N равных частей, в частности – у анонимного линейного механизма экспертизы $a_i = 1/N$.*

ветствующую упорядочению идеальных точек. По данной последовательности $w(p)$ вычислим N чисел $\{a_k\}$:

(2.4.5) $a_k = w_{k-1} - w_k$, $k = \overline{1, N}$,

которые однозначно определяют некоторый линейный механизм экспертизы.

У исходного механизма экспертизы и у построенного линейного механизма в силу (2.4.4) одна и та же последовательность $\{w_k\}$. Значит, из (2.4.2) следует, что для любых идеальных точек АЭ $\{r_{ij}\}$ в обоих механизмах коллективные решения одинаковы. •

Отметим конструктивный характер доказательства леммы 2.4.2, которое содержит алгоритм (2.4.5) построения эквивалентного линейного механизма экспертизы.

Лемма 2.4.3. а) любой механизм вида (2.4.3), являющийся механизмом экспертизы, удовлетворяет $a_k > 0$, $k = \overline{1, N}$; б) для любого механизма экспертизы все элементы последовательности $w(p)$, определяемой (2.4.1), различны.

Справедливость утверждения леммы 2.4.3 следует из того, что, согласно введенным выше предположениям процедура планирования в механизме экспертизы должна быть непрерывна и строго монотонна по всем переменным. •

Лемма 2.4.4. Для любого линейного механизма экспертизы в двухуровневой АС существует эквивалентный линейный механизм экспертизы в трехуровневой АС и наоборот (то есть линейный механизм экспертизы допускает произвольную децентрализацию).

Пусть имеется линейный механизм экспертизы в трехуровневой АС. Тогда:

(2.4.6) $X_j = \sum_{i=1}^{n_j} a_{ij} s_{ij}$.

Коллективное решение $x = \sum_{j=1}^{n} a_j X_j = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n_j} a_j a_{ij} s_{ij}$, то есть:

(2.4.7) $x = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n_j} b_{ij} s_{ij}$,

где $b_{ij} = a_j a_{ij}$.

Выражение (2.4.7) определяет эквивалентный линейный механизм экспертизы в двухуровневой АС.

Пусть теперь имеется линейный механизм экспертизы в двухуровневой АС, задаваемый числами $\{b_{ij}\}$. Разобьем экспертов на группы таким образом, чтобы в каждой подсистеме оказался хотя бы один эксперт, мнение которого учитывается с ненулевым весом, то есть разбиение на подсистемы должно удовлетворять: $" j = \overline{1,n}\ \sum_{i=1}^{n_j} b_{ij} > 0$. Такое разбиение в силу леммы 2.4.3 и (2.4.5) всегда возможно (более того, введенному условию удовлетворяет любое разбиение).

Вычислим

(2.4.8) $a_j = \sum_{i=1}^{n_j} b_{ij}$, $a_{ij} = b_{ij} / a_j$.

Выражение (2.4.8) определяет линейный механизм экспертизы в трехуровневой АС, эквивалентный исходному линейному механизму (легко проверить, что если условие нормировки выполнено в исходном механизме, то оно выполнено и для (2.4.8)). •

Если при определении механизма экспертизы отказаться от требований непрерывности и строгой монотонности процедуры планирования, то результаты леммы 2.4.4 и теоремы 2.4.1 останутся в силе при условии, что $" j = \overline{1,n}\ a_j > 0$ (при этом результат леммы 2.4.3 не требуется).

Объединяя результаты лемм 2.4.2 – 2.4.4, получаем результат теоремы 2.4.1. Действительно, для любого механизма экспертизы в двухуровневой АС в силу леммы 2.4.2 существует эквивалентный линейный механизм экспертизы, для которого в силу леммы 2.4.4, в свою очередь, существует эквивалентный линейный механизм экспертизы в трехуровневой АС. •

Отметим, во-первых, что доказательство теоремы 2.4.1 содержит алгоритм построения эквивалентного механизма. Во-вторых, напомним, что приведенные рассуждения следует отнести скорее к соответствующим прямым механизмам экспертизы, так как эквивалентный линейный механизм экспертизы строился с использованием последовательности $w(p)$, которая зависит от упорядочений идеальных точек экспертов. В-третьих, при переходе от двухуровневой к трехуровневой АС распределение АЭ между подсистемами может быть произвольным, что дает возможность, как и в анонимных механизмах распределения ресурса, решать задачи разбиения АЭ на подсистемы, то есть задачи распределения экспертов по группам. И, наконец, в-четвертых, следствием теоремы 2.4.1 и результатов, приведенных в [16,17,20,22], является вывод о том, что в многоуровневой АС для любого механизма экспертизы существует эквивалентный прямой (неманипулируемый) механизм.

Пример 2.4.1. Пусть имеются четыре эксперта, упорядоченных в порядке возрастания идеальных точек, и следующая (нелинейная) процедура принятия коллективного решения в двухуровневой АС:

(2.4.9) $x = p(s) = \sqrt{\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4} s_i^2}$.

В соответствии с (2.4.1) ищем последовательность $w(p)$: $w_0 = 1$, $w_1 = \sqrt{3}/2$, $w_2 = \sqrt{2}/2$, $w_3 = 1/2$, $w_4 = 0$. По известной последовательности $w(p)$ ищем по формуле (2.4.5) "веса" эквивалентного линейного механизма: $a_1 = (2-\sqrt{3})/2$, $a_2 = (\sqrt{3}-\sqrt{2})/2$, $a_3 = (\sqrt{2}-1)/2$, $a_4 = 1/2$.

Рассмотрим теперь трехуровневую АС, в которой в первую подсистему входят первый и второй эксперт, а во вторую – третий и четвертый. В соответствии с (2.4.8) находим: $b_1 = (2-\sqrt{2})/2$, $b_2 = \sqrt{2}/2$, $b_{11} = (2-\sqrt{3})/(2-\sqrt{2})$, $b_{21} = (\sqrt{3}-\sqrt{2})/(2-\sqrt{2})$, $b_{12} = (\sqrt{2}-1)/\sqrt{2}$, $b_{22} = \sqrt{2}/2$.

Итак, в трехуровневой АС эквивалентным исходному будет набор линейных механизмов с весами: $\{b_1, b_2\}$ – в метасистеме, $\{b_{11}, b_{21}\}$ – в первой подсистеме, $\{b_{12}, b_{22}\}$ – во второй подсистеме. •

2.5. ДЕЦЕНТРАЛИЗАЦИЯ МЕХАНИЗМОВ ОТКРЫТОГО УПРАВЛЕНИЯ С ВНУТРЕННИМИ ЦЕНАМИ

Классическим примером модели АС, в которой возможно идеальное агрегирование, ставшей, в частности поэтому, чрезвычайно популярной в экономико-математическом моделировании [10,15 и др.], является АС, в которой АЭ имеют функции затрат типа Кобба-Дугласа. В настоящем разделе приводится краткое описание механизмов открытого управления [15,22,24] сначала для двухуровневой АС, затем результаты обобщаются на случай трехуровневых систем.

Пусть в двухуровневой АС функция затрат i-го АЭ: $c_i(y_i, r_i) = \frac{1}{a} y_i^a r_i^{1-a}$, a ³ 1, $r_i > 0$. Предположим, что задача центра заключается в побуждении коллектива АЭ выбрать набор действий, сумма которых равна заданной величине R (содержательные интерпретации см. ниже). Пусть центр устанавливает цену l, тогда целевая функция i-го АЭ равна разности между доходом $l\, y_i$ и затратами:

(2.5.1) $f_i(y_i,r_i) = l\ y_i - c_i(y_i,r_i)$.

Решая задачу минимизации суммарных затрат активных элементов выбором $(\{x_i\},\ l)$ при условии $x_i = \mathrm{Arg} \max\limits_{y_i \in A_i} f_i(y_i, r_i)$ и ограничении $\sum\limits_i x_i = R$, получаем:

(2.5.2) $x_i(R,r) = \dfrac{r_i}{W} R,\ l(R, r) = (R / W)^{a-1}$,

где $W = \sum\limits_i r_i$, $r = (r_1, r_2, ..., r_N)$.

Решение (2.5.2) минимизирует суммарные затраты АЭ при заданном ограничении на сумму действий АЭ, то есть обеспечивает достижение АЭ кооперативного (Парето оптимального) равновесия (см. раздел 1.5).

Рассматриваемая формальная модель имеет множество содержательных интерпретаций. В том числе: распределение объемов работ в коллективе (λ – ставка оплаты) [81], распределение ресурса с ценой за ресурс λ [17], распределение заказов в объединении (l – внутрифирменная цена) [7], компенсационные механизмы в оперативном управлении проектами и промышленным производством (l – ставка оплаты за сокращение времени операций) [25] и др. Общим является наличие единой для всех АЭ цены.

Решение (2.5.2) было получено в предположении, что центру известны коэффициенты $\{r_i\}$ функций затрат АЭ. Если эти коэффициенты ему неизвестны и сообщаются элементами, то возникает задача манипулируемости [20,22,24] используемого механизма планирования.

Уникальностью рассматриваемой модели является то, что для нее существует эквивалентный прямой механизм, то есть механизм открытого управления (неманипулируемый), в котором при определенных условиях (см. ниже и [15,17]) сообщение достоверной информации является доминантной стратегией каждого активного элемента.

Обоснуем последнее утверждение. Для этого предположим, что АЭ сообщают центру оценки $\{s_i\}$ параметров функций затрат, а центр использует следующий механизм планирования (механизм открытого управления – выбора планов и цены):

(2.5.3) $\sum\limits_i x_i(s, l) = R$,

(2.5.4) $x_i(s, l) = \arg \max\limits_{y_i \in A_i} \{\ l(s)\ y_i - c_i(y_i,s_i)\}$.

Содержательно, центр подставляет в целевые функции АЭ сообщенные ими оценки (принимая их за истинные) и назначает АЭ наиболее выгодные для них при этих оценках планы (условие (2.5.4) называется условием совершенного согласования (УСС)). Параметр l выбирается таким образом, чтобы планы $x_i(s, l)$ удовлетворяли балансовому ограничению (2.5.3).

Решение задачи (2.5.3)-(2.5.4) (механизм внутренних цен) имеет вид:

(2.5.5) $x_i(R,s) = \dfrac{s_i}{V} R,\ l(R,s) = (R / V)^{a-1}$,

где $V = \sum_i s_i$, $s = (s_1, s_2, ..., s_N)$. Отметим чрезвычайно важную для дальнейшего анализа схожесть выражений (2.5.5) и (2.5.2).

Если выполнена гипотеза слабого влияния (ГСВ – при достаточно большом числе АЭ влияние сообщения конкретного АЭ на общее управление $l(R,s)$ мало [15,22,20,28,75]), то, подставляя (2.5.5) в (2.5.1), находим, что при любых сообщениях остальных АЭ максимум целевой функции i-го АЭ по его сообщению достигается при $s_i = r_i$, то есть при ГСВ сообщение достоверной информации является доминантной стратегией каждого активного элемента [15,17].

Отметим, что в ряде частных случаев выполнения гипотезы слабого влияния не требуется Так, например, в механизмах внутрифирменного управления, если в целевой функции подразделения ее прибыль нормируется на сумму прибылей всех подразделений, то цена $l(R,s)$, входящая и в числитель, и в знаменатель, сокращается [7]. Другим примером "борьбы" с требованием слабого влияния является использование обобщенных оценок [15] и др.

Механизм внутренних цен (2.5.5) достаточно уникален. Во-первых, он является неманипулируемым механизмом (механизмом открытого управления), имеющим ту же эффективность, что и механизм (2.5.2) в условиях полной информированности. Во-вторых, он минимизирует суммарные затраты АЭ на выполнение общего планового задания. И, наконец, в-третьих, он допускает произвольную децентрализацию. Докажем последнее утверждение конструктивно, указав процедуры планирования и агрегирования в соответствующей трехуровневой активной системе.

Предположим сначала, что имеет место случай полной информированности. Обозначим цены в метасистеме и подсистемах, соответственно:
(2.5.6) $l = (R / W)^{a-1}$, $l_j = (X_j / W_j)^{a-1}$,

где $W = \sum_{i,j} r_{ij}$, $W_j = \sum_i r_{ij}$, X_j – плановое задание j-ой подсистемы. Пусть планы подсистемам и внутри подсистем назначаются в соответствии со следующей процедурой:

(2.5.7) $X_j = \frac{W_j}{W} R$, $x_{ij} = \frac{r_{ij}}{W_j} X_j$.

Из (2.5.6)-(2.5.7) следует, во-первых, что цены в подсистемах и в метасистеме одинаковы: $'' \; j = \overline{1,n} \;\; l_j = l$, а, во-вторых, что план каждого АЭ совпадает с планом, назначаемым ему в соответствующей двухуровневой АС, то есть:

(2.5.8) $x_{ij} = \frac{r_{ij}}{W} R$,

что совпадает с (2.5.2).

Следовательно каждая подсистема может рассматриваться как один элемент, действием которого является сумма действий входящих в нее АЭ, имеющий функцию затрат типа Кобба-Дугласа с параметром, равным сумме параметров соответствующих АЭ:

(2.5.9) $Y_j = \sum_i y_{ij}$, $c_j(Y_j) = \frac{1}{a} \; Y_j^a \, W_j^{1-a}$.

Итак, промежуточный центр имеет целевую функцию:

(2.5.10) $F_j(Y_j, W_j) = l \; Y_j - \frac{1}{a} \; Y_j^a \, W_j^{1-a}$,

где

(2.5.11) $W_j = \sum_i r_{ij}$, $Y_j = \sum_i y_{ij}$,

а целевая функция центра верхнего уровня равна:

(2.5.12) $F(Y, W) = l \; Y - \frac{1}{a} \; Y^a \, W^{1-a}$,

где

(2.5.13) $Y = \sum_{i,j} y_{ij}$, $W = \sum_{i,j} r_{ij}$.

Анализ выражений (2.5.1), (2.5.10) и (2.5.12) свидетельствует, что механизм (2.5.2) допускает идеальное агрегирование в виде (2.5.6), (2.5.7), причем процедуры агрегирования задаются (2.5.11) и (2.5.13).

Более того, во-первых, так как (2.5.8) совпадает с (2.5.2), то в случае неполной информированности для построенного механизма планирования в трехуровневой АС существует эквивалентный levelманипулируемый механизм (механизм открытого управления). Во-вторых, так как при переходе от двухуровневой АС к соответствующей трехуровневой не оговаривалось разбиение АЭ на подсистемы, то рассматриваемый механизм допускает не только идеальное агрегирование, но и произвольную децентрализацию. Таким образом, мы доказали следующую теорему.

Теорема 2.5.1. Если АЭ имеют функции затрат типа Кобба-Дугласа, то механизм открытого управления с внутренними ценами допускает произвольную децентрализацию.

Следствие. Результат теоремы 2.5.1 может быть усилен, то есть обобщен на случай, когда функции затрат активных элементов имеют вид $c_i(y_i,r_i) = r_i\, j\, (\frac{y_i}{r_i})$, где $j(\cdot)$ – гладкая монотонно возрастающая выпуклая функция (см. также раздел 1.7). При этом цена за ресурс определяется следующим выражением: $l(R, s) = j'(R/V)$ (ср. с (2.5.5)), а оптимальные планы – по-прежнему выражением (2.5.5).

Отметим, что возможность идеального агрегирования в рассматриваемой модели обусловлена видом функций затрат АЭ и процедур планирования. Для произвольных функций затрат АЭ полученные результаты в общем случае не имеют места.

Следует также напомнить, что неманипулируемость построенных механизмов планирования обоснована для случая, когда справедлива гипотеза слабого влияния. Понятно, что с ростом числа АЭ условия для выполнения ГСВ не ухудшаются. Поэтому, так как агрегирование идеально, то можно утверждать, что объединение подсистем в рамках метасистемы (расширение элементного состава АС) в рассматриваемой модели не приведет к снижению эффективности управления и, быть может, снизит привлекательность манипулирования информацией со стороны АЭ. Последний вывод представляется достаточно важным, так как неманипулируемость механизмов планирования (оптимальность механизмов открытого управления) во многих случаях требует выполнения ГСВ (см. унифицированные пропорциональные системы стимулирования в разделе 1.7, а также [17,22,24,28,109 и др.]).

В заключение настоящего раздела исследуем эффективность рассматриваемого выше механизма открытого управления с внутренними ценами.

До сих пор мы считали, что целевая функция центра определяется доходом от выполненных работ суммарным объемом R (при постоянном объеме доход постоянен) и суммарными затратами АЭ по выполнению этих работ. Механизмы (2.5.2), (2.5.5) и (2.5.7) минимизируют суммарные затраты активных элементов при условии, что центр назначает единую для всех АЭ цену. Если центр имеет собственные интересы, заключающиеся наряду с выполнением заданного объема работ в минимизации суммарных выплат активным элементам, то механизм с внутренними ценами может рассматриваться не только как механизм планирования, но и как механизм стимулирования L-типа, в котором вознаграждение АЭ пропорционально его действию. Коэффициент пропорциональности при этом является ценой – например – ставкой зарплаты (см. [81] и содержательные интерпретации выше).

Известно, что при монотонных непрерывных функциях затрат пропорциональные системы стимулирования (L-типа) не эффективны. В частности, если АЭ имеют функции затрат типа Кобба-Дугласа, то оптимальные квазикомпенсаторные механизмы стимулирования (QK-типа) имеют строго большую эффективность, чем пропорциональные (см. [22,24,81] и первую главу настоящей работы). Проиллюстрируем это утверждение.

Минимальные затраты на стимулирование $J(x)$ по реализации вектора действий x Î A системой стимулирования QK-типа (см. (1.3.4)) равны $J_{QK}(x) = \sum_{i=1}^{N} c_i(x_i)$. При использовании системы стимулирования L-типа эти затраты определяются следующим образом: $J_L(x) = l \sum_{i=1}^{N} x_i^*$, где x_i^* удовлетворяет (2.5.2).

Отношение

(2.5.14) $J_L(x) / J_{QK}(x) = a$ ³ 1

не зависит от вектора действий и показывает во сколько раз центр "переплачивает" АЭ, используя единую внутреннюю цену, по сравнению с минимально необходимыми для реализации заданного вектора действий затратами на стимулирование. Следовательно, хотелось бы найти механизм управления (стимулирования, планирования), для которого, как и для механизма с внутренней ценой, существовал бы эквивалентный механизм открытого управления (обеспечивающий неманипулируемость в случае неполной информированности центра о моделях АЭ), но который имел бы большую – желательно такую же или "почти" такую же, как и у оптимального квазикомпенсаторного механизма стимулирования – эффективность.

Такой механизм существует. Пусть центр использует в условиях полной информированности следующий механизм управления (назовем его В-типа):

(2.5.15) $s_i(y_i,r_i) = \frac{l}{g}\ y_i^g\ r_i^{1-g},\ g$ ³ $1,$

тогда целевая функция АЭ имеет вид (ср. с (2.5.1)):

(2.5.16) $f_i(y_i,r_i) = s_i(y_i,r_i) - c_i(y_i,r_i).$

<u>Теорема 2.5.2.[30]</u> Если АЭ имеют функции затрат типа Кобба-Дугласа и $g = a\text{-}d$, где $d > 0$, то:

а) механизм (2.5.15) ε-оптимален, где

(2.5.17) e » $d\,/\,(a\text{-}d)$;

б) в рамках ГСВ для механизма (2.5.15) существует эквивалентный механизм открытого управления.

Решая задачу условной оптимизации, получаем:

(2.5.18) $l = (\frac{R}{W})^d\ ,\ x_i^* = \frac{r_i}{W}\ R.$

Следовательно,

(2.5.19) $J_B(x)\ /\ J_{QK}(x) = \frac{a}{a-d} \xrightarrow[d \to 0]{} 1.$

Пункт а) теоремы доказан. Докажем неманипулируемость механизма (2.5.15). Если центр использует механизм открытого управления (см. (2.5.3), (2.5.4)), то:

(2.5.20) $x_i(R,s) = \frac{s_i}{V}\ R,\ l(R,s) = (R\,/\,V)^d.$

Подставляя (2.5.20) в (2.5.15) убеждаемся, что в рамках ГСВ сообщение достоверной информации – доминантная стратегия каждого АЭ. •

По аналогии с доказательством теоремы 2.5.1 (ср. (2.5.15), (2.5.20) и (2.5.5), (2.5.7)) можно доказать, что механизм В-типа допускает произвольную децентрализацию. Таким образом, справедливо следующее утверждение.

<u>Теорема 2.5.3.</u> Если АЭ имеют функции затрат типа Кобба-Дугласа, то механизм управления В-типа допускает произвольную децентрализацию.

Следствием теоремы 2.5.2 и теоремы 2.5.3 является вывод о том, что механизмы В-типа при управлении многоуровневыми АС e-оптимальны в условиях неполной информированности и для них существуют эквивалентные прямые (неманипулируемые) механизмы.

---

[30] *Теорема 2.5.2 сформулирована и доказана В.Н.Бурковым.*

2.6. ДЕЦЕНТРАЛИЗАЦИЯ МЕХАНИЗМОВ СТРАХОВАНИЯ

Материал данного раздела иллюстрирует возможность децентрализации не только механизмов с сообщением информации, но и некоторых прикладных механизмов управления, таких как механизмы страхования и перестрахования.

Рассмотрим следующую модель механизма страхования. Пусть имеется страховщик – центр и N страхователей – активных элементов. В отсутствии страхового случая i-ый АЭ получает доход $z_i \geq 0$. Если наступает общий для всех АЭ страховой случай, то доход каждого из АЭ равен нулю. Обозначим $p \in [0;1]$ – вероятность наступления страхового случая, $u_i(z_i)$ – функцию полезности i-го АЭ, относительно которой будем предполагать, что она является непрерывной вогнутой функцией, значение которой в нуле равно нулю. Содержательно, тот факт, что страховой случай является общим для группы АЭ соответствует ситуации, в которой некоторое неблагоприятное событие (например, природная или техногенная катастрофа, изменение политической обстановки и т.д.) затрагивает интересы одновременно всех страхователей. Понятно, что такое представление является достаточно частным, и в общем случае существует множество потенциально неблагоприятных ситуаций, каждая из которых может влиять на условия функционирования различных групп страхователей.

Таким образом, ожидаемый доход АЭ в отсутствии страхования равен: $Ez_i = (1 - p)\, z_i$ (E – знак математического ожидания). Ожидаемая полезность АЭ в отсутствии страхования равна:

(2.6.1) $Eu_i(z_i) = (1 - p)\, u_i(z_i)$.

Неотрицательная (в силу вогнутости функции полезности АЭ) величина $\Delta u_i = u_i(Ez_i) - Eu_i(z_i)$ называется премией за риск [25,90,131] (см. рис. 5).

Обозначим r_i – страховой взнос, выплачиваемый активным элементом центру, h_i – страховое возмещение, выплачиваемое центром элементу при наступлении страхового случая, то есть рассматриваемый механизм может интерпретироваться как система предельного страхового обеспечения [90].

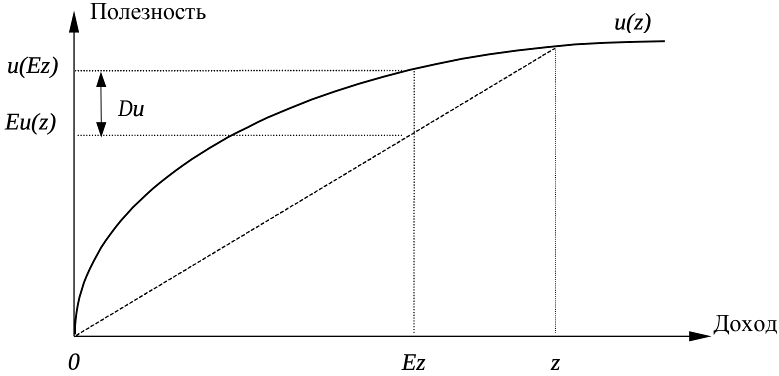

Рис. 5. Функция полезности страхователя

Ожидаемый доход АЭ при страховании равен (символ "˜" соответствует величинам в случае страхования) $E\tilde{z}_i = (1 - p)\, z_i + p\, h_i - r_i$, а ожидаемая полезность:

(2.6.2) $Eu_i(\tilde{z}_i) = p\, u_i(h_i - r_i) + (1 - p)\, u_i(z_i - r_i)$.

Заключение страхового контракта выгодно для АЭ, если его ожидаемая полезность в случае страхования не ниже, чем при его отсутствии, то есть:

(2.6.3) $Eu_i(\tilde{z}_i) \geq Eu_i(z_i)$.

Если страховщик (центр) нейтрален к риску, то есть имеет линейную функцию полезности $U(\cdot)$, то его ожидаемая полезность равна

(2.6.4) $EU(z) = \sum_{i=1}^{N} [r_i - p\, h_i]$,

где $z = (z_1, z_2, \ldots, z_N)$.

Допустимым называется такой страховой контракт, определяемый кортежем $(\{r_i\};\ \{h_i\})$, заключение которого выгодно как центру, так и всем активным элементам [25]. Множество допустимых страховых контрактов определяется совместно условиями (2.6.3) и $EU(z) \geq 0$.

Выражение (2.6.4) и введенные условия допустимости соответствуют ситуации, в которой без заключения страхового контракта страховщик имеет нулевую полезность. Если ожидаемая полезность страховщика без заключения страхового контракта равна U_0, то условия допустимости контракта для центра примут вид: $EU(z) \geq U_0$.

Пусть и страховой взнос, и страховое возмещение пропорциональны доходу АЭ, причем коэффициенты пропорциональности одинаковы для всех страхователей:

(2.6.5) $r_i = a\, z_i$, $h_i = b\, z_i$, $a, b \in [0;1]$.

Тогда страховой контракт однозначно определяется $\{a, b\}$. Подставляя (2.6.5) в (2.6.4), из условия $EU(z) \geq 0$, то есть

(2.6.6) $(a - p\, b)\, Z \geq 0$,

где $Z = \sum_{i=1}^{N} z_i$ получаем, что $a \geq p\, b$. Подставляя (2.6.5) в (2.6.3) и исследуя зависимость ожидаемых полезностей АЭ от a, получаем, что независимо от номера АЭ, при $a \in [0;p]$ ожидаемая полезность страхователя в случае заключения страхового контракта не ниже, чем в отсутствии страхования. Таким образом, доказана справедливость следующего утверждения.

Лемма 2.6.1. Достаточным условием допустимости страхового контракта является следующая система неравенств:

(2.6.7) $0 \leq a \leq p$,

(2.6.8) $0 \leq b \leq a / p$.

Приведем ряд содержательных интерпретаций. Взаимовыгодность страхования для обеих сторон (страхователя и страховщика) обусловлена различиями в их восприятии риска [25,27,131]. Нейтральный к риску страховщик безразличен между гарантированным получением некоторого дохода и участием в лотерее с тем же ожидаемым доходом, в то время как несклонный к риску страхователь предпочтет гарантированно получить величину дохода, меньшую его математического ожидания. Перераспределение риска (максимальная величина перераспределяемой ожидаемой полезности ограничена для АЭ сверху премией за риск) при этом оказывается выгодным всем участникам. Понятно также, что перераспределение риска (ожидаемого дохода) между нейтральными к риску агентами не имеет смысла – точнее между ними возможно любое перераспределение дохода, не изменяющее ожидаемых полезностей, которые при линейной функции полезности совпадают с суммарными (ожидаемыми) доходами. Поэтому, если в многоуровневой АС и центр, и центры промежуточного уровня являются нейтральными к риску, то между ними допустимо любое перераспределение риска, в том числе – любое разбиение АЭ на подсистемы. Результат теоремы 2.6.1 формализует приведенные качественные рассуждения.

Теорема 2.6.1. Если страховщик нейтрален к риску то любой механизм страхования, удовлетворяющий (2.6.2)-(2.6.4)-(2.6.5)-(2.6.7), допускает произвольную децентрализацию.

Доказательство теоремы 2.6.1 тривиально. Идея заключается в следующем: так как все страховщики нейтральны к риску, а механизм, удовлетворяющий введенным предположениям, в силу леммы 2.6.1 является допустимым (в том числе – выгодным для всех страхователей), то введение любого числа страховщиков и подчинение им любых страхователей не нарушает условия выгодности контракта для страховщиков (см. (2.6.6)).

Более подробно, обозначим $Z_j = \sum_{i=1}^{n_j} z_{ij}$, где z_{ij} – доход i-го АЭ j-ой подсистемы. Условие (2.6.7) выгодности страхового контракта для произвольного АЭ включает только параметры a и b самого контракта и не зависит от того, с каким из страховщиков заключен контракт. Условие выгодности контракта для j-го страховщика (промежуточного центра) имеет вид:

(2.6.9) $(a - p\, b)\, Z_j$ ³ 0

и выполняется всегда, когда выполнено (6).

Отметим, что из (2.6.5), (2.6.6) и (2.6.9) следует, что $EU = \sum_{i=1}^{N} EU_j$, то есть в трехуровневой АС сумма ожидаемых полезностей нейтральных к риску центров промежуточного уровня равна ожидаемой полезности нейтрального к риску центра в децентрализуемой двухуровневой АС.

Покажем, что любые контракты в рамках метасистемы (страховые контракты между нейтральными к риску промежуточными центрами и нейтральным к риску центром), уравнивающие ожидаемые доходы, то есть контракты перестрахования [27,90], являются допустимыми, то есть взаимовыгодными для участников метасистемы. Пусть h_j – страховой взнос j-го центра центру; r_j – страховое возмещение, выплачиваемое центром j-му центру при наступлении страхового случая; U_{j0} – ожидаемая полезность j-го центра без заключения контракта с центром. Тогда ожидаемая полезность j-го центра при заключении контракта перестрахования равна:

(2.6.10) $EU_j = U_{j0} - r_j + p\, h_j$,

а ожидаемая полезность центра в этом случае равна:

$$(2.6.11)\ EU = \sum_{j=1}^{n} [p\, h_j - r_j].$$

Очевидно, что, например, условие баланса ожидаемых выплат между участниками подсистемы:

$$(2.6.12)\ \forall\, j = \overline{1,n}\ \ \frac{r_j}{h_j} = p$$

является достаточным условием допустимости контракта в подсистеме. Теорема доказана. •

Таким образом, в рассматриваемой модели в случае нейтральных к риску страховщиков любой взаимовыгодный механизм страхования допускает произвольную децентрализацию. Качественно, выявленное свойство является следствием линейности функций полезности страховщиков и перестрахователя (центра). Легко показать, что свойство децентрализуемости имеет место и для склонного к риску страховщика (что, правда, представляется достаточно экзотическим случаем). Сложнее дело обстоит когда страховщик, как и страхователи, несклонен к риску. Поэтому исследуем эту ситуацию более подробно.

Пусть имеется один страховщик – центр – и N страхователей АЭ. Пусть функция полезности центра $U(\cdot)$ – непрерывная и вогнутая, то есть центр не склонен к риску (в предельном случае – нейтрален[31]). Ожидаемая полезность страховщика:

$$(2.6.13)\ EU(z) = (1\text{-}p)\ U(\sum_{i=1}^{N} r_i) + p\ U(\sum_{i=1}^{N} [r_i\text{-}h_i]) =$$

$$= (1\text{-}p)\ U(aZ) + p\ U((a\text{-}b)Z).$$

Условие выгодности страхового контракта для центра имеет вид: $EU(z) \geq 0$, то есть предполагается, что отказавшись от заключения контракта страховщик имеет нулевую полезность. Следующий результат устанавливает взаимосвязь между условиями допустимости контракта и множеством страхователей при условии, что и страхователи, и страховщик в общем случае не склонны к риску.

Лемма 2.6.3. Если при некотором наборе страхователей страховой контракт с параметрами $\{a;b\}$ является допустимым в смысле леммы 2.6.1, то контракт с теми же параметрами является допустимым и при любом множестве страхователей, включающем исходное.

---

[31] *Нейтральность к риску* (*линейность функции полезности*) *является частным – "предельным" – случаем несклонности к риску, которой соответствуют вогнутые функции полезности* [*25,131*].

При фиксированных параметрах страхового контракта ожидаемая полезность страховщика (2.6.13) является неубывающей функцией Z (что легко проверить, вычислив производную и воспользовавшись вогнутостью функции полезности и условием (2.6.8)). Добавление к исходному множеству страхователей новых активных элементов не уменьшает величину их суммарного дохода. Поэтому расширение множества страхователей не может сделать контракт невыгодным для страховщика. Из леммы 2.6.1 следует, что условия (2.6.7)-(2.6.8) обеспечивают выгодность контракта для страхователей, независимо от их номера (конкретной функции полезности, дохода и т.д.). Лемма доказана. •

Установленная в лемме 2.6.2 монотонность ожидаемой полезности по суммарному доходу страхователей, или другими словами – по их числу, может рассматриваться как одно из формальных объяснений общепризнанному факту – страхование выгодно (для страховщика) при большом числе страхователей.

В качестве отступления, отметим, во-первых, что рассмотрена достаточно частная модель механизма страхования. Например, при различных условиях наступления страхового случая у различных страхователей "пространство событий" будет несравненно больше. Во-вторых, приведенное выше определение допустимого контракта использует условия, сформулированные лишь для ожидаемых полезностей, в то время как в большинстве моделей страхования учитывается также вероятность разорения страховщика. В-третьих, в рассматриваемой модели страхование играет, скорее, роль стимулирования (см. модели страховых контрактов в рамках задач стимулирования в [58] и механизмы страхования с сообщением информации в [25,27]). Тем не менее, рассмотренная модель является достаточно хорошей иллюстрацией перераспределения риска и других явлений, свойственных механизмам страхования[32].

Результат леммы 2.6.2 позволяет сделать ряд выводов о возможности децентрализации механизма страхования в случае несклонного к риску страховщика. Выше было установлено, что существует минимальное значение суммарного дохода АЭ подсистемы, при котором заключение контракта еще выгодно для несклонного к риску страховщика. Предположим, что при заданном наборе страхователей ожидаемая полезность

---

[32] *Вывод о стабилизации страхового портфеля с ростом числа страхователей обычно делается в результате анализа именно вероятности разорения* (*грубо говоря – из неравенства Чебышева, то есть из оценок дисперсий распределений*) [*90*]. *Выше удалось привести обоснование этого свойства с точки зрения ожидаемых значений, то есть – первых моментов распределений.*

центра (2.6.13) неотрицательна. Тогда допустимой является такая децентрализация механизма страхования – добавление такого набора страховщиков (центров промежуточного уровня), при котором все контракты в подсистемах и в метасистеме (с учетом перестрахования) будут допустимыми. Детальный анализ условий допустимости для этого случая является достаточно громоздким и в настоящей работе не приводится.

III. МЕЖУРОВНЕВОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

В первой и второй главах рассматривались, соответственно, механизмы стимулирования и планирования в трехуровневых активных системах, структура подчиненности в которых имела вид дерева, то есть каждый АЭ был подчинен одному и только одному центру промежуточного уровня, а каждый центр промежуточного уровня был подчинен единственному центру. Как правило, говоря об иерархии, неявно имеют в виду именно древовидную структуру. Понятно, что в реальных многоуровневых организационных системах может иметь место более сложная структура подчиненности, в частности конкретный АЭ может быть непосредственно подчинен как некоторому центру промежуточного уровня, так и центру верхнего уровня, или одновременно нескольким центрам промежуточного уровня и т.д. Поэтому в настоящей главе рассматриваются эффекты, связанные с "нарушениями иерархичности", то есть межуровневое взаимодействие участников АС.

Одним из возможных "нарушений иерархии" является наличие двойного межуровневого подчинения, когда один АЭ или промежуточный центр подчинен одновременно двум или более управляющим органам, находящимся на различных уровнях иерархии. Пример структуры подчиненности, соответствующий этому случаю, приведен на рисунке 6 (АЭ$_{2j}$ подчинен одновременно центру и j-му промежуточному центру). Рассмотрим ряд конкретных моделей.

Пусть в трехуровневой АС, описанной в разделе 1.2, центр имеет полную информацию о моделях несвязанных активных элементов (агрегирование информации отсутствует). Предположим, что центр верхнего уровня, имея в своем распоряжении ФЗП $c \geq 0$, может некоторую его часть $g\,c$, $g \in [0;1]$, использовать на стимулирование промежуточных центров, а остаток – $(1-g)c$ – на стимулирование непосредственно активных элементов (см. также раздел 1.8). Таким образом, задача стимулирования заключается в распределении ФЗП, то есть – в определении оптимального соотношения между частью ФЗП, передаваемой промежуточным центрам и используемой последними на выплаты активным элементам, и частью ФЗП, используемой центром непосредственно на стимулирование АЭ нижнего уровня. Стимулирование АЭ центром является проявлением межуровневого взаимодействия (нарушением принципа единоначалия, то есть древовидной структуры подчиненности) и обозначено на рисунке 6 жирной линией.

Таким образом, целевая функция АЭ имеет вид:

(3.1.1) $f_{ij}(y_{ij}) = \tilde{s}_{ij}(y_{ij}) + s_{ij}(y_{ij}) – c_{ij}(y_{ij})$,

где $\tilde{s}_{ij}$ – стимулирование со стороны центра, s_{ij} – стимулирование со стороны

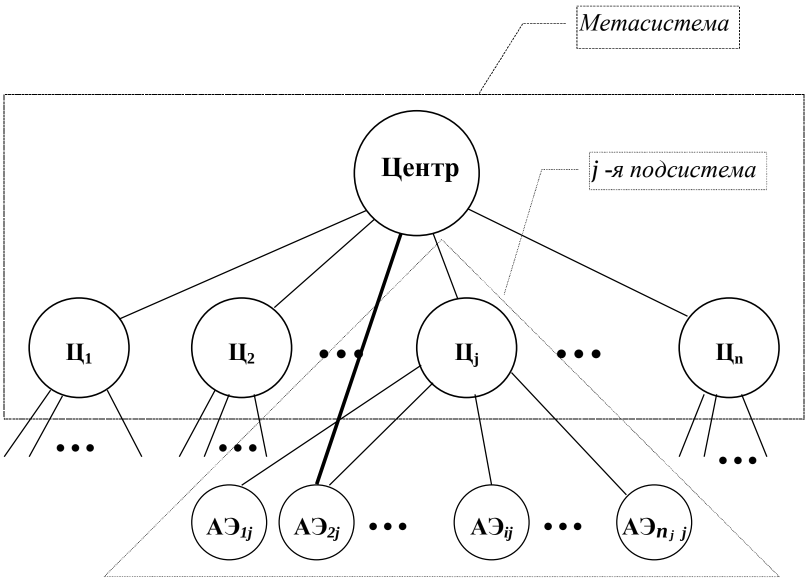

Рис. 6. Пример двойного межуровневого подчинения АЭ

промежуточного центра. Система стимулирования должна удовлетворять следующим ограничениям: $" y_{ij}\ Î\ A_{ij}$

(3.1.2) $\sum_{i} s_{ij}(y_{ij})\ £\ C_j,\ \sum_{j} C_j\ £\ g\ c,\ 0\ £\ \tilde{s}_{ij}(y_{ij})\ £\ x_{ij}\ c,\ \sum_{i,j} x_{ij}\ £\ 1\text{-}g.$

Стратегия центра заключается в выборе параметров g и $\{x_{ij}\}$ (ограничений на стимулирование АЭ) и функций стимулирования $\{\tilde{s}_{ij}(y_{ij})\}$.

Целевая функция промежуточного центра имеет вид:

(3.1.3) $F_j(y_j) = H_j(y_j) + s_j(y_j) – \sum_{i} s_{ij}(y_{ij})$, где $'' \; y_j \;\; \hat{I} \;\; A_j \;\; \sum_{j=1}^{n} s_j(y_j) \; £ \; c$, а целевая функция центра верхнего уровня имеет вид:

$$(3.1.4)\; F(y) = H(y) - \sum_{j=1}^{n} s_j(y_j) - \sum_{i,j} \tilde{s}_{ij}(y_{ij}).$$

Множество действий АЭ, реализуемых в j-ой подсистеме, определяется (ср. с (1.2.12)):

$$(3.1.5)\; P_j(C_j, g, \{x_{ij}\}) = \{y_j \,\hat{I}\, A_j \mid \sum_{i=1}^{n_j} c_{ij}(y_{ij}) - H_j(y_j) \; £ \; C_j + (1 - g)\, c \sum_{i} x_{ij}\}.$$

Эффективность стимулирования в трехуровневой АС в рамках ГБ равна (ср. с (1.2.13)):

$$(3.1.6)\; \tilde{K}_4(c) = \max_{g \in [0;1]} \; \max_{\sum_{i,j} x_{ij} \le 1-g} \; \max_{\sum_{j} C_j \le gc}$$

$$\max_{y_j \in P_j(C_j, g, \{x_{ij}\})} [H(y) + \sum_{j=1}^{n} \{H_j(y_j) - \sum_{i=1}^{n_j} c_{ij}(y_{ij})\}].$$

Сравним эффективности (3.1.6) и (1.2.13). Целевые функции в них одинаковы, отличаются лишь допустимые множества, причем (3.1.5) является "декомпозицией" множества реализуемых действий (1.2.12). Содержательно, такая "декомпозиция" соответствует разделению ресурса центра (ФЗП) на две части – непосредственное стимулирование АЭ и стимулирование промежуточных центров. Можно сделать вывод, что $'' \; c \; ³ \; 0 \;\; \tilde{K}_4(c) \; £ \; K_4(c)$. Так как при $g = 0$ обе модели совпадают, то оптимальным является использование всего ФЗП на стимулирование промежуточных центров. Интересно отметить, что сделанный вывод, на первый взгляд, неочевиден для случая негативного влияния экономического фактора. Однако, даже если часть ресурсов тратится на поддержку функционирования участников промежуточного уровня, то этот факт должен учитываться в условиях неотрицательности целевых функций промежуточных центров (см. разделы 1.2, 1.3).

В рассматриваемой модели все управляющие органы обладали достаточной свободой в принятии решений (распределении фондов стимулирования и т.д.). Если в некоторой организационной системе зафиксировано такое разграничение функций управления, при котором центры промежуточного уровня обязаны в точности выполнять все исчерпывающие решения центра верхнего уровня (например, приказы в армии), то возможно, что двойное межуровневое подчинение АЭ и не приведет к снижению эффективности управления. Примером здесь также может служить распространенное на практике целевое финансирование, при котором статьи расходования средств, получаемых, например, $Ц_j$ от центра, строго фиксированы. Использование подобных жестких принципов управления фактически соответствует полному прямому подчинению активных элементов центру верхнего уровня.

В разделе 1.2 было доказано, что, если экономический фактор отсутствует, то эффективность стимулирования в трехуровневой АС не выше, чем в соответствующей двухуровневой. Выше мы показали, что в трехуровневой АС "двойное подчинение" активных элементов центрам разных уровней иерархии не увеличивает эффективности по сравнению с "прямым" подчинением. Эти результаты были получены при предположении, что агрегирование информации отсутствует. Если имеет место агрегирование информации и/или информационный фактор (см. разделы 1.3 и 1.6, соответственно), то эффективность стимулирования при введении косвенного подчинения тем более не возрастет. Содержательно, это связано с тем, что, как правило, в многоуровневых системах центр информирован о моделях АЭ не лучше, чем центры промежуточного уровня.

Следовательно, если производится децентрализация двухуровневой АС (или в более общем случае в многоуровневой АС вводятся дополнительные промежуточные уровни управления), то в ряде случаев целесообразна "развязка" управления между уровнями – непосредственное управление "через уровень" может оказаться неэффективным. Аналогичные эффекты имеют место и в других моделях АС, некоторые из которых приводятся ниже в качестве примеров.

По аналогии с переходом от (1.2.13) к (1.3.6) возможна децентрализация задачи управления, например, в модели раздела 1.5. Выражение (1.5.12) позволяет найти оптимальную для подсистемы величину внешних привлеченных средств. Аналогичное выражение, с учетом функции дохода центра верхнего уровня, может быть записано для метасистемы. Если допустить возможность непосредственного направления части средств центра на управление АЭ некоторой подсистемы, то это будет соответствовать децентрализации (1.5.11) и (1.5.12). Эффективность управления при этом, очевидно, не увеличится. Другими словами, в рассматриваемых моделях то, чего может "добиться" от активных элементов центр, может "добиться" от них с не б'ольшими затратами и их непосредственный "начальник" – промежуточный центр, если последний будет обеспечен соответствующим ресурсом.

Другим примером являются рассмотренные во второй главе механизмы планирования, допускающие произвольную децентрализацию (анонимные механизмы распределения ресурса, механизмы экспертизы, механизмы открытого управления с внутренними ценами и др.). В упомянутых моделях структура целевых функций активных элементов такова, что они идентичны в двухуровневой и соответствующей ей многоуровневой АС.

Итак, в рассмотренных моделях двойное подчинение активного элемента управляющим органам, находящимся на различных уровнях иерархии, оказывается неэффективным. Косвенным подтверждение этой неэффективности является известный управленческий принцип "вассал моего вассала – не мой вассал". Поэтому с нормативной точки зрения каждый АЭ должен быть непосредственно подчинен только своему непосредственному "начальнику" – управляющему органу, находящемуся на следующем (и только на следующем) уровне иерархии.

Возникает закономерный вопрос: почему в реальных организационных системах наблюдаются эффекты двойного межуровневого подчинения? Дескриптивное объяснение таково. Выше предполагалось, что потери эффективности могут возникать только из-за факторов агрегирования, декомпозиции задач управления и недостаточной информированности центра о моделях АЭ. Если же присутствуют, например, информационные ограничения на промежуточном уровне – например, количество информации, которое должен переработать управляющий орган некоторой подсистемы, превосходит его возможности – то часть функций управления (быть может, в агрегированном виде) вынужденно передается на более высокий уровень. Проще говоря, основной причиной наблюдаемого на практике двойного межуровневого подчинения, как правило, является некомпетентность (в объективном, а не негативном, смысле этого слова [86]) промежуточного центра. Поэтому, с одной стороны, при решении задач синтеза организационной, функциональной, информационной и других структур активной системы априори следует допускать возможность двойного подчинения, стремясь, тем не менее, избежать его насколько это возможно. С другой стороны, наличие двойного межуровневого подчинения в реальной организационной системе косвенно свидетельствует о неоптимальности ее функционирования и должно послужить руководителю сигналом о необходимости пересмотра структуры, а иногда и состава, системы [124,134].

Второй возможностью "нарушения иерархии" является наличие двойной подчиненности некоторого АЭ или промежуточного центра двум управляющим органам, лежащим на одном более высоком ("следующем") уровне иерархии (при заданном разграничении их полномочий). Активные системы такого рода получили название активных систем с распределенным контролем (РК) [96][33]. Примером является активная система, структура подчиненности в которой приведена на рисунке 7: АЭ$_{2j}$ подчинен одновременно двум центрам промежуточного уровня – Ц$_j$ и Ц$_2$.

Рассмотрим простейшую модель двухуровневой АС с РК, состоящей из двух центров и одного АЭ. Пусть целевая функция АЭ определяется следующим образом:

(3.1.7) $f(y) = s_1(y) + s_2(y) - c(y)$,

где $s_i(y)$ – стимулирование, выбираемое i-ым центром, $i = 1, 2$. Целевая функция i-го центра представлена в виде "доход минус стимулирование":

(3.1.8) $F_i(y) = H_i(y) - s_i(y)$.

Множество решений игры, то есть множество действий, реализуемых системой стимулирования $s = (s_1, s_2)$, есть:

(3.1.9) $P(s_1, s_2) = Arg \max_{y \in A} \{s_1(y) + s_2(y) - c(y)\}$.

[33] *Под этим термином в будущем наверное целесообразно понимать более широкий класс АС, включающий как АС с РК (в современном их определении), так и АС с двойным межуровневым подчинением, кратко рассмотренные выше.*

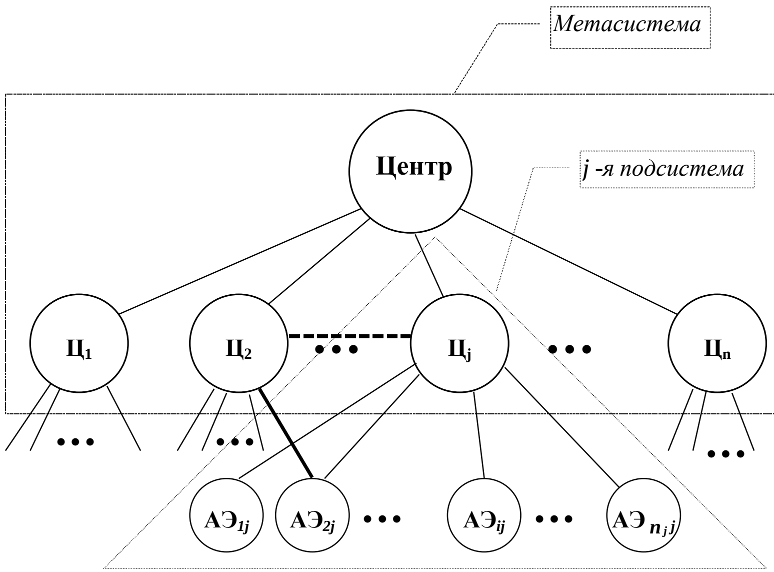

Рис. 7. Пример активной системы с распределенным контролем

При выборе управляемым активным элементом действия, максимизирующего его целевую функцию при заданных системах стимулирования, возникает игра центров – выигрыш каждого из них зависит как от его собственной стратегии (назначенной АЭ функции стимулирования), так и от стратегии, выбранной другим центром. Следовательно, гарантированное значение целевой функции ***i***-го центра имеет следующий вид:

$$(3.1.10)\quad K_i^g = \max_{s_i \in M_i} \min_{s_{-i} \in M_{-i}} \min_{y \in P(s_1, s_2)} F_i(y).$$

Минимум по множеству реализуемых действий в выражении (3.1.10) используется потому, что в активных системах с распределенным контролем гипотеза благожелательности в общем случае неприменима [96] – в частности, непонятно к какому из двух центров промежуточного уровня должен быть "благожелателен" активный элемент.

Отметим, что, в отличие от многоуровневых АС с веерной структурой, в которых центры промежуточного уровня вовлечены в игру в рамках соответствующей метасистемы (содержащей помимо них все элементы на более высоких уровнях), в активных системах с распределенным контролем возникает еще одна "игра между центрами", обусловленная тем, что они оказываются "замкнутыми" на один и тот же объект управления. На рисунке 7 "игра центров" условно обозначена жирной пунктирной линией; непрерывной жирной линией обозначено нарушение принципа единоначалия.

Так как, с одной стороны, минимальные затраты на стимулирование по реализации заданного действия равны затратам АЭ (см. главу 1 настоящей работы и [19,81]), а, с другой стороны, центры ведут себя индивидуально-рационально (выплаты активному элементу со стороны каждого из центров не должны превосходить соответствующего дохода от деятельности АЭ), то получаем, что центрам (обоим!) заведомо невыгодна реализация действий, не принадлежащих следующему множеству:

(3.1.11) $P' = \{y \in A \mid H_1(y) + H_2(y) \geq c(y)\}$.

Следует признать, что анализ игры центров, даже в рассматриваемой простейшей модели, далеко не тривиален. Например, гарантирующие стратегии (обеспечивающие достижение (3.1.10)) могут не реализовывать ни один элемент множества P', может не существовать равновесных по Нэшу стратегий центров и т.д. Детальное изучение подобных задач выходит за рамки настоящей работы. Для проводимого анализа достаточной оказывается возможность достижения коллективно-рационального компромисса между центрами.

Действительно, применяя рассуждения, аналогичные приведенным в разделе 1.5, можно показать, что существует сбалансированная система платежей между центрами, позволяющая взаимовыгодную реализуемость любого Парето оптимального действия из множества (3.1.11). Для введения этой системы трансфертов может оказаться целесообразным "привлечение" управляющего органа более высокого уровня (см. более подробно раздел 1.5 настоящей работы).

Содержательно, последнее утверждение означает, что в активных системах с распределенным контролем возможно (и в силу эффективности по Парето будет выгодно всем управляющим органам), если это допускается существующими ограничениями, переподчинение активного элемента одному и только одному из центров. Другими словами, потери центра, "теряющего" подчиненного могут быть компенсированы выигрышем другого центра, получающего этого подчиненного в полное свое подчинение. Следовательно, без учета информационного и других эффектов в ряде случаев двойное подчинение одного АЭ центрам одного уровня не целесообразно с точки зрения эффективности управления.

Таким образом, с нормативной точки зрения в описанных моделях нарушение принципа единоначалия, как и присутствие двойного межуровневого подчинения (см. выше), не увеличивает эффективности управления. С дескриптивной точки зрения, наблюдаемые на практике его нарушения, обусловлены "некомпетентностью" соответствующих управляющих органов в рамках заданного элементного состава, функциональных, информационных и других связей, а также внутренних (индивидуальных) и внешних ограничений на управление.

С другой стороны, как показывает проведенный анализ, при решении задач синтеза структуры и/или механизмов управления АС не следует специально концентрировать внимание на эффектах двойного подчинения – их наличие или отсутствие является автоматическим следствием грамотной постановки задачи и корректного ее решения с учетом всей специфики многоуровневых активных систем – экономического, информационного, организационного и других факторов.

Отсутствие двойного подчинения (в широком смысле – как одновременного подчинения нескольким управляющим органам одного или различных уровней) достаточно привлекательно с точки зрения анализа системы – в этом случае веерная структура АС позволяет декомпозировать ее на набор базовых двухуровневых веерных активных систем, результаты исследования которых, получаемые с применением всего многообразия известных методов, разрабатываемых до сих пор в основном именно для двухуровневых АС, могут быть эффективно использованы на этапе синтеза как структуры АС, так и механизмов управления.

В заключение настоящей главы отметим, что выше мы рассматривали в основном отрицательные проявления нарушения принципа единоначалия. Поэтому для полноты картины необходимо хотя бы качественно определить те случаи, помимо упомянутых выше (информационная нагрузка, компетентность и др.), в которых, наличие распределенного контроля приводит к росту эффективности управления.

Первым и достаточно ярким, как с теоретической точки зрения, так и исходя из опыта практического использования, примером является класс многоканальных механизмов управления, то есть механизмов, в которых управляющие воздействия вырабатываются несколькими (как правило, двумя) параллельно функционирующими каналами управления (принятия решений). Содержательно, высокая (по сравнению с одноканальными) эффективность функционирования многоканальных систем, особенно в условиях неопределенности, обусловлена тем, что эффективности решений, предлагаемых управляющими органами, в различных условиях функционирования также различны [17,21].

Во-вторых, следует подчеркнуть, что все выводы, сформулированные в настоящей работе, были получены для моделей многоуровневых активных систем, в которых управляемыми параметрами являются скалярные (одномерные) величины – действия активных элементов (см.

предположение А.2 в разделе 1.1.). В частности, выше при исследовании межуровневого взаимодействия вывод о неэффективности двойного межуровневого подчинения и распределенного контроля был сделан именно для "скалярных" АЭ. Содержательно, рассматривалось управление некоторым конкретным аспектом деятельности каждого АЭ. Понятно, что в реальных организационных системах деятельность управляемого объекта не всегда может быть описана единственной переменной. Следовательно, результат настоящей главы более корректно может быть сформулирован следующим образом: в ряде случаев "двойное" управление *одними и теми же аспектами деятельности* не эффективно (более того, в большинстве случаев дублирование управления вредно).

Если перейти от одномерной модели АЭ, для которой именно линейная иерархическая (древовидная) структура системы управления имеет максимальную эффективность, к многомерной модели, то получим столь распространенную на практике "векторную" (или, в более общем случае – сетевую) структуру[34], состоящую из параллельно функционирующих (и в общем случае – взаимодействующих) древовидных структур – см. рис.8. На рисунке 8 представлен активный элемент, тремя различными аспектами деятельности которого управляют три различных параллельно функционирующих иерархических системы управления.

В рамках используемой терминологии, в векторных иерархических структурах каждый управляемый объект и/или управляющий орган является одновременно "участником" нескольких АС. В приведенном на рисунке 8 примере каждый АЭ подчинен одновременно нескольким промежуточным центрам. В общем случае иметь двойное подчинение (описываться "векторной" моделью) могут промежуточные центры различных уровней и др.

Активные системы с векторными моделями участников на сегодняшний день практически не исследованы. Поэтому изучение механизмов функционирования АС с многослойными структурами систем управления представляется достаточно перспективным направлением будущих исследований. Можно надеяться, что для них окажется возможным эффективное применение, наряду с известными подходами, предложенными для двухуровневых АС, результатов, полученных в настоящей работе. В частности, можно выдвинуть гипотезу, что принцип рациональной централизации, формулируемый в следующей главе, справедлив и

[34] *"Векторной" структуре управления соответствуют такие употребляемые в литературе по менеджменту термины, как: "дивизионная структура" и т.п.* [*32,67*].

для этого более общего класса АС, естественно, с учетом взаимодействия параллельных структур.

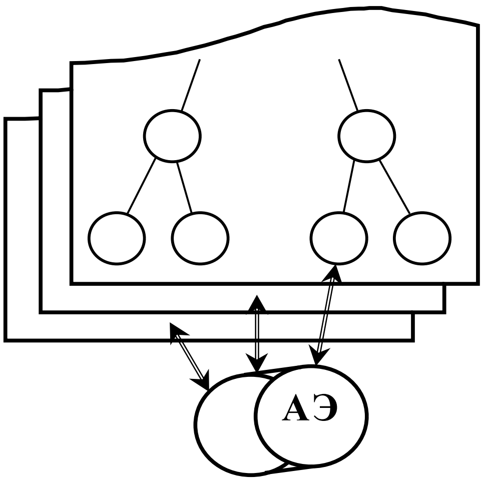

Рис.8. Пример "векторной" структуры системы управления

Таким образом, в настоящей главе рассмотрены модели организационных систем с двойным подчинением активных элементов. Сделанные выводы вполне согласованы с известными управленческими принципами – единоначалия и др. и поэтому не могут претендовать на абсолютную содержательную новизну. Цель изложения заключалась в том, чтобы продемонстрировать возможность использования теоретико-игрового моделирования при анализе межуровневого взаимодействия участников многоуровневых систем.

В предыдущих главах настоящей работы рассматривались характерные для многоуровневых активных систем эффекты, причем при изучении каждого конкретного из них явно или неявно предполагалось, что эффекты, вызванные действием других факторов, отсутствуют. В следующей главе исследуется взаимосвязь между факторами, а также качественно обсуждаются результаты анализа формальных моделей, описанных в главах 1 – 3.

IV. СПЕЦИФИКА ИЕРАРХИЙ: КАЧЕСТВЕННОЕ ОБСУЖДЕНИЕ

Как отмечалось во введении, цель настоящей работы заключается в том, чтобы на основании исследования теоретико-игровых моделей механизмов функционирования многоуровневых АС ответить на качественном уровне на вопрос об эффективности использования иерархических систем управления организациями. Существование ответа на этот вопрос подразумевает задание критерия сравнения различных структур и механизмов управления АС. Выше было предложено в качестве такого критерия использовать эффективность управления АС, определяемую показателями деятельности управляющего органа, отражающего интересы системы в целом[35].

Так как различие между структурами описывается достаточно сложным образом, то для того, чтобы уметь сравнивать структуры АС (и механизмы управления) необходимо, в свою очередь, задать ряд более частных показателей и критериев различия. Выявленная в настоящей работе система факторов как раз и отражает влияние на эффективность управления тех или иных частных различий структур и механизмов.

Поясним последнее утверждение более подробно. Пусть имеется некоторая АС (одноуровневая или многоуровневая). Решение, в рамках некоторой модели, задачи синтеза оптимальной структуры АС и механизма управления ею заключается в нахождении такой структуры и такого механизма, любая допустимая децентрализация или централизация которых приводит к снижению эффективности управления.

Выше было установлено, что влияние изменения централизации (то есть централизация или децентрализация АС) на эффективность управления вызвано действием следующих, присущих многоуровневым системам, факторов.

<u>Фактор агрегирования</u> заключается в изменении информированности участников системы в результате агрегирования информации о состояниях и поведении конкретных АЭ, подсистем и т.д. по мере роста уровня иерархии.

---

[35] *Идентификация интересов центра и системы в целом является одним из возможных способов определения эффективности управления. Более общие определения, например – определения эффективности функционирования АС, связывающие эффективность с целями и интересами всех участников системы, на сегодняшний день в теоретико-игровых моделях почти не используются.*

Экономический фактор заключается в изменении ресурсов управления (ограничений механизмов управления, множеств допустимых стратегий и т.д.) при введении новых участников (АЭ, промежуточных управляющих органов и т.д.), обладающих собственными интересами, то есть участников, либо привносящих новые ресурсы управления, либо потребляющих часть имеющихся ресурсов.

Фактор неопределенности заключается в изменении информированности участников АС о существенных внутренних и внешних параметрах их функционирования (в том числе – в изменении неопределенности в субъективных оценках ситуации) в результате изменения состава системы, ее структуры (информационных и др. связей между участниками АС) и т.д.

Организационный фактор заключается в изменении отношения власти, то есть возможности влияния на деятельность элементов системы. В частности, власть как система поощрений и штрафов позволяет добиться преобладания коллективного интереса над индивидуальными целями.

Информационный фактор заключается в изменении информационной нагрузки на участников АС и вызван, в первую очередь, объективной ограниченностью их способностей по передаче и переработке информации.

Отметим, что все факторы, за исключением экономического и организационного, явным образом отражают роль информации и информированности в управлении, причем последние оказывают на нее опосредованное другими факторами влияние (см. таблицы 1 и 2 ниже).

Относительно набора перечисленных факторов следует сделать следующее замечание. Идеалом представляется введение системы независимых (непересекающихся, но, быть может, имеющих общие причинные основания) факторов (требование независимости), совокупность которых полностью отражала бы все возможные источники влияния на эффективность управления многоуровневыми АС (требование полноты). Необходимо признать, что с формальной точки зрения выделяемая нами система факторов в общем случае не обладает ни независимостью, ни полнотой (отметим, что эти два требования являются основными для любой системы классификаций). Действительно, во-первых, определенное изменение эффективности управления при изменении централизации системы может разными исследователями объясняться как результат проявления различных, или одновременно нескольких, факторов (возможное нарушение требования независимости). Более того, трудно установить, что факторы независимы и ни один из них не является комбинацией или следствием остальных или каких-либо других факторов. Во-вторых, нельзя быть априори уверенным, что любое изменение эффективности может быть обоснованно объяснено как результат проявления одного из именно перечисленных пяти факторов (возможное нарушение требования полноты).

В качестве оправдания можно сослаться на высокую сложность предмета исследования – механизмов функционирования многоуровневых организационных систем, а также на то, что предлагаемая система факторов удовлетворяет требованиям независимости и полноты в следующем "слабом" смысле.

Рассмотрим описание организационной системы, структура которой приведена на рисунке 1, в терминах информационно-управляющих воздействий. В рамках выбранного описания та или иная конкретная АС определяется заданием своего элементного состава, потоков информации и управляющих воздействий, а также информированностью участников (о себе, о других участниках системы и об окружающей среде) и их возможностями по переработке информации и принятию решений. Поэтому можно считать, что экономический фактор отражает состав участников системы, фактор агрегирования – потоки информации "снизу вверх", организационный фактор – потоки информации и управлений "сверху вниз", фактор неопределенности – информированность участников, информационный фактор – их возможности по переработке информации.

Как отмечалось выше, в качестве единого критерия сравнения различных структур и механизмов управления в настоящей работе использовалась эффективность управления. Следовательно, именно влияние на эффективность управления условно можно считать основанием для выделения тех или иных факторов (основанием классификации системы классификаций факторов). Кроме того, причины некоторого изменения эффективности управления всегда могут быть отнесены (быть может, не единственным способом или способом, вызывающим обоснованные возражения) к тому или другому из перечисленных факторов или некоторой их комбинации. Другими словами, предложенная система факторов является скорее "интуитивно-эмпирической", чем полностью обоснованной. Поэтому можно только приветствовать и надеяться на то, что в такой интенсивно развивающейся области, как теория управления социально-экономическими системами, новые и новые "интуитивные" объяснительные схемы будут появляться и развиваться до тех пор, пока не будет создана относительно полная формальная теория (создание которой, правда, представляется достаточно далекой перспективой).

Прежде чем исследовать взаимозависимость факторов, определим их место среди существующих на сегодняшний день объяснений целесообразности существования и использования иерархических систем управления. Известные аргументы можно условно разделить на две группы – "общесистемные" (управленческие) [66,71,72,107,129 и др.] и "экономические" [32,42,65,67 и др.].

Перечислим объяснения существования иерархий, то есть объяснения эффективности децентрализации, приводимые в работах по теории управления.

1. Сложные системы не могут функционировать без разделения функций принятия решений; поведение сложной системы трудно прогнозировать.

2. Ограниченность возможностей участников системы и различные периоды (характерные времена) принятия решений в подсистемах могут быть согласованы только за счет децентрализации.

3. Возможное упрощение задач координации деятельности подчиненных за счет декомпозиции системы управления может привести к лучшему использованию имеющихся ресурсов.

4. Локализация изменений процедур принятия решений и результатов внешних воздействий в подсистемах может рассматриваться и устраняться самостоятельно, не затрагивая других подсистем, что приводит к повышению надежности и адаптивности поведения системы в целом (вторичный фактор надежности – см. также раздел 1.9).

5. Стратификация позволяет использовать различные языки описания различных подсистем [66,71,72].

Последнее утверждение, отражающее влияния (нового – не рассматриваемого до сих пор) фактора, который условно можно назвать "фактором описания", следует отнести к достоинству иерархической системы с точки зрения исследователя операций (иногда игнорирование этого фактора может приводить к изменениям эффективности управления, используемого в реальной системе на основании результатов анализа ее моделей [80]).

Первые же четыре утверждения могут быть объединены в следующее достаточно очевидное (и не претендующее на новизну) "объяснение" возникновения и существования иерархических структур управления: иерархия является следствием необходимости специализации, обусловленной объективно существующей ограниченностью возможностей участников системы (ограничений в широком смысле – для всех видов деятельности, включая переработку информации, реакции на внешние возмущения и т.д.).

Одним из основных вопросов, решаемых в экономике организаций, является обоснование оптимального или рационального размера организации [65]. С одной стороны, существует рынок – как система обмена прав собственности. С другой стороны, экономические агенты объединяются в организации, взаимодействующие на рынке. Объяснением существования экономических организаций (иерархий) служит необходимость компромисса между транзакционными издержками и организационными издержками.

Организационные издержки определяются "затратами на координацию" внутри организации, которые растут с увеличением ее размеров. К транзакционным издержкам относят [65,115]:

– издержки вычленения, связанные с невозможностью точного определения индивидуального вклада элементов большой системы, то есть организация осуществляет агрегирование информации;

– информационные издержки: организация сокращает этот вид издержек путем сокращения объема перерабатываемой информации;

– издержки масштаба: в случае рынка институциональные ограничения требуют настолько высокого уровня детализации, что последний неизбежно приводит к специализации в рамках организаций;

– издержки поведения: согласование интересов, наказание за отклонения и т.д. связаны с определенными затратами;

– издержки стабилизации, связанные с необходимостью координации в условиях невозможности эффективного прогнозирования будущего поведения системы, внешней среды и их взаимодействия.

Транзакционные издержки препятствуют рынку заместить собой организацию, а организационные издержки препятствуют организации заместить собой рынок. Так как и первые, и последние зависят от размера организации и ее структуры, то, теоретически, должны существовать оптимальные параметры организации, при которых достигается уравновешивание упомянутых тенденций замещения. С точки зрения такого подхода, введенные в настоящей работе эффекты иерархии (результаты проявления выделенных факторов) одновременно учитывают оба вида издержек (часть эффектов являются позитивными с точки зрения изменения эффективности управления при децентрализации/централизации, часть – негативными) и позволяют решать задачи оптимизации иерархических организационных структур.

Еще раз напомним, что выше были выделены пять первичных факторов: агрегирования, экономический, неопределенности, организационный и информационный, а также три "дополнительных" фактора: подфактор декомпозиции оптимизационных задач, вторичный (являющийся следствием первичных факторов) фактор надежности и фактор описания (предлагаемая структура причинно-следственных связей между факторами указана стрелками на рисунке 9). Последние три фактора не являются первичными по следующим причинам. Фактор декомпозиции было предложено рассматривать как одну из составляющих фактора агрегирования (см. разделы 1.2, 1.3). Как было показано в разделе 1.9, фактор надежности может рассматриваться как следствие проявлений первичных факторов и автоматически учитываться при корректном определении эффективности управления. Выше в настоящей главе упоминалось, что фактор описания является внешним по отношению к реальной (многоуровневой) системе, отражая удобства ее моделирования с точки зрения исследователя операций.

Как показывает проведенный анализ, **проявления введенных в настоящей работе пяти первичных факторов охватывают все, перечисляемые выше с точки зрения теории управления и экономики, "плюсы" децентрализованных систем управления.**

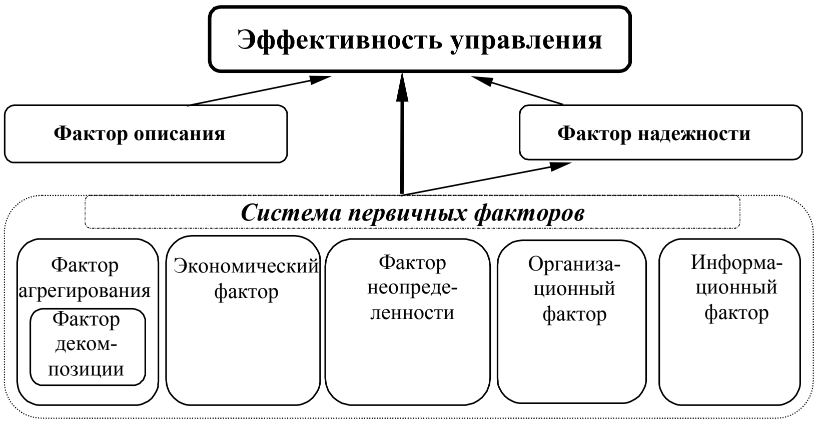

Рис. 9. Факторы, влияющие на эффективность управления многоуровневыми организационными системами

Перейдем к анализу непосредственного (в отсутствии остальных эффектов) влияния первичных факторов на эффективность управления, а также к изучению их взаимозависимости.

Непосредственное влияние факторов на эффективность управления отражено в таблице 1 (символ "↑" в строке того или иного фактора, свидетельствует, что при соответствующем изменении централизации в отсутствии действия остальных факторов эффективность в результате действия данного фактора возрастает или, по крайней мере, не убывает; "↓" – убывает или, по крайней мере, не возрастает; "↑↓" или "↓↑" – может возрастать, убывать или оставаться без изменений). Особо следует подчеркнуть, что влияние всех факторов при централизации противоположно их влиянию при децентрализации.

Как было показано выше, при декомпозиции АС фактор агрегирования (и его частное проявление – фактор декомпозиции оптимизационных задач) приводит к снижению эффективности управления, точнее говоря – не приводит к ее увеличению (см. разделы 1.2, 1.3, 2.1, 2.2).

Фактор агрегирования оказывает на эффективность управления также опосредованное влияние – введение или исключение агрегирования приводит к появлению ряда других эффектов, которые в свою очередь влияют на эффективность управления.

Фактор	Непосредственное влияние на эффективность управления при децентрализации	Непосредственное влияние на эффективность управления при централизации
Агрегирования	↓	↑
Экономический	↑↓	↓↑
Неопределенности	↑↓	↓↑
Организационный	↑↓	↓↑
Информационный	↑	↓

Таблица 1. Непосредственное влияние факторов на эффективность управления

В том числе в рамках рассмотренных моделей можно считать, что:

– фактор агрегирования не оказывает непосредственного влияния на экономический фактор (см. разделы 1.2., 1.3);

– фактор агрегирования оказывает влияние на фактор неопределенности, причем это влияние может быть как позитивным (агрегированное описание иногда допускает взаимную компенсацию неинформированностей о тех или иных внешних или внутренних параметрах – см. раздел 1.6), так и негативным (например, уменьшение информированности центра о моделях поведения АЭ как результат агрегирования – см. главу 2);

– фактор агрегирования оказывает влияние на организационный фактор, причем это влияние является, как правило, негативным – агрегирование ослабляет отношение власти (см. раздел 1.5);

– фактор агрегирования оказывает влияние на информационный фактор, причем это влияние является, как правило, позитивным и, более того – одним из основных и наиболее сильных взаимовлияний: агрегирование снижает информационную нагрузку на участников системы (см. раздел 1.6);

– <u>экономический фактор</u> не оказывает непосредственного влияния на фактор агрегирования, но влияет на: фактор неопределенности (влияние может быть позитивным или негативным, в зависимости от изменения ресурсов управления, которые могут быть использованы, в том числе, и на снижение неопределенности – механизмы с платой за информацию и др. – см. раздел 1.6 и [81]); организационный фактор (позитивность или негативность влияния обусловлена усилением или ослаблением отношения власти при привлечении или оттоке ресурсов – см. раздел 1.5); информационный фактор (влияние может быть как позитивным, так и негативным в зависимости от того, как изменяется информационная нагрузка на участников АС при изменениях элементного состава, обусловленных экономическим фактором – см. разделы 1.4, 1.6, 2.1).

Следует отметить, что на фактор агрегирования и экономический фактор не оказывают непосредственного влияния ни на какие другие факторы.

– <u>фактор неопределенности</u> оказывает непосредственное влияние лишь на информационный фактор, увеличивая или уменьшая количество информации, перерабатываемой участниками системы (см. разделы 1.4 и 1.6);

– <u>организационный фактор</u> не оказывает непосредственного влияния на фактор агрегирования и на экономический фактор. В то же время, он может позитивно или негативно влиять на фактор снижения неопределенности (изменение организационной структуры и отношения власти может приводить к изменению информированности – см. разделы 1.4 и 1.5) и на информационный фактор (изменяя количество перерабатываемой информации – см. разделы 1.5, 1.6);

– информационный фактор является следствием всех остальных факторов, не оказывая ни на один из них непосредственного влияния (см. раздел 1.6).

Взаимозависимость факторов отражена в таблице 2. Строки таблицы содержат факторы, влияние которых исследуется, столбцы – факторы, влияние на которые исследуется. Если на пересечении *i*-ой строки и *j*-го столбца стоит символ "◦", то *i*-ый фактор не оказывает непосредственного влияния на *j*-ый, если стоит символ "•", то – оказывает.

Факторы	Агре-гирования	Эконо-мический	Неоп-ределенности	Орга-низационный	Ин-формационый
Агрегирования	-	◦	·	·	·
Экономиче-ский	◦	-	·	·	·
Неопределен-ности	◦	◦	-	◦	·
Организацион-ный	◦	◦	·	-	·
Информацион-ный	◦	◦	◦	◦	-

Таблица 2. Взаимозависимость между различными факторами

Таким образом, сводка результатов анализа предлагаемой структуры взаимозависимости факторов приведена в таблице 2. Их полное (непосредственное и опосредованное) влияние на эффективность управления определяется таблицами 1 и 2. Выявленная взаимозависимость между факторами отражена на графе, представленном на рисунке 10 – от "причины" к "следствию" проведена дуга со стрелкой.

Отметим, что выделение факторов произведено таким образом, что связь между ними достаточно проста – по крайней мере, обнадеживает отсутствие контуров в графе, приведенном на рисунке 10 (естественно, предложенная структура взаимосвязи факторов не исключает возможности введения альтернативных моделей – например, можно постулировать непосредственную причинно-следственную связь каждого из факторов со всеми остальными (при этом, правда, не очень понятно можно ли будет конструктивно использовать такую модель) и т.д.).

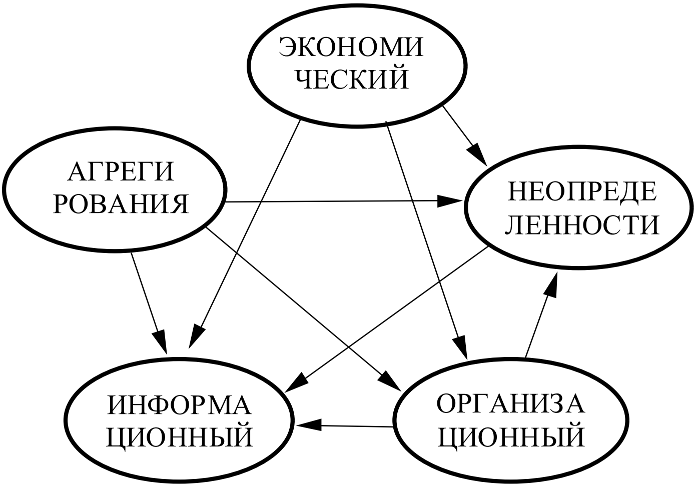

Рис. 10. Взаимозависимость между различными факторами

Таблицы 1 и 2, совместно с рисунком 10, представляют удобный инструмент для анализа структур и механизмов управления многоуровневыми организационными системами – для каждого фиксированного механизма учет взаимозависимости факторов и их влияния на эффективность управления позволяет решать задачи анализа и синтеза оптимальных механизмов.

Имея даже качественную взаимосвязь между различными факторами и результаты анализа их влияния на эффективность управления, можно сформулировать следующий принцип (который условно назван <u>принципом рациональной централизации</u>), выполняющий как объяснительную (дескриптивную), так и нормативную функцию.

Рациональными являются такие структуры и механизмы управления организационной системой, для которых любое допустимое изменение централизации <u>с учетом первичных факторов</u>: агрегирования, экономического, неопределенности, организационного и информационного приводит к снижению эффективности управления.

С дескриптивной точки зрения введенный принцип может рассматриваться как объяснение характерных свойств некоторого наблюдаемого механизма управления реальной активной системой. С нормативной точки зрения – при рассмотрении моделей активных систем – он является критерием оптимальности, то есть может трактоваться как принцип оптимальной централизации. Принципу рациональной централизации как нормативному требованию удовлетворяют все рассмотренные выше теоретико-игровые модели механизмов функционирования многоуровневых активных систем. Поэтому можно надеяться, что принцип рациональной централизации окажется эффективным как при качественном анализе реальных иерархических систем, так и при решении количественных задач синтеза структур и механизмов управления многоуровневыми системами.

Таким образом, выявленная в настоящей главе взаимозависимость различных факторов, влияющих на эффективность управления в многоуровневых организационных системах, позволяет систематизировать (точнее говоря, по крайней мере – перечислить в порядке возрастания уровня общности) результаты проведенного исследования.

Во-первых, описаны и изучены ряд теоретико-игровых моделей функционирования трехуровневых активных систем.

Во-вторых, на основании анализа формальных моделей выделены факторы, влияющие на эффективность управления.

В-третьих, сформулирован принцип рациональной централизации, характеризующий множество рациональных (оптимальных в рамках рассматриваемых моделей) механизмов управления.

К сожалению, чем выше уровень общности того или иного результата, тем ниже его ценность для исследования конкретных систем. Так, принцип рациональной централизации является практически очевидным (по крайней мере, с интуитивной точки зрения) утверждением (он может рассматриваться как комбинация следующих определений: изменения централизации, эффективности и оптимальности). Ключевым и конструктивным его аспектом является перечисление тех факторов, которые приводят к изменению эффективности управления при изменениях централизации. Аналогичную роль по отношению к совокупности факторов играют конкретные формальные модели – ведь именно исследование теоретико-игровых моделей позволило выделить факторы, влияющие на эффективность управления, исследовать взаимозависимость этих факторов и, наконец, сформулировать принцип рациональной централизации. Поэтому одним из важнейших направлений будущих исследований представляется именно разработка новых формальных моделей, достаточно полно охватывающих все многообразие реальных социально-экономических систем и отражающих существенные их свойства, в том числе – свойства, характерные для многоуровневых систем.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей работе, которая может рассматриваться как одна из первых попыток систематического исследования теоретико-игровых моделей механизмов функционирования многоуровневых организационных систем, выявлено наличие характерных для многоуровневых АС факторов: агрегирования, экономического, неопределенности, информационного и организационного, оказывающих влияние на эффективность управления.

Изучение специфики многоуровневых систем может производиться с различных точек зрения. Исследование перечисленных факторов выше производилось в рамках принятого в настоящей работе методологического подхода, в соответствии с которым основным критерием, отражающим влияние различных факторов на функционирование системы, является эффективность управления.

Относительно полноты настоящего исследования можно сделать следующее замечание. Конечно, класс многоуровневых АС чрезвычайно широк и включает все исследованные на сегодняшний день (двухуровневые и др.) модели как частные случаи, поэтому детальное изучение всех возможных вариаций модели даже трехуровневой АС представляется совершенно необозримой задачей. Более того, детальное изучение представляется нецелесообразным со следующей точки зрения. Целью исследователя операций должно быть не исследование всех моделей из некоторого обширного класса, а подробный анализ некоторой "типичной" модели и установление как общности ее свойств со свойствами других моделей, так и общности методов их исследования. Примером такой общности является предложенный в [81] единый подход к решению задач стимулирования в активных системах, функционирующих в условиях неопределенности.

Поэтому с нашей точки зрения наибольшей общностью обладают выявленные в настоящей работе качественные эффекты, характерные для многоуровневых АС, и сформулированный в главе 4 принцип рациональной централизации, требующий учета всех выявленных (первичных и вторичных) факторов при решении задач анализа и синтеза структур многоуровневых АС и механизмов их функционирования. Отказ от принципа рациональной централизации при синтезе некоторой модели многоуровневой АС, то есть осознанное или неосознанное игнорирование того или иного фактора, неизбежно приведет к неадекватности модели (в смысле [80]) и, следовательно, к неэффективности использования результатов моделирования на практике.

Подчеркнутая выше важность качественных выводов отнюдь не умаляет значимости формальных результатов (ведь основным конструктивным результатом настоящей работы является именно совокупность теоретико-игровых моделей функционирования многоуровневых организационных систем), среди которых стоит выделить: условия идеального агрегирования в задачах стимулирования, а также набор теорем о произвольной децентрализуемости таких механизмов планирования, как: анонимные механизмы распределения ресурса, механизмы экспертизы, механизмы открытого управления с внутренними ценами и др.[36]

Как отмечалось во введении, базовой моделью активной системы является одноэлементная статическая детерминированная двухуровневая АС. Для теории активных систем характерным является стремление исследователей к получению аналитических решений задач анализа и синтеза механизмов управления. Именно наличие аналитического решения позволяет говорить об относительной завершенности исследования той или иной модели, так как оно дает возможность изучать поведение оптимального решения при изменениях параметров модели – удачным примером является совокупность результатов исследования базовой модели теории активных систем [22,24,81].

Рассмотрение расширений базовой модели – многоэлементных АС [78], динамических АС [22,78], АС с неопределенностью [19,20,78,81] и др. за редким исключением сталкивалось с отсутствием аналитических решений для относительно общих случаев, поэтому исследователи вынуждены были конструировать либо общие численные методы решения, сводя задачу к известной оптимизационной задаче, решаемой только численными методами, либо искать достаточные условия, например – оптимальности, для частных случаев.

Как свидетельствует проведенное исследование, многоуровневое расширение базовой модели, решение задачи управления для которой в ряде случаев сводится к оптимизационным задачам, все-таки допускающим аналитическое решение, в свою очередь допускает нахождение аналитических решений, и с этой точки зрения является перспективной областью дальнейших исследований, в которой удастся, быть может без

---

[36] *Следует признать, что многие результаты, вполне достойные того, чтобы быть вынесенными в виде отдельных формальных утверждений – лемм, теорем и т.д., не выделялись ради сохранения принятого стиля изложения.*

чрезмерных усилий, получить широкий спектр общих результатов, достаточно полно охватывающих данную предметную область.

В соответствии с принятым в теории активных систем описанием [22,24,25,81], задание модели АС подразумевает задание состава системы, ее структуры (совокупности управляющих, технологических, информационных и других связей между участниками системы) и механизма функционирования (совокупности правил, процедур, методов и т.д., регламентирующих взаимодействие участников). Поэтому при заданном элементном составе задача управления в широком смысле заключается в поиске как структуры системы, так и механизма управления. Понятно, что для каждой структуры может быть использовано множество (зависящее от этой структуры) механизмов управления. Следовательно, решение распадается на два этапа – решение задачи синтеза механизма управления, оптимального для заданной структуры (задача управления в узком смысле, решаемая на первом этапе), и решение задачи синтеза структуры системы (на втором этапе). Следует признать, что в настоящей работе в основном исследовались задачи управления в узком смысле, однако можно надеяться, что использование принципа рациональной централизации окажется эффективным и при решении задач синтеза структуры АС.

Наряду с задачами синтеза состава и структуры многоуровневых активных систем, в качестве перспективных направлений дальнейших их исследований следует выделить следующие задачи:

– синтеза механизмов управления многоуровневыми активными системами, функционирующими в условиях смешанной неопределенности;

– синтеза механизмов управления в условиях возможности образования коалиций участниками АС;

– изучения механизмов планирования (в том числе – исследования манипулируемости, идеального агрегирования и т.д.) в многоуровневых активных системах, в которых центры промежуточных уровней обладают собственными интересами;

– исследования методов декомпозиции теоретико-игровых задач;

– манипулируемости в механизмах стимулирования с сообщением информации в многоуровневых АС;

– количественного анализа влияния ограниченных способностей человека, групп людей и т.д. по переработке информации на свойства системы управления;

– оптимального агрегирования, в том числе – задачи выбора агрегированного описания подсистем, минимизирующего разность между максимальной и гарантированной эффективностями управления;

– исследования АС с векторными структурами систем управления – АС с распределенным контролем, векторными предпочтениями АЭ и т.д.;

– изучения с точки зрения принципа рациональной централизации реальных иерархических систем, в том числе анализ задач идентификации уже существующих формальных моделей;

– разработки комплексов прикладных моделей структур и механизмов управления многоуровневыми организационными системами и др.

Отметим, что в настоящей работе в основном исследовался широко распространенный на практике класс многоуровневых систем, а именно – иерархические системы, имеющие древовидную структуру. Наряду с этим, в настоящее время все большее распространение получают так называемые сетевые структуры управления, в которых трудно (а иногда и невозможно) выделить уровни или иерархические компоненты системы управления. Переплетение и смешение ветвей власти на уровне государства, "командные" методы организации управления на уровне отдельной фирмы – все это примеры сетевых структур. Поэтому представляется, что следующим (после относительно полного и систематического исследования иерархических многоуровневых систем) перспективным предметом исследований в области теоретико-игрового моделирования механизмов функционирования организационных систем должны стать именно сетевые структуры управления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акоф Р., Эмери Ф. О целеустремленных системах. М.: Сов. радио, 1974.-272с.

2. Алиев В.С., Кононенко А.Ф. Об условиях точного агрегирования информации в теоретико-игровых моделях. М.: ВЦ РАН, 1991. – 28 с.

3. Алиев В.С., Кононенко А.Ф. Точное агрегирование в теоретико-игровых моделях. М.: ВЦ АН СССР, 1990. – 26 с.

4. Алиев В.С., Цветков А.В. Игра двух лиц с фиксированной последовательностью ходов при агрегированной информации // Планирование, оценка деятельности и стимулирование в активных системах. Сб. трудов. М.: ИПУ АН СССР, 1985. С. 35 – 42.

5. Ансоф И. Стратегическое управление. М.: Экономика, 1989. – 519 с.

6. Антомонов Ю., Харламов В. Кибернетика и жизнь. М.: Сов.Россия, 1968.-327с.

7. Ануфриев И.К., Бурков В.Н., Вилкова Н.И., Рапацкая С.Т. Модели и механизмы внутрифирменного управления. М.: ИПУ РАН, 1994. – 72 с.

8. Аткинсон Р. Человеческая память и процесс обучения. М.: Прогресс, 1980. – 528 с.

9. Ашимов А.А., Бурков В.Н., Джапаров Б.А., Кондратьев В.В. Согласованное управление активными производственными системами. М.: Наука, 1986. – 248 с.

10. Багриновский К.А. Основы согласования плановых решений. М.: Наука, 1977. – 303 с.

11. Бир С. Кибернетика и управление производством. М.: Наука, 1965. – 391 с.

12. Бир С. Мозг фирмы. М.: Радио и связь, 1993. – 416 с.

13. Бирюков Б.В. Кибернетика и методология науки. М.: Наука, 1974. – 414 с.

14. Бриллюэн Л. Наука и теория информации. М.: Наука, 1960. – 392 с.

15. Бурков В.Н. Основы математической теории активных систем. М.: Наука, 1977. – 255 с.

16. Бурков В.Н., Горгидзе И.И., Новиков Д.А., Юсупов Б.С. Модели и механизмы распределения затрат и доходов в рыночной экономике. М.: ИПУ РАН, 1997. – 59 с.

17. Бурков В.Н., Данев Б., Еналеев А.К. и др. Большие системы: моделирование организационных механизмов. М.: Наука, 1989. – 245 с.

18. Бурков В.Н., Еналеев А.К., Кондратьев В.В. Трехуровневые активные системы / В кн. V*I* Международный симпозиум "Прикладные проблемы

больших систем управления. Сборник резюме". Приморско: Институт технической кибернетики БАН, 1977. С. 48 – 54.
19. Бурков В.Н., Еналеев А.К., Новиков Д.А. Механизмы стимулирования в вероятностных моделях социально-экономических систем // Автоматика и Телемеханика. 1993. № 11. С. 3 – 30.
20. Бурков В.Н., Еналеев А.К., Новиков Д.А. Механизмы функционирования социально-экономических систем с сообщением информации // Автоматика и Телемеханика. 1996. № 3. С. 3 – 25.
21. Бурков В.Н., Ириков В.А. Модели и методы управления организационными системами. М.: Наука, 1994. – 270 с.
22. Бурков В.Н., Кондратьев В.В. Механизмы функционирования организационных систем. М.: Наука, 1981. – 384 с.
23. Бурков В.Н., Кондратьев В.В., Цыганов В.В., Черкашин А.М. Теория активных систем и совершенствование хозяйственного механизма. М.: Наука, 1984. – 272 с.
24. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Введение в теорию активных систем. М.: ИПУ РАН, 1996. – 125 с.
25. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Как управлять проектами. М.: Синтег, 1997. – 188 с.
26. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Механизмы критериального управления активными системами в задачах стимулирования / Сборник трудов ИПУ РАН. 1999.
27. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Страхование: оптимизация и перераспределение риска // Инвестиционный эксперт. 1997. № 5. С. 24 – 27.
28. Бурков В.Н., Опойцев В.И. Метаигровой подход к управлению активными системами // Автоматика и Телемеханика. 1974. № 1. С. 103 – 114.
29. Бурков В.Н. Принципы управления многоуровневыми активными системами / Международный симпозиум по проблемам организационного управления и иерархическим системам. Реф. докладов. Ч. *I*. М.: ИАТ, 1972.
30. Великовский М. Иерархия и свобода. М.: Шварц, 1993. – 163 с.
31. Вилкас Э.Й. Оптимальность в играх и решениях. М.: Наука, 1990. – 256 с.
32. Виханский О.С., Наумов А.И. Менеджмент: человек, стратегия, организация, процесс. М.: Изд-во МГУ, 1996. – 416 с.
33. Гермейер Ю.Б., Ватель И.А., Ерешко Ф.И., Кононенко А.Ф. Игры с непротивоположными интересами / Труды Всесоюзной школы-семинара по управлению большими системами. Тбилиси: Мецниереба, 1973. С. 34 – 37.

34. Гермейер Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами. М.: Наука, 1976. – 327 с.
35. Гермейер Ю.Б., Моисеев Н.Н. О некоторых задачах теории иерархических систем управления / Проблемы прикладной математики и механики. М.: Наука, 1971. С. 30 – 43.
36. Гладышев А.И., Дементьев В.Т. Задачи оптимизации иерархических структур / Препринт АН СССР СО: Институт математики, 1988. № 24. С.1 – 44.
37. Горелик В.А. Иерархические системы с ромбовидной структурой / Тезисы докладов *III* всесоюзной конференции по исследованию операций. Горький: ГГУ, 1978.
38. Горелик В.А., Кононенко А.Ф. Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах. М.: Радио и связь, 1982. – 144 с.
39. Гранберг А.Н., Суспицын С.А. Введение в системное моделирование народного хозяйства. Новосибирск: Наука, 1988. – 304 с.
40. Гусев В.Б., Дранев Я.Н., Зуев Г.М., Куликов О.А., Марков Ю.И., Фаткин Ю.М. Методы определения оптимального управления в иерархических структурах. М.: ИАТ, 1974. – 76 с.
41. Дементьев В.Т., Ерзин А.И., Ларин Р.М., Шамардин Ю.В. Задачи оптимизации иерархических структур. Новосибирск: НГУ, 1996. – 167 с.
42. Денисов А.А., Волкова В.Н. Иерархические системы. Л.: ЛПИ, 1989. – 88 с.
43. Дроздюк В.И. Эволюция и иерархия. Черновцы: ЧГУ (Деп. ИНИОН), 1989.-57с.
44. Дружинин В.В., Конторов Д.С. Проблемы системологии. М.: Сов. радио, 1976. – 295 с.
45. Дубов Ю.А., Травкин С.И. Якимец В.Н. Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. М.: Наука, 1986. – 296 с.
46. Ефимов Е.И. Решатели интеллектуальных задач. М.: Наука, 1982. – 320 с.
47. Жуков Н.И. Философские основы кибернетики. Минск: БГУ, 1976. – 224 с.
48. Заруба В.Я. Аналитическое проектирование мотивационных процедур планирования. Харьков: Бизнес Информ, 1998. – 248 с.
49. Зеленевский Я. Организация трудовых коллективов. М.: Прогресс, 1971.-311с.
50. Ильясов Б.Г., Миронов В.В., Юсупова Н.И. Иерархические модели процессов управления: описание, интерпретация и лингвистическое обеспечение. Уфа: УГАТУ, 1994. – 152 с.

51. Интриллигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.: Прогресс, 1975. – 606 с.
52. Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. М.: Мир, 1964. – 838 с.
53. Касти Д. Связность, сложность и катастрофы. М.: Мир, 1982. – 216 с.
54. Козелецкий Ю. Психологическая теория решений. М.: Прогресс, 1979. – 504 с.
55. Кондратеьев В.В., Константинова Н.В. Декомпозиция и согласование в трехуровневых организационных системах / Материалы всесоюзной конференции "Декомпозиция и координация в сложных системах". Челябинск: ЧПИ, 1987. С. 46 – 58.
56. Крылов В.Ю., Морозов Ю.И. Кибернетические модели и психология. М.: Наука, 1984. – 174 с.
57. Крутов Б.П., Новикова Н.М. Теоретико-игровой анализ многоуровневых динамических ИСУ. М.: ВЦ АН СССР, 1989. – 58 с.
58. Кузьмицкий А.А., Новиков Д.А. Организационные механизмы управления развитием приоритетных направлений науки и техники. М.: ИПУ РАН, 1993. – 68 с.
59. Кукушкин Н.С., Морозов В.В. Теория неантагонистических игр. М.: МГУ, 1984. – 104 с.
60. Ларичев О.И. Выявление экспертных знаний. М.: Наука, 1989. – 128 с.
61. Линдсей П., Норман Д. Переработка информации у человека (введение в психологию). М.: Мир, 1974. – 550 с.
62. Малинецкий Г.Г., Шакаева М.С. Модель иерархической организации. М.: ИПМ, 1995. – 26 с.
63. Мамиконов А.Г. Принятие решений и информация. М.: Наука, 1983. – 183 с.
64. Матин А.В. Декомпозиция и агрегирование при решении оптимизационных экономических моделей. М.: Наука, 1985. – 71 с.
65. Менар К. Экономика организаций. М.: ИНФРА-М, 1996. – 160 с.
66. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем. М.: Мир, 1973. – 344 с.
67. Мескон М., Альберт М., Хедоури Ф. Основы менеджмента. М.: Дело, 1998. – 800 с.
68. Методы и модели синтеза иерархических систем / Межвузовский сборник. Барнаул: АГУ, 1989. – 171 с.
69. Миллер Д., Галантер Е., Прибрам К. Планы и структура поведения. М.: Прогресс, 1964. – 236 с.
70. Мильнер Б.З., Евенко Л.И., Раппопорт В.С. Системный подход к организации управления. М.: Экономика, 1983. – 224 с.

71. Михалевич В.С., Волкович В.Л. Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем. М.: Наука, 1982. – 286 с.
72. Моисеев Н.Н. Элементы теории оптимальных систем. М.: Наука, 1974. – 526 с.
73. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели. М.: Мир, 1991. – 464 с.
74. Нейман Д., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970. – 707 с.
75. Новиков Д.А. Динамика поведения систем с большим числом целенаправленных элементов // Автоматика и Телемеханика. 1996. № 4. С. 187 – 189.
76. Новиков Д.А. Закономерности итеративного научения. М.: ИПУРАН, 1998.-96с.
77. Новиков Д.А. Механизмы гибкого планирования в активных системах с неопределенностью // Автоматика и Телемеханика. 1997. № 6. С. 3 – 26.
78. Новиков Д.А. Механизмы стимулирования в динамических и многоэлементных социально-экономических системах // Автоматика и Телемеханика. 1997. № 6. С. 3 – 26.
79. Новиков Д.А. Механизмы стимулирования в моделях активных систем с нечеткой неопределенностью. М.: ИПУ РАН, 1997. – 101 с.
80. Новиков Д.А. Обобщенные решения задач стимулирования в активных системах. М.: ИПУ РАН, 1998. – 68 с.
81. Новиков Д.А. Стимулирование в социально-экономических системах (базовые математические модели). М.: ИПУ РАН, 1998. – 216 с.
82. Овсиевич Б.Л. Модели формирования организационных структур. М.: Наука, 1979. – 159 с.
83. Опойцев В.И. Равновесие и устойчивость в моделях коллективного поведения. М.: Наука, 1977. – 248 с.
84. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. М.: Наука, 1981. – 206 с.
85. Оуэн Г. Теория игр. М.: Мир, 1971. – 230 с.
86. Питер Л.Д. Принцип Питера / Ваше преуспевание в ваших руках. М.: Республика, 1993. С. 181 – 273.
87. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Наука, 1982. – 344 с.
88. Поспелов Г.С., Ириков В.А. Программно-целевое планирование и управление. М.: Советское радио, 1976. – 344 с.
89. Пушкин В.Г., Урсул А.Д. Системное мышление и управление. М.: РАУ, 1994. – 185 с.

90. Рейтман Л.И. Страховое дело. М.: Банковский и биржевой научно-консультационный центр, 1992. – 524 с.
91. Трахтенгерц Э.А. Неопределенность в математических моделях компьютерной оценки решений. М.: ИПУ РАН, 1998. – 69 с.
92. Трахтенгерц Э.А. Компьютерная поддержка принятия решений. М.: Синтег, 1998. – 376 с.
93. Трахтенгерц Э.А. Принятие решений на основе компьютерного анализа. М.: ИПУ РАН, 1996. – 69 с.
94. Турчин В.Ф. Феномен науки: Кибернетический подход к эволюции. М.: Наука, 1993. – 296 с.
95. Урсул А.Д. Природа информации. М.: Политиздат, 1968. – 288 с.
96. Федченко К.А. Модели управления активными системами с распределенным контролем и векторными предпочтениями активных элементов / Тезисы докладов XL*I* конференции МФТИ. Долгопрудный, 1998. Часть 2. С. 42.
97. Франчук В.И. Основы построения организационных систем. М.: Экономика, 1991. – 111 с.
98. Хакимов Э.М. Моделирование иерархических систем. Казань: КГУ, 1986.-160с.
99. Ходжамкулыев М. Принцип иерархичности в организации систем. М.: МПГУ (Деп. в ИНИОН), 1991. – 30 с.
100. Цвиркун А.Д., Акинфиев В.К. Структура многоуровневых и крупномасштабных систем. М.: Наука, 1993. – 157 с.
101. Цвиркун А.Д. Основы синтеза структуры сложных систем. М.: Наука, 1982. – 200 с.
102. Цурков В.И. Декомпозиция в задачах большой размерности. М.: Наука, 1981. -352 с.
103. Чернышев М.К., Гладышев М.Ю. Математическое моделирование иерархических систем с приложениями к биологии и экономике. М.: Наука, 1983. – 192 с.
104. Шибанов Г.П. Количественная оценка деятельности человека в системах человек-техника. М.: Машиностроение, 1983. – 263 с.
105. Эшби У.Р. Введение в кибернетику. М.: Изд-во иностранной литературы. 1959. – 432 с.
106. Яглом А.М., Яглом И.М. Вероятность и информация. М.: Наука, 1973. – 511 с.
107. Янг С. Системное управление организацией. М.: Советское радио, 1982.-456с.

108. Dasgupta P., Hammond P., Maskin E. The implementation of social choice rules: some general results on incentive compatibility // Review of Economic Studies. 1979. Vol. 46. № 2. P. 185 – 216.
109. Hammond P. Straightforward individual incentive compatibility in large economies // Review of Economic Studies. 1979. Vol. 46. № 143. P. 263 – 282.
110. Handy C. Understanding organizations. London: Pengium Books, 1993. – 445 p.
111. Harris M., Townsend R. Resource allocation under asymmetric information // Econometrica. 1981. Vol. 49. № 1. P. 33 – 64.
112. Harsanyi J. Games with incomplete information played by "Bayesian" players // Management Science. Part I: 1967. Vol. 14. № 3. P. 159 – 182. Part II: 1968. Vol. 14. № 5. P. 320 – 334. Part III: 1968. Vol. 14. № 7. P. 486 – 502.
113. Hick W.E. On the rate of gain information // Quarterly Journal of Experimental Psychology. 1959. Vol. IV. № 1.
114. Holmstrom B. Moral hazard in teams // Bell Journal of Economics. 1982. Vol. 13. P. 324 – 340.
115. Hurwicz L. On informationally decentralized systems / Decision and organization. Amsterdam: North-Holland Press, 1972. P. 297 – 336.
116. Itoh H. Incentives to help in multi-agent situations // Econometrica. 1991. Vol. 59. № 3. P. 611 – 636.
117. Jackson M., Srivastava S. A characterization of game-theoretic solutions which lead to impossibility theorems // Review of Economic Studies. 1996. Vol. 63. № 214. P. 23 – 38.
118. Kim S. Efficiency of an information system in the agency model // Econometrica. 1995. Vol. 63. № 2. P. 425 – 430.
119. Kofman E., Lawarrce J. Collision in hierarchical agency // Econometrica. 1993. – Vol. 61. № 3. P. 629 – 656.
120. Laslo E. Basic concepts of systems philosophy // General systems theory and human communications (ed. by B.Ruben, I.Kim). N.Y.: Hayden, 1975.
121. Ma C. Unique implementation of incentive contracts with many agents // Review of Economic Studies. 1988. Vol. 55. № 184. P. 555 – 572.
122. McKelvey R. Game forms for Nash implementation of general social choice correspondences // Social Choice and Welfare. 1989. № 6. P. 139 – 156.
123. Miller G. The magical number seven plus or minus two: some limits on capacity for information processing // Psychological Review. 1956. Vol. 63. № 1. P. 81 – 92.
124. Mintzberg H. The structuring in organizations. NJ: Prentice Hall, 1979. – 512 p.

125. Mookherjee D. Optimal incentive schemes with many agents // Review of Economic Studies. 1984. Vol. 51. № 2. P. 433 – 446.
126. Moulin H., Shenker S. Serial cost sharing // Econometrica. 1992. Vol. 60. № 5. P. 1009 – 1037.
127. Myerson R.B. Optimal coordination mechanisms in generalized principal-agent problems // Journal of Mathematical Economy. 1982. Vol. 10. № 1. P. 67-81.
128. Nicherson D., Sandler T. Intertemporal incentive allocation in simple hierarchies // Mathematical Social Sciences. 1984. Vol. 7. № 1. P. 33 – 57.
129. Pattee H. Hierarchy theory. NY: Braziller, 1973. – 443 p.
130. Peters T.J., Watermann R.H. In search of excellence. NY:H&R, 1982. – 360 p.
131. Pratt J. Risk aversion in the small and in the large // Econometrica. 1964. Vol. 32. №1. P. 122 – 136.
132. Riordan M., Sappington D. Commitment in procurement contracting // Scandinavian Journal of Economics. 1988. Vol. 90. № 3. P. 357 – 372.
133. Saijo T. Strategy space reduction in Maskin's theorem: sufficient conditions for Nash implementation // Econometrica. 1988. Vol. 56. № 3. P. 693 – 700.
134. Schein E.H. Organizational psychology. NY: Prentice Hall, 1965. – 114 p.
135. Selten R. Reexamination of the perfectness concept for equilibrium points in extensive games // International Journal of Game Theory. 1975. Vol.4. №1. P.22-55.
136. Simon H. Administrative behavior. N.Y.: Frece Press, 1976. – 364 p.
137. Sprumont Y. The division problem with single-peaked preferences: a characterization of the uniform allocation rule // Econometrica. 1991. Vol. 59. № 2. P. 509 – 519.
138. Stole L. Lectures on the theory of contracts and organizations. Chicago: Univ. of Chicago. 1997. – 104 p.
139. Wen Q. The "Folk Theorem" for repeated games with complete information // Econometrica. 1994. Vol. 62. № 4. P. 949 – 954.
140. Wilson R. On the theory of syndicates // Econometrica. 1968. Vol. 36. № 1. P. 119 – 132.