РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова

Д.А. Новиков

СЕТЕВЫЕ СТРУКТУРЫ
И
ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

Москва – 2003

УДК 007
ББК 32.81
Н 73

Новиков Д.А. **Сетевые структуры и организационные системы**. М.: ИПУ РАН (научное издание), 2003. – 102 с.

Настоящая работа содержит результаты исследований теоретико-игровых моделей структурного синтеза. Показывается, что структура определяется типом иерархической игры, разыгрываемой участниками системы. Такой подход позволяет анализировать *сетевые структуры*, в которых потенциально существуют связи между всеми участниками, некоторые из которых актуализируются, порождая на время решения стоящей перед системой задачи определенную иерархию. Значительное внимание уделяется практически важным частным случаям: линейных систем, систем с побочными платежами, задачам управления проектами и др.

Работа рассчитана на специалистов (теоретиков и практиков) по управлению организационными системами.

Рецензент: д.т.н., проф. А.В. Щепкин

Утверждено к печати Редакционным советом Института

Текст воспроизводится в виде, утвержденном Редакционным советом Института

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ

Если традиционно в работах по управлению социально-экономическими системами рассматриваются *организационные системы* (ОС) с фиксированной структурой, в которых распределение ролей участников ОС (метацентры – центры – активные элементы) является заданным, то в настоящей работе исследуется так называемое *сетевое взаимодействие* активных агентов, каждый из которых, в зависимости от ситуации и решаемой задачи, может выступать как в роли управляемого субъекта – *активного элемента* (АЭ), так и в роли управляющего органа – *центра*, или в роли метацентра, осуществляющего руководство центрами и т.д.

Необходимость изучения сетевого взаимодействия обусловлена, с одной стороны, тем, что для функциональных элементов ОС характерна возможность выступать в различных ролях, то есть решать те или иные задачи с различной эффективностью, а с другой стороны – многообразием этих задач и быстрым изменением внешних условий функционирования. Содержательными примерами являются: задачи управления региональным развитием [9, 26], в которых имеет место возможность определенных центров (например, подразделений администрации региона) выступать в роли метацентров (то есть брать на себя ответственность за результаты, установление правил взаимодействия и принятия решений другими центрами и т.д.) при управлении соответствующим множеством проектов развития; задачи управления проектами [12, 93], в которых одно и то же множество исполнителей может реализовывать различные пакеты работ, сотрудники функциональных подразделений могут выступать в роли руководителей проектов на время их реализации; задачи корпоративного и внутрифирменного управления [68], в которых временное распределение ролей между подразделениями варьируется в зависимости от заказа, полученного объединением, и др.

В терминах рассматриваемых в теории управления формальных моделей один и тот же субъект, принимающий решения (*агент*), в зависимости от набора решаемых системой задач может выступать как в роли исполнителя – АЭ, так и в роли центра или *метацентра*. Целесообразность того или иного распределения ролей зависит от критерия эффективности, в соответствии с которым оценивается эффективность управлений и состояний управляемой системы в рамках заданных институциональных [78] ограничений.

В соответствии с определением, данным в [90], *организация* – 1) внутренняя упорядоченность, согласованность взаимодействия более или менее дифференцированных и автономных частей целого, обусловленная его строением; 2) совокупность процессов или действий, ведущих к образованию и совершенствованию взаимосвязей между частями целого; 3) объединение людей, совместно реализующих некоторую программу или цель и действующих на основе определенных процедур и правил, то есть механизмов функционирования [14].

Под *структурой* будем понимать совокупность устойчивых связей между элементами системы. Для ОС это могут быть информационные, управляющие и другие связи между участниками, включая отношения подчиненности и распределение прав принятия решений.

Под *организационной структурой* (оргструктурой) можно понимать либо *структуру процесса организации* (второе определение понятия «организация») как совокупность временн*ых*, причинно-следственных и др. связей между его этапами, либо *структуру ОС* (соответственно, третье определение понятия «организация»). Общепринятым является последнее определение, поэтому по умолчанию будем подразумевать под организационной структурой именно структуру ОС.

В качестве *типовых структур ОС* выделим следующие. Во-первых, это – *вырожденная структура* (ВС), в которой отсутствуют какие-либо связи между участниками. Во вторых, это – *линейная структура* (ЛС), при которой подчиненность участников ОС имеет вид дерева, то есть каждый участник подчинен одному и только одному участнику следующего (более высокого) уровня иерархии (следует отметить, что в подавляющем большинстве работ, содержащих формальные модели управления организационными системами, рассматривались модели ОС, характеризуемые именно древовидными структурами). И, наконец, в третьих, это – *матричная структура* (МС), в которой некоторые участники ОС могут быть подчинены одновременно нескольким участникам, находящимся либо на одном и том же (более высоком), либо на различных, уровнях иерархии (соответственно, так называемое двойное подчинение, межуровневое взаимодействие и распределенный контроль [73, 76]). Любая из известных структур ОС может быть отнесена (используемые при этом критерии должны отражать специфику решаемой задачи) к одной из трех типовых – ВС, ЛС или МС.

Если выделенные три типовые структуры отражают статические характеристики ОС, то для описания их изменений во времени целесообразно введение понятия *сетевой структуры* (СС), в которой потенциально существуют связи между всеми участниками, некоторые из которых актуализируются, порождая из ВС линейную или матричную, на время решения стоящей перед системой задачи, а затем разрушаются (возвращаясь к ВС) до момента появления новых задач. То есть, СС – это такие структуры ОС, в которых могут возникать и двойное подчинение, и межуровневое взаимодействие, причем одни и те же субъекты могут выступать как в роли управляющих органов, так и в роли управляемых агентов, то есть вступать в сетевое взаимодействие. Образно говоря, сетевая структура – набор априори равноправных агентов, в котором могут возникать вр*е*менные иерархические и другие структуры, определяемые решаемыми системой задачами.

Следует сделать следующее терминологическое замечание. Ранее было распространена интерпретация сетевых структур как таких, в которых нет явно выраженной иерархии, и между всеми (или большинством) ее элементов существуют постоянные связи. В последнее время все большее распространение приобретает интерпретация сетевой структуры (и мы будем придерживаться именно этой интерпретации) как набора агентов, между которыми не существует постоянных связей (то есть «конструктором» является ВС), а связи образуются между ними (например, в виде линейной или матричной структуры) на время решения стоящей перед системой задачи; затем связи исчезают до момента возникновения новой задачи и т.д. Кроме того, необходимо оговориться, что используемый нами термин «сетевая структура» не имеет непосредственного отношения к Интернету (см. специфику сетевой экономики, основанной на всемирной паутине, в [42]).

Упорядоченность взаимодействия и механизм управления (иерархия) возникает в сетевой структуре в результате необходимости специализации, позволяющей эффективно решать частные задачи. Например, в процессе многократного решения схожих задач ЛС возникает в СС как механизм снижения трансакционных издержек. Другими словами, **разнообразие решаемых задач порождает в вырожденной структуре организационные системы как вр*е*менные иерархии**. Следовательно, тип структуры ОС, обнаруживаемый исследователем операций, зависит от времени наблюдения – на больших (по сравнению с характерным временем изменения внешних условий) временных промежутках ОС может рассматриваться как сеть, на малых – как имеющая одну из типовых структур – ВС, ЛС или МС. Все это вызывает необходимость исследования задач структурного синтеза [13].

Вернемся к обсуждению свойств трех типовых структур. Условно можно считать, что типовые структуры ОС различаются степенью проявлений таких свойств как: иерархичность (противоположностью является распределенность) и число связей. С точки зрения иерархичности ЛС является полностью иерархичной, на другом полюсе находится ВС, в которой отсутствует иерархичность, а промежуточное место занимает МС, в которой имеют место, как наличие иерархии, так и распределенность. С точки зрения числа постоянных связей наименьшее их число имеет ВС, наибольшее – МС, а ЛС занимает промежуточное место (МС можно рассматривать как наложение друг на друга нескольких ЛС).

В каких же случаях эффективными оказываются те или иные структуры, под влиянием каких факторов одна структура трансформируется в другую? Эффективность и трансформация структур обусловлена существующими и, соответственно, изменяющимися внешними и внутренними условиями функционирования. *Внешними условиями* (активными и/или пассивными) являются требования, предъявляемые к ОС внешней средой – нормы, нормативы, ограничения, ожидания, характеристики рынка, социальный заказ и т.д. *Внутренние условия,* в первую очередь, характеризуются *организационными издержками*, зависящими от условий взаимодействия участников ОС (затраты на их взаимодействие, а также на организацию и координацию этого взаимодействия – число связей, информационная нагрузка и т.д. – в существующих условиях практически без учета производственных издержек).

В общем случае *задача управления структурой ОС* формулируется как задача поиска структуры или набора структур, которая минимизировала бы организационные издержки (или максимизировала некоторый функционал, который может отражать в агрегированном виде предпочтения участников ОС и/или других субъектов) при ограничении удовлетворения системой внешним требованиям.

Введем два предположения относительно сравнительной эффективности типовых структур. Первое предположение упорядочивает три типовых структуры по «сложности», которая в первом приближении может определяться как число связей между элементами ОС. Будем считать, что наиболее «простой» является ВС, наиболее «сложной» – МС, а ЛС занимает промежуточное положение между ними. Второе предположение связывает сложность типовой структуры с ее организационными издержками и, следовательно, с эффективностью в зависимости от частоты изменения внешних условий. А именно, будем считать, что более простые структуры характеризуются меньшими организационными издержками и эффективны при большей частоте изменения внешних условий.

Из введенных предположений следует, что при появлении у организации новых задач, проектов и т.д. и/или при увеличении допустимых организационных издержек возникают новые иерархии, то есть, происходит усложнение структуры и осуществляется «сдвиг» от ВС к МС (см. рисунок 1а, на котором петля означает сохранение типа структуры). При сокращении числа задач, завершении проектов и т.д. и/или при уменьшении допустимых организационных издержек разрушается часть существующих иерархий, то есть происходит упрощение структуры и осуществляется «сдвиг» от МС к ВС (см. рисунок 1б). Аналогично, при увеличении частоты изменения внешних условий происходит упрощение структуры.

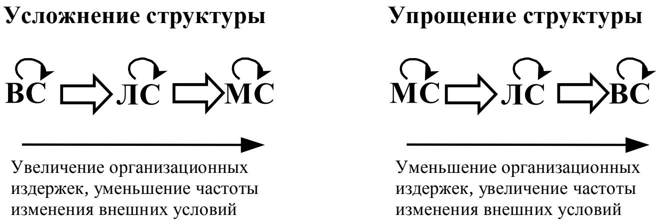

Рис. 1а. *Рис. 1б.*

Закономерности усложнения и упрощения структуры ОС (*трансформации СС*)

Таким образом, качественно, МС оказываются эффективными при неизменных внешних условиях и высоких организационных издержках, ВС – при изменяющихся внешних условиях и низких организационных издержках, а ЛС занимают промежуточное положение (см. также рисунок 2).

Рассмотрим теперь качественно возможные переходы между типовыми структурами и причины этих переходов. Как отмечалось выше, снижение эффективности некоторой структуры может быть обусловлено изменением внешних условий и/или изменением организационных издержек.

Процесс трансформации может описываться как появление или исчезновение новых иерархий (элементарных линейных структур). Из качественно отмеченных выше закономерностей упрощения и усложнения структур следует, что непротиворечивыми с точки зрения введенных предположений являются закономерности трансформации типовых структур, приведенные на рисунке 2 (интересно отметить «универсальность» ЛС).

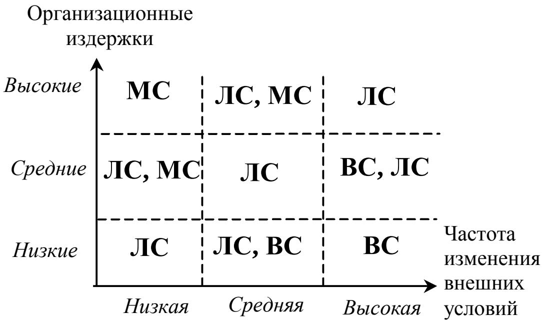

Рис. 2. Области эффективности типовых структур ОС и закономерности их трансформации

Следует признать, что введенные предположения и приведенные качественные результаты на сегодняшний день могут быть обоснованы лишь содержательными рассуждениями и апеллируют к интуиции читателя. Формальное обоснование подобных результатов является перспективной задачей теории управления. Для получения целостной картины введем систему классификаций задач управления структурой ОС.

Примем следующие основания системы классификаций задач управления структурой ОС (возможна и более детальная классификация с выделением языков описания, критериев и методов оптимизации и т.д. – примером является четвертый пункт предлагаемой системы классификаций) [74].

1. <u>Исходная структура.</u> Если первоначально имеется некоторая оргструктура, то может рассматривается *задача* ее *оптимизации*, если исходной структуры нет, то должна рассматриваться *задача синтеза структуры*.

2. <u>Динамика.</u> Если задача синтеза или оптимизации решается без учета изменений внешних и внутренних условий, то назовем ее *статической*, если с их учетом, то – *динамической*. В динамическом случае можно выделить задачи поиска оптимальной структуры (или оптимальной последовательности структур) и задачу поиска оптимального *перехода* от существующей к оптимальной структуре.

3. Управляемые параметры. Оптимизируемым параметром могут служить переменные, описывающие непосредственно структуры (связи между участниками ОС), или правила (быть может, условные) и процедуры, определяющие трансформации структур и даже закономерности этих трансформаций. Первый случай является «традиционной» задачей управления, а второй случай можно охарактеризовать как *метауправление* (выбор законов, алгоритмов и закономерностей целенаправленной трансформации структур). В частности, примером метауправления является приведенные на рисунках 1 и 2 закономерности трансформации СС.

Отметим, что даже при наличии изменяющихся во времени внешних или внутренних условий можно отказаться от поиска последовательности структур или закономерностей их изменения и решать *квазидинамическую задачу* – искать единственную структуру, которая оптимальна «в среднем» на рассматриваемом временном интервале.

4. Модель организационных издержек. На сегодняшний день известны два общих способа формализации организационных издержек – описание их как функционала от переменных, непосредственно описывающих структуру ОС (подход, принятый в большинстве работ, который условимся называть *локальной моделью*), и косвенное их определение через задание набора целевых функций участников ОС, зависящих от стратегий друг друга (этот подход, который условимся называть *игровой моделью* не получил пока широкого распространения и развивается в настоящей работе – см. также [11, 13, 73, 76]). И в локальной, и в игровой модели исследователь сталкивается с высокой вычислительной сложностью оптимизационных задач. Тем не менее, необходимо признать, что локальная модель более наглядна и дает возможность конструктивно описывать эффекты метауправления, отражение которого в игровых моделях громоздко настолько, что не позволяет делать даже качественных выводов о свойствах оптимальных управлений.

Введенная система классификаций позволяет выделить шесть *общих классов задач* управления (синтеза и/или оптимизации – см. первое основание системы классификаций) структурой

ОС, приведенных на рисунке 3 (отметим, что для статических задач выделение метауправления бессмысленно).

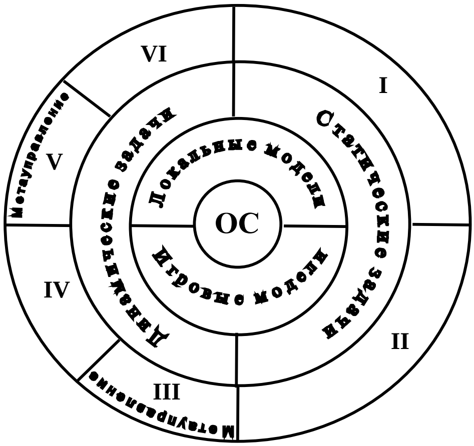

Рис. 3. Общие классы задач управления структурой ОС

Перечисленные ниже (во втором разделе) работы, посвященные оптимизации иерархических структур, в подавляющем своем большинстве относятся к первому классу задач (локальные статические модели). Второй класс задач, то есть теоретико-игровые модели структурного синтеза сетевых структур (игровые модели перехода от вырожденной к линейной или матричной структуре), рассматривается в настоящей работе. Динамические локальные модели (и, в том числе, модели метауправления), полученные в рамках концепции, сформулированной в [19], приведены в [20-22, 33-35, 62, 63] и соответствуют пятому и шестому классу задач. Третий и четвертый классы задач, как отмечалось выше, на сегодняшний день абсолютно не исследованы.

Изложение материала настоящей работы имеет следующую структуру: сначала качественно рассматриваются эффекты сетевого взаимодействия, далее дается формальная постановка задачи структурного синтеза в терминах теории иерархических игр и обсуждаются известные на сегодняшний день ее частные случаи, в последующих разделах приводится решение задач структурного синтеза для некоторых моделей – веерных структур, однородных

ОС, линейных ОС, ОС с побочными платежами, в том числе – в рамках моделей ограниченной рациональности. В двенадцатом разделе обсуждаются общие задачи управления в сетевых структурах и приводится пример совместного решения задач синтеза веерной структуры и механизма внутренних цен. В тринадцатом разделе формулируется и решается задача последовательного синтеза структуры, в четырнадцатом – обсуждается связь задач синтеза структуры с управлением проектами. Заключение содержит краткое обсуждение основных результатов и перспектив дальнейших исследований.

2. СЕТЕВОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ: КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ

В большинстве моделей теории активных систем, теории иерархических игр и других разделов теории управления социально-экономическими системами подчиненность участников ОС считается заданной. В работах по экономике и менеджменту обсуждаются преимущества и недостатки различных организационных структур [1, 17, 29, 44, 58, 100, 106, 111], в том числе – сетевых [59, 81], но задача синтеза оптимальной структуры даже не упоминается. В многочисленных работах, посвященных задачам оптимизации иерархических структур [1, 5, 15, 16, 18-22, 27, 31, 33-35, 38-40, 48, 49, 52, 54-56, 61-64, 67, 79, 80, 83-85, 92, 94-97], практически не учитывается характерная для участников ОС целенаправленность поведения, либо исследуется взаимодействие агентов с фиксированными ролями, находящихся на различных уровнях иерархии [3, 4, 7, 8, 26, 69, 86]. Первое замечание справедливо и для чрезвычайно популярных на сегодняшний день программных многоагентных систем [30, 98, 108, 114].

Исключение составляют, во-первых, работы [73, 76], в которых исследовались теоретико-игровые модели многоуровневых иерархических систем с фиксированной структурой и изучалась специфика иерархий (факторы, влияющие на эффективность управления иерархической оргсистемой), а также было введено понятие сетевого взаимодействия, характерным признаком которого является потенциальная возможность каждого из участников ОС выступать в роли центра или АЭ, или одновременно и в роли центра, и в роли АЭ (при взаимодействии с различными участниками). Во вторых, – работы [6, 11, 13], в которых качественно формулируются задачи структурного синтеза в рамках теоретико-игровых моделей, и приводится решение для ряда частных случаев.

Опишем различие между «ролями» участников ОС. Целенаправленное (активное) поведение в теории управления обычно описывается в рамках теоретико-игровых моделей [36]. Качественное отличие иерархических игр [25, 36] от «обычных» неантагонистических игр заключается в наличии упорядочения участников ОС по последовательности выбора стратегий[1]. Обычно считается, что управляющий орган (центр в теории активных систем [14], первый агент в теории иерархических игр [25], principal в теории контрактов [104, 105, 107]) обладает правом первого хода, то есть выбирает свою стратегию первым и сообщает ее другим участникам системы – управляемым субъектам (активным элементам или агентам в теории активных систем, второму агенту или производителю в теории иерархических игр, agent в теории контрактов).

В зависимости от того, может ли первый агент рассчитывать на то, что ему станет известно действие (выбор) второго агента, он может выбирать свою стратегию либо как в «обычной» игре (то есть в виде отображения имеющейся у него информации во множество действий), либо в виде «функции» от выбора второго агента [25, 51] (то есть в виде отображения имеющейся у него информации во множество функций, отображающих множество действий второго агента во множество действий первого), либо в более сложной форме – см. метаигры в [25, 36, 51, 103]. Тем самым первый агент превращается в *метаагента*, устанавливающего «правила игры» для остальных агентов (проявление отношения власти [73]). Таким образом, критерием отнесения конкретного участника, например, двухуровневой ОС к множеству управляющих органов или к множеству управляемых субъектов является его приоритет в последовательности выбора страте-

[1] *Стратегией агента будем называть правило выбора им действий в зависимости от информации, имеющейся у него на момент осуществления выбора.*

гий и возможность выбирать в качестве своей стратегии «функцию» от действий (или в более общем случае – стратегий) агентов, имеющих более низкий приоритет.

Например, если в некоторой ОС участники принимают решения последовательно, и имеются три «момента» принятия решений, то можно условно рассматривать данную ОС как трехуровневую иерархическую систему. Участники, делающие первый ход, при этом интерпретируются как центры верхнего уровня иерархии (метацентры), участники, делающие второй ход, интерпретируются как центры промежуточного уровня (центры), а участники, выбирающие свои действия последними – как управляемые субъекты (активные элементы) [76]. Стратегии метацентров могут быть функциями от стратегий центров и АЭ, стратегии центров – функциями от стратегий АЭ. Следовательно, в рамках теоретико-игровой модели иерархическая структура ОС порождается фиксацией последовательности выбора стратегий, свойств множеств допустимых действий и информированности участников[2]. Элементный состав каждого уровня иерархии может определяться в результате решения задачи синтеза оптимального состава ОС [75], то есть соизмерения «эффекта масштаба» и издержек привлечения и удержания [56].

Таким образом, в процессе сетевого взаимодействия каждый из его участников (*агентов*) в общем случае может выступать как в роли центра того или иного уровня иерархии, так и в роли АЭ. Фактическая роль участника определяется двумя факторами. Первый фактор заключается во влиянии имеющегося отношения власти, то есть институциональной возможности определенного участника выступать в той или иной роли. Второй фактор заключается в целесообразности (эффективности, в том числе и экономической) этой роли, как с точки зрения самого участника, так и с точки зрения других участников (причем в моделях горизонтальной «интеграции» должны рассматриваться все рациональные комбинации потенциальных участников ОС).

Фиксируем экзогенно заданное отношение власти и рассмотрим эффективность различных распределений ролей между уча-

---

[2] *Отметим, что от информированности существенно зависит множество доступных агенту стратегий.*

стниками ОС. Другими словами, предположим, что имеются несколько агентов (участников ОС), каждый из которых может выбирать свои стратегии в определенные моменты времени и в зависимости от принятой последовательности выбора стратегий делать свое действие зависящим от стратегий участников, осуществляющих выбор позже него. Получаем метаигру с переменным составом агентов (который в свою очередь подлежит определению) – игру, в которой определяются роли участников (будем считать, что их выигрыши при каждом фиксированном распределении ролей могут быть вычислены). Такой подход может также интерпретироваться как попытка моделирования процессов *самоорганизации* [50, 87, 90] в социально-экономических системах.

Примерами сетевого взаимодействия («горизонтальной» и «вертикальной» интеграции [28][3]) являются взаимодействия: участников проекта, корпорации, структур вертикально интегрированной компании и др. Так, приведенные в [75, 93] результаты свидетельствуют, что одной из причин разделения функций

---

[3] *Решение о вертикальной интеграции заключается в том, что компания создает необходимые элементы производственно-коммерческого цикла самостоятельно, вместо того, чтобы покупать их на рынке. При этом происходит объединение в рамках одной компании всех основных звеньев производственно-коммерческого цикла – от производства сырья до его переработки и продажи продуктов конечного потребления. Вертикальная интеграция подразумевает использование в большей степени внутренних, чем внешних хозяйственных связей. Преимуществами являются: экономия на масштабах производства, обеспечение гарантированных каналов сбыта и условий поставок, меньшая зависимость от конкурентных угроз других компаний, совместные технологические разработки и внедрение результатов НИОКР предприятиями, интегрированными в структуру компании, реализация возможностей диверсификации продукции и интернационализации бизнеса, объединение знаний о рынке и создание единой системы информационного обеспечения. По направлениям процесса вертикальной интеграции различают прямую интеграцию (сырьевые отрасли (upstream business)) интегрируются в перерабатывающие и маркетинг (downstream business)) и обратную интеграцию. По степени концентрации различают следующие формы интеграции: полная, неполная (часть – на внешнем рынке), квазиинтеграция (без перехода прав собственности).*

управления (возникновения иерархий, изменения состава ОС, распределения полномочий принятия решений и т.д.) в сложных проектах является необходимость и возможность повышения (как с точки зрения системы в целом, так и с точки зрения каждого из ее участников) эффективности взаимодействия агентов за счет снижения неопределенности относительно поведения друг друга. При этом частным случаем управления ограничениями и ресурсами является управление «производственными цепочками», то есть набором агентов, взаимодействующих последовательно в силу причинно-следственных или технологических ограничений (примером в проектной деятельности является сетевой график, в производственной деятельности – вертикально интегрированные компании [1]). Основное требование к управлению этим классом систем заключается в том, что оно должно обеспечивать выполнение технологических ограничений (см. раздел 14), что может достигаться, в частности, за счет того, что планы и стимулирование каждого агента должны побуждать его выбирать действия, обеспечивающие допустимость таких действий всех остальных агентов, которые приводят к требуемому результату их совместной деятельности, причем объемы этой деятельности определяются эффектами «горизонтальной» интеграции.

Для того, чтобы изучить процесс возникновения в сетевой структуре организации, перейдем к описанию формальной модели, то есть к постановке задачи структурного синтеза.

3. ЗАДАЧА СТРУКТУРНОГО СИНТЕЗА

Выше были введены три типовые структуры: вырожденная, линейная и матричная. Возможны и другие (более или менее детальные классификации): например, в [1] выделяются следующие основные виды организационных структур промышленных фирм: иерархическая (которая порождается декомпозицией высшей цели организации на цели, подцели и т.д.), функциональная (декомпозиция производится на основании функций (исследование, производство, маркетинг и т.д.)), дивизиональные (декомпозиция по относительно независимым отделениям, каждое из которых может иметь ту или иную структуру), матричная (наложение «горизонтальной» ответственности руководителей проектов на функциональную структуру). Существуют «переходные» структуры – например, дивизионально-региональная, дивизионально-технологическая, дивизионально-продуктовая и др.

Перейдем к рассмотрению формальной (теоретико-игровой) модели структурного синтеза.

Рассмотрим множество $I = \{1, 2, \ldots, n\}$ активных[4] агентов (использование термина «агент» обусловлено, во-первых, тем, что в рамках сетевого взаимодействия каждый из субъектов имеет потенциальную возможность выступать как в роли центра, так и в роли АЭ, а, во-вторых, очень условной близостью рассматриваемой модели к многоагентным системам (multi-agent or agent-based systems) [99, 108, 109]). Предположим, что каждый агент имеет непрерывную целевую функцию $f_i(y)$, отражающую зависимость его выигрыша от вектора действий $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n) \in A'$ всех агентов. Будем считать, что действие i-го агента принадлежит выпуклому компактному[5] множеству A_i, и выполнена гипотеза независимого поведения [10, 75] (ГНП), в соответствии с которой $A' = \prod_{i \in I} A_i$.

Совокупность $\{I, (f_i(\cdot))_{i \in I}, (A_i)_{i \in I}\}$ множества агентов, их целевых функций и допустимых множеств определяют игру Γ_0 в нормальной форме [36], в которой все агенты одновременно и независимо (кооперативные эффекты, если не оговорено особо, рассматривать не будем) выбирают свои стратегии [25, 36, 76, 107].

Введем ряд определений.

Выбор действия $y_i^d \in A_i$ называется доминантной стратегией i-го агента, если

(1) $\forall\, y_{-i} \in A_{-i},\ \forall\, y_i \in A_i\ \ f_i(y_i^d, y_{-i}) \geq f_i(y_i, y_{-i})$,

---

[4] *Под активностью понимается способность субъекта, обладающего собственными целями и интересами, выбирать свои действия.*

[5] *В большинстве рассматриваемых ниже примеров множества допустимых действий каждого агента составляют положительную полуось. Если требование компактности существенно, то можно ограничиться конечным отрезком положительной полуоси, выбирая правую границу этого отрезка достаточно большой для того, чтобы все максимумы и минимумы достигались левее ее.*

где $y_{-i} = (y_1, y_2, \ldots, y_{i-1}, y_{i+1}, \ldots, y_n)$ Î $A_{-i} = \prod_{j \neq i} A_j$ – обстановка игры для i-го агента, i Î I. Если каждый агент имеет доминантную стратегию, то их совокупность называется равновесием в доминантных стратегиях (РДС). Множество доминантных стратегий в игре Γ_0 обозначим E_0^d (r_1).

В настоящей работе принята следующая система обозначений, отражающая зависимость равновесия от структуры: буква E обозначает равновесие (equilibrium), верхний индекс обозначает тип равновесия: "d" – РДС, "N" – Нэша и т.д., нижний индекс – тип игры: "0" – игра Γ_0, "1" – Γ_1, "2" – Γ_2 и т.д., в скобках указывается структура, для которой определяется равновесие.

Вектор действий y^N Î A' называется равновесием Нэша, если

(2) " i Î I, " y_i Î A_i $f_i(y_i^N, y_{-i}^N)$ ³ $f_i(y_i, y_{-i}^N)$.

Множество равновесий Нэша в игре Γ_0 обозначим E_0^N (r_1).

Любое непустое подмножество S множества I, включая и само I, называется коалицией. Понятно, что для игры n лиц возможны $2^n–1$ коалиций. Множество всех возможных коалиций обозначим 2^I. Обозначим (y_{-S}^*, y_S) Î A' ситуацию игры, в которой агенты, не входящие в коалицию $S \subset I$, выбирают действия y_i^* (i Î $I \backslash S$), а агенты из S выбирают действия y_j (j Î S).

Ситуация y^{SN} называется сильно равновесной по Нэшу, если для любых коалиций $S \subset I$ и любых y_S Î $A_S = \prod_{j \in S} A_j$ найдется участник коалиции S $(i \in S)$, такой, что $f_i(y^{SN}) > f_i(y_{-S}^{SN}, y_S)$. Как видно из определения, сильное равновесие Нэша отличается от равновесия Нэша тем, что агенты не только поодиночке не могут увеличить свой выигрыш выходом из равновесия, но и произвольная их коалиция не может, отклоняясь от равновесия, увеличить этим одновременно выигрыш всех своих участников. Множество всех сильных равновесий Нэша в игре Γ_0 обозначим E_0^{SN} (r_1).

Ситуация y^P Î A' называется эффективной по Парето, если для любой другой ситуации y ¹ y^P, y Î A', найдется агент i Î I, для которого выполнено $f_i(y) < f_i(y^P)$. Множество всех эффективных ситуаций в игре Γ_0 обозначим $E_0^P(r_1)$.

Довольно просто показать, что выполнены следующие соотношения:

$$E_0^d(r_1) \text{ Í } E_0^N(r_1),\ E_0^{SN}(r_1) \text{ Í } E_0^N(r_1),\ E_0^{SN}(r_1) \text{ Í } E_0^P(r_1).$$

При всех привлекательных чертах сильного равновесия Нэша, его использование ограничено тем, что даже в смешанных стратегиях оно существует не во всех играх, поэтому будем ориентироваться, в основном, на равновесие Нэша, используя РДС и сильное равновесие Нэша только если они существуют.

Введем в рассмотрение $\tilde{A}_m = (S_i)_{i=\overline{1,m}}$ – множество упорядоченных разбиений множества I на m непересекающихся непустых подмножеств, объединение которых равно I, то есть S_i Î $2^I \setminus \{$Æ$\}$, S_i Ç S_j = Æ, $i, j = \overline{1,m}$, $\bigcup\limits_i S_i = I$. Элемент r_m Î $\tilde{A}_m$ будем называть структурой ОС или просто **структурой** (см. содержательные интерпретации ниже).

Число $d(m, n)$ различных размещений n объектов по m «непустым» множествам можно вычислить рекуррентно: $d(m, n) = m^n - \sum\limits_{i=1}^{m-1} C_m^i\, d(i,n)$. Следовательно, всего имеется $N(n) = \sum\limits_{m=1}^{n} d(m,n)$ вариантов структуры n-агентной системы, то есть число вариантов различных структур быстро растет с увеличением числа (см. таблицу 1). Оценка сложности задачи синтеза может быть осуществлена в соответствии с результатами, приведенными в [37].

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$N(n)$	1	3	13	75	541	4683	47293	545835	7087245	10^8

n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$N(n)$	10^9	10^{10}	10^{11}	10^{13}	10^{14}	10^{15}	10^{17}	10^{18}	10^{20}	10^{21}

Табл. 1. Число вариантов структуры n-агентной системы

Фиксация r_m Î Ã$_m$ задает разбиение множества агентов на m упорядоченных подмножеств, причем S_i может интерпретироваться как множество агентов, находящихся на i-ом уровне иерархии, $i = \overline{1, m}$, которые условимся нумеровать сверху вниз, то есть самым высоким является первый уровень иерархии, самым низким – m-ый уровень.

Перейдем от игры Γ_0, описанной выше, к иерархической игре Γ_j^m, в обозначении которой верхний индекс обозначает число уровней иерархии в организационной системе (ОС), а нижний индекс j – «глубину рефлексии» в терминах теории иерархических игр [25]. Игра Γ_1 соответствует случаю, когда агенты, делающие ход раньше, не рассчитывают наблюдать выборы агентов, делающих ходы позже них, то есть игре Штакельберга. Игра Γ_2 соответствует случаю, когда агенты, делающие ход раньше, рассчитывают наблюдать выборы агентов, делающих ходы позже них, то есть первые могут выбирать свои действия как функции от стратегий последних, и т.д. – см. подробное описание метаигр в [25]. Игры более высоких порядков ($j = 3, 4, \ldots$) рассматривать в настоящей работе не будем (см. сравнение эффективностей метаигр в [25, 51]).

Установим следующее *соответствие между типом игры и структурой ОС*: все агенты знают целевые функции и допустимые множества друг друга, кроме того, агенты из множества S_i (находящиеся на i-ом уровне иерархии и выбирающие свои стратегии одновременно и независимо) знают выборы всех агентов из множеств $(S_j)_{j < i}$, $i = \overline{1, m}$ (как отмечалось выше, будем нумеровать S_i в порядке убывания уровня иерархии). Таким образом, структура r_m порождает m-шаговую иерархическую игру и наоборот (см. также аналогии в информационных расширениях игр [51, 103]). При этом, в зависимости от конкретной структуры, заданной на одном и том же множестве агентов, каждый из них может выступать как в роли АЭ (находясь на самом нижнем уровне иерархии) или метацентра (находясь на самом высоком уровне иерархии), так и в роли центра промежуточного уровня иерархии.

Предположим, что заданы ограничения: $\tilde{A}$ $\acute{I}$ $\tilde{A}_m$, где $\tilde{A}$ – *множество допустимых структур*. Под допустимостью, в частности, может подразумеваться ограниченность числа уровней иерархии, ограниченность числа агентов на определенном уровне, определенные соотношения между числом агентов на различных уровнях и т.д. Отметим, что в рамках рассматриваемого описания все агенты, находящиеся на одном и том же уровне иерархии, являются «неразличимыми по подчиненности», то есть имеет смысл говорить о подчиненности уровня уровням, но не об индивидуальной подчиненности; детализация индивидуальных связей подчиненности еще более увеличит сложность решаемой задачи. Другими словами, каждый агент некоторого уровня подчинен всем агентам всех более высоких уровней иерархии.

Обозначим $E_j(r_m) \subseteq A'$ – множество[6] равновесных (по Нэшу, если не оговорено другое) действий агентов в игре Γ_j^m, $j = 1, 2$, разыгрываемой участниками структуры r_m, $m = \overline{1,n}$, $f_0(y)$ – критерий эффективности, отражающий предпочтения лица, принимающего решения[7] (ЛПР), на множестве *состояний ОС*. Под состоянием ОС здесь и далее будем понимать вектор действий ее участников, то есть подмножество множества A'. Иногда, что будет каждый раз оговариваться особо, в состояние будем включать размер побочных платежей между участниками. В последнем случае состояние ОС однозначно определяет выигрыши (значения целевых функций) всех агентов.

Тогда **задача структурного синтеза** заключается в определении числа уровней иерархии m, правил взаимодействия агентов j, и таком распределении агентов по уровням иерархии (то есть в нахождении такой допустимой структуры ОС r_m), которые мак-

[6] *Определение и свойства этого множества приводятся ниже.*

[7] *В теоретико-игровых моделях управления иерархическими ОС обычно предполагается, что исследователь операций, решающий задачу управления, находится на позициях оперирующей стороны – центра и не обладает собственными интересами. Поэтому при решении задачи структурного синтеза в качестве критерия эффективности принимается функционал, отражающий интересы внешнего по отношению к ОС субъекта, оценивающего эффективность той или иной структуры.*

симизировали бы критерий эффективности при условии, что агенты выбирают равновесные действия (использование максимума по множеству равновесий соответствует гипотезе благожелательности [36, 68] агентов по отношению к ЛПР):

(3) $K_j(r_m) = \max\limits_{y\in E_j(r_m)} f_0(y) \to \max\limits_{r_m\in\wp,\, j\in\{0,1,2\}}$.

Задача структурного синтеза в виде (3) является чрезвычайно трудоемкой – в ОС с n агентами для ее решения необходимо определить $N(n)$ равновесий для каждого из трех возможных типов игр ($j = 0, 1, 2$). Разработка общих (аналитических и вычислительных) методов ее решения является перспективной задачей будущих исследований. В настоящей работе мы исследуем ряд представляющих интерес как с теоретической, так и с практической, точек зрения частных случаев, допускающих получение простого (аналитического) содержательно интерпретируемого решения.

Обозначим, $S_j(r_m)$ – множество агентов, находящихся в структуре r_m на j-ом уровне, $j = \overline{1,m}$, $L_k(r_m) = \bigcup\limits_{j=\overline{k+1,m}} S_j(r_m)$ – множество агентов, находящихся в структуре r_m ниже k-го уровня, $G_k(r_m) = \bigcup\limits_{j=\overline{1,k-1}} S_j(r_m)$ – множество агентов, находящихся в структуре r_m выше k-го уровня. Очевидно, что " r_m Î Ã, " $k = \overline{1,m}$ $L_k(r_m)$ È $S_k(r_m)$ È $G_k(r_m) = I$. Содержательно, S_k – множество равноправных между собой (в смысле момента выбора стратегий и информированности) агентов, находящихся на k-ом уровне иерархии, G_k – множество их «начальников», L_k – множество их «подчиненных». Рассмотрим три типа игр.

Игра Γ_0, разыгрываемая множеством агентов I, не зависит от структуры (отношений подчиненности), так как в ней все агенты принимают решения одновременно и независимо.

Игрой типа Γ_1 назовем игру, в которой стратегией i-го агента, независимо от того, какому уровню иерархии он принадлежит, является безусловный (то есть не зависящий от выборов других агентов, принимающих решения позднее) выбор элемента множества A_i, i Î I.

Игрой типа Γ_2 назовем игру, в которой стратегией i-го агента, принадлежащего S_k, то есть k-му уровню иерархии, является выбор функции u_i: $\prod_{j \in L_k} A_j \to A_i$, $i \in I$, то есть выбор элемента множества A_i, зависящий от действий, выбираемых агентами из множества L_k.

Определим равновесие в игре типа Γ_1, в которой, в том числе, агенты из множества S_m, то есть агенты, находящиеся на самом низком уровне иерархии, делают свой выбор, зная стратегии, выбранные агентами из множества $G_m = I \setminus S_m$. Будем считать, что они выберут равновесные по Нэшу действия, то есть действия из следующего множества:

(4) $NE_1(S_m, y_{Gm}) = \{y_{Sm} \in A_{Sm} \mid \forall\ i \in S_m\ \forall\ y_i \in A_i$

$$f_i(y_{Gm}, y_{Sm}) \geq f_i(y_{Gm}, y_{Sm}|y_i)\},$$

где $y_{Gm} = (y_i)_{i \in Gm} \in A_{Gm} = \prod_{i \in G_m} A_i$ – вектор действий агентов из множества G_m, $y_{Sm} = (y_i)_{i \in Sm} \in A_{Sm} = \prod_{i \in S_m} A_i$ – вектор действий агентов из множества S_m, $y_{Sm}|y_i$ – вектор y_{Sm} действий агентов из множества S_m, в котором действие i-го агента, $i \in S_m$, заменено на y_i.

В настоящей работе принята следующая система обозначений равновесий в иерархических играх: "NE" обозначает равновесие Нэша (Nash Equilibrium), нижний индекс – тип игры: "0" – игра Γ_0, "1" – Γ_1, "2" – Γ_2 и т.д., в скобках указываются: множество агентов, равновесие игры которых определяется (например, S_m), и стратегии агентов (например, y_{Gm}), находящихся на более высоких уровнях иерархии, так как от стратегий последних зависит рассматриваемое равновесие.

Определим соответствие отбора равновесий (СОР) $\Upsilon_i : NE_1(L_i, y_{Gi+1}) \to NE_1(L_i, y_{Gi+1})$, однозначно определяющее с точки зрения агентов из множества S_i равновесные стратегии агентов из множества L_i (при заданных стратегиях агентов из множеств S_i и G_i; напомним, что в рамках принятой системы обозначений $G_{i+1} = S_i \cup G_i$), $i = \overline{1, m-1}$. В качестве СОР может использоваться, например, применяемый агентами индивидуально принцип максимального гарантированного результата (МГР), или другие принципы – оптимистические оценки и т.д.

Агенты из множества S_{m-1}, то есть агенты, находящиеся на предпоследнем (снизу) уровне иерархии, делают свой выбор, зная стратегии, выбранные агентами из множества G_{m-1}, и рассчитывая (в силу знания всех допустимых множеств и целевых функций) на выбор агентами из множества S_m стратегий $Y_{m-1}(NE_1(S_m, y_{Gm})$. Таким образом, множество равновесий агентов $(m-1)$-го уровня есть

(5) $NE_1(S_{m-1}, y_{Gm-1}) = \{y_{Sm-1} \in A_{Sm-1} \mid \forall\, i \in S_{m-1}\ \forall\, y_i \in A_i$
$$f_i(y_{Gm-1}, y_{Sm-1},\ Y_{m-1}(NE_1(S_m, y_{Gm}))) \geq$$
$$\geq f_i(y_{Gm-1}, y_{Sm-1}|y_i,\ Y_{m-1}(NE_1(S_m, y_{Gm-1}, y_{Sm-1}|y_i)))\ \},$$
где $y_{Gm-1} = (y_i)_{i \in Gm-1} \in A_{Gm-1} = \prod_{i \in G_{m-1}} A_i$ – вектор действий агентов из множества G_{m-1}, $y_{Sm-1} = (y_i)_{i \in Sm-1} \in A_{Sm-1} = \prod_{i \in S_{m-1}} A_i$ – вектор действий агентов из множества S_{m-1}, $y_{Sm-1}|y_i$ – вектор y_{Sm-1} действий агентов из множества S_{m-1}, в котором действие i-го агента заменено на y_i.

Продолжая по аналогии, обозначим $NE_1(L_i, y_{Gi+1}) = \{\ Y_i(NE_1(S_{i+1}, y_{Gi+1})),\ Y_{i+1}(NE_1(S_{i+2}, y_{Gi},\ Y_i(NE_1(S_{i+1}, y_{Gi+1})))),\ \ldots,\ Y_{m-2}(\cdots),\ Y_{m-1}(\cdots))\} \in \prod_{i \in L_i} A_i$ – множество равновесных (с точки зрения агентов i-го уровня) действий агентов более низких уровней в зависимости от стратегий агентов i-го и более высоких уровней, $i = \overline{1, m-1}$.

Таким образом, равновесие игры агентов из множества S_i можно записать в виде

(6) $NE_1(S_i, y_{Gi}) = \{y_{Si} \in A_{Si} \mid \forall\, j \in S_i\ \forall\, y_j \in A_j$
$$f_j(y_{Gi}, y_{Si},\ Y_i(NE_1(L_i, y_{Gi+1}))) \geq f_j(y_{Gi}, y_{Si}|y_j,\ Y_i(NE_1(L_i, y_{Si}|y_j, y_{Gi})))\},$$
$$i = \overline{1, m-1}.$$

Выбор агентами первого уровня действий из множества

(7) $NE_1(S_1, \varnothing) = \{y_{S1} \in A_{S1} \mid \forall\, j \in S_1\ \forall\, y_j \in A_j$
$$f_j(y_{S1},\ Y_1(NE_1(L_1, y_{S1}))) \geq f_j(y_{S1}|y_j,\ Y_1(NE_1(L_1, y_{S1}|y_j)))\}.$$

индуктивно задает множество $E_1^N(r_m)$ равновесных состояний системы со структурой r_m: $NE_1(S_2, NE_1(S_1,$ Æ$))$ и т.д. Другими словами, игра типа $Г_1$ является обобщение игры $Г_1$ или игры Штакельберга на многоэлементный и многоуровневый случай.

Равновесие в игре типа $Г_2$ строится более сложным образом, чем в игре типа $Г_1$, поэтому исследуем его ниже для частного случая ОС с побочными платежами.

Прежде всего, рассмотрим случаи (классы исходных игр, то есть моделей агентов), в которых введение структуры не изменяет равновесия и, следовательно, не изменяет значения критерия эффективности.

Обозначим r_1 – структуру, в которой все n агентов находятся на одном уровне иерархии (очевидно, что структура с $m = 1$ единственна).

<u>Утверждение 1.</u> Если в игре $Г_0$ множество $E_0^d(r_1)$ равновесий в доминантных стратегиях не пусто, то " $m = \overline{1,n}$, " r_m $K_1(r_m) = \max\limits_{y \in E_0^d(r_1)} f_0(y)$.

Справедливость утверждения 1 следует из определения (1) РДС. Содержательно это утверждение означает, что, так как каждый агент выбирает свои стратегии независимо от выбора других агентов, то изменение последовательности выбора стратегий не изменит равновесия. Другими словами, системы, в которых существует РДС, неуправляемы в смысле $K_1(\cdot)$.

Отметим, что существенным в утверждении 1 является невозможность выбора агентами действий, являющихся функциями от стратегий других агентов – как показывает приводимый ниже пример 1, в этом случае (качественно соответствующем игре $Г_2$) системы, в которых существует РДС, управляемы в смысле $K_2(\cdot)$.

Поясним последнее утверждение. В определении (1) доминантной стратегии i-го агента фигурирует произвольная, но фиксированная (то есть одинаковая в обеих частях неравенства), обстановка игры для этого агента. В игре типа $Г_2$ на структуре r_m, в которой i Î S_k, j Î S_l, $l < i$, действие j-го агента является функцией от действия i-го агента y_i. Поэтому оптимальная стратегия i-

го агента в этой игре может отличаться от стратегии, которая была оптимальна для него в игре Γ_0 – может оказаться, что[8]

$$Arg \max_{y_i \in A_i} f_i(y_{-i-j}, y_i, y_j) \cap Arg \max_{y_i \in A_i} f_i(y_{-i-j}, y_i, u_j(y_i)) = \varnothing.$$

Рассмотрим следующий пример, иллюстрирующий утверждение 1 в ОС с двумя агентами.

Пример 1 [76]. Пусть ОС включает двух агентов, целевые функции которых имеют вид[9]: $f_i = y_i + a_i\,(1 - y_{-i})$, $y_i \in A_i = [0; 1]$, $i = 1, 2$. В данной ОС в игре Γ_0 имеется РДС, в котором оба агента выбирают действия тождественно равные единице и получают единичные выигрыши. Равновесие и выигрыши в игре Γ_1 такие же.

Рассмотрим игру Γ_2. Пусть i-ый агент выбрал

$$u_i(y_{-i}) = \begin{cases} 0, & y_{-i} = 0 \\ 1, & y_{-i} \neq 0 \end{cases}, \; i = 1, 2.$$

При этом в случае, когда $a_{-i} \geq 1$ агент $-i$ выбирает нулевое действие, а при $a_{-i} \leq 1$ – единичное. Агенту i это выгодно при $a_i \geq 1$.

Следовательно, игра Γ_2 (без побочных платежей) выгодна обоим агентам при выполнении условия $a_i \geq 1$, $i = 1, 2$. В этой игре они получают выигрыши $\{a_i\}$. Если условие $a_i \geq 1$, $i = 1, 2$, не выполнено, и побочные платежи запрещены, то каждый из агентов будет использовать доминантную стратегию, гарантирующую единичный выигрыш. Содержательно условие $a_i \geq 1$ означает, что "вклад" оппонента в целевую функцию i-го агента не меньше, чем его собственный вклад.

Таким образом, если выполнено условие $a_i \geq 1$, $i = 1, 2$, то обоим агентам одинаково выгодно, чтобы кто-либо из них (или они оба) был центром (делал первый ход). Несколько забегая вперед, рассмотрим что произойдет, если допустить возможность осуществления побочных платежей (см. общие результаты об эффективности использования побочных платежей в [24, 25, 76], а также ниже), при которых целевые функции агентов имеют вид (если i-ый агент является центром) $f_i = y_i + a_i\,(1 - y_{-i}) - z_i$, $f_{-i} = y_{-}$

---

[8] *y_{-i-j} обозначает вектор, отличающийся от вектора $y \in A'$ отсутствием i-ой и j-ой компонент.*

[9] *Понятно, что в двухагентой ОС $y_{-1} = y_2$, $y_{-2} = y_1$.*

$_i + a_{-i}\,(1 - y_i) + z_i,\ i = 1, 2$. Пусть первый агент выбирает единичное действие и использует следующий платеж: $z_i = \begin{cases} s_i, & y_{-i} = 0 \\ 0, & y_{-i} \neq 0 \end{cases}$.

Тогда агент $-i$ выберет нулевое действие при s_i ³ 1. Следовательно, использование побочного платежа выгодно i-му агенту, если a_i ³ 1. Область компромисса при этом определяется величиной $Q_i = a_i - 1$. Таким образом, при выполнении следующего условия: $\max\{a_i, a_{-i}\}$ ³ 1, которое является более слабым, чем условие a_i ³ 1, $i = 1, 2$, хотя бы одному агенту выгодно быть центром и получить выигрыш a_i. Агент, не являющийся центром, получает единичный выигрыш.

Если выполнено условие a_i ³ 1, $i = 1, 2$, и разрешены побочные платежи, то возможна ситуация, в которой обоим агентам выгодно быть центром. При этом они начнут конкурировать за право быть центром. Победителем в этой конкуренции (диктатором) станет агент, имеющий большее значение параметра a_i. Легко видеть, что конкуренция невыгодна диктатору, поэтому в случае a_i ³ 1, $i = 1, 2$, использование побочных платежей нецелесообразно.

Мы рассмотрели два случая. В первом управление заключалось в выборе агентом, делающим первый ход, своего действия в виде функции от действия второго агента. Во втором случае от действия второго агента зависел размер побочного платежа, но действие первого агента было фиксировано. В общем случае первый агент может выбирать зависящим от действия второго агента и свое действие, и размер платежа [24, 25]. •[10]

Итак, в настоящем разделе сформулирована в общем виде задача структурного синтеза. Приведенное выше построение равновесия в игре Γ_1^m свидетельствует о высокой вычислительной сложности этого класса задач. Поэтому рассмотрим ряд частных случаев задачи структурного синтеза, а именно – веерные структуры, линейные системы, системы с побочными платежами и др.

---

[10] *Символ "·" здесь и далее обозначает окончание примера, доказательства и т.д.*

4. ВЕЕРНЫЕ СТРУКТУРЫ[11]

Веерной организационной структурой называется двухуровневая структура, в которой на верхнем уровне иерархии находится один управляющий орган (центр), а на нижнем – управляемые субъекты (АЭ).

Если имеется множество агентов I (см. описание исходной игры в нормальной форме в предыдущем разделе), то задача *синтеза оптимальной веерной структуры*, фактически, заключается в оптимальном *назначении центра* (то есть в определении номера агента, которого следует назначить центром). Для решения этой задачи достаточно вычислить n равновесий (каждое – для «своего» центра) и, сравнив значения критерия эффективности, выбрать оптимальное назначение.

Обозначим r_{2i} – веерную структуру ($m = 2$), в которой центром является i-ый агент.

Решение для игры Γ_1 можно получить следующим образом.

Определим равновесие Нэша игры агентов из множества $I \backslash \{i\}$, если центр, которым назначили i-го агента, выбрал действие $y_i \in A_i$:

$$(8)\ NE_1(I \backslash \{i\}, y_i) = \{y_{I \backslash \{i\}} \in A_{I \backslash \{i\}} \mid \forall\ j \in I \backslash \{i\}\ \forall\ y_j \in A_j \quad f_j(y_{I \backslash \{i\}}, y_i) \geq f_j(y_{I \backslash \{i\}} | y_j, y_i)\},\ i \in I.$$

Определим множество действий центра, которые максимизируют его гарантированный выигрыш в игре Γ_1:

$$(9)\ X_i = \mathrm{Arg} \max_{y_i \in A_i} \min_{y_{I \backslash \{i\}} \in NE_1(I \backslash \{i\}, y_i)} f_i(y_{I \backslash \{i\}}, y_i),\ i \in I.$$

И, наконец, вычислим (в рамках гипотезы благожелательности агента, назначенного центром) значение критерия эффективности в случае назначения центром i-го агента:

$$(10)\ K_1(r_{2i}) = \max_{x_i \in X_i} \min_{y_{I \backslash \{i\}} \in NE_1(I \backslash \{i\}, y_i)} f_0(y_{I \backslash \{i\}}, x_i),\ i \in I.$$

Таким образом, справедлив следующий результат.

<u>Утверждение 2.</u> Решение задачи синтеза оптимальной веерной структуры (в смысле игры Γ_1) имеет вид:

---

[11] *Разделы 4, 6 и 12 написаны совместно с В.Г. Балашовым.*

(11) $i_1^* = \arg\max_{i \in I} K_1(r_{2i})$.

Решение для игры Γ_2 можно получить следующим образом.

Определим равновесие Нэша игры агентов из множества $I \backslash \{i\}$, если центр, которым назначили i-го агента, выбрал стратегию u_i: $A_{-i} \to A_i$, где $A_{-i} = \prod_{j \neq i} A_j$:

(12) $NE_2(I\backslash\{i\}, u_i(\cdot)) = \{y_{I\backslash\{i\}} \in A_{I\backslash\{i\}} \mid \forall j \in I\backslash\{i\} \ \forall y_j \in A_j$
$f_j(y_{I\backslash\{i\}}, u_i(y_{I\backslash\{i\}})) \ge f_j(y_{I\backslash\{i\}}|y_j, u_i(y_{I\backslash\{i\}}|y_j))\}, i \in I$.

Следует подчеркнуть, что в данной модели центр использует унифицированное (одинаковое для всех АЭ) управление, так как выбираемая им функция от стратегий других агентов должна принимать значения из множества A_i. Этот факт существенно усложняет поиск и анализ аналитического решения (по сравнению с моделями, рассматриваемыми в [75, 76]). В то же время, задача существенно упрощается, если допустимы персонифицированные побочные платежи (см. ниже).

Определим множество стратегий центра, которые максимизируют его гарантированный выигрыш в игре Γ_2:

(13) $U_i = \mathrm{Arg}\max_{u_i} \min_{y_{I\backslash\{i\}} \in NE_2(I\backslash\{i\}, u_i(\cdot))} f_i(y_{I\backslash\{i\}}, u_i(y_{I\backslash\{i\}})), i \in I$.

И, наконец, вычислим (в рамках гипотезы благожелательности агента, назначенного центром) значение критерия эффективности в случае назначения центром i-го агента:

(14) $K_2(r_{2i}) = \max_{u_i \in U_i} \min_{y_{I\backslash\{i\}} \in NE_2(I\backslash\{i\}, u_i(\cdot))} f_0(y_{I\backslash\{i\}}, u_i(y_{I\backslash\{i\}})), i \in I$.

Таким образом, справедлив следующий результат.

Утверждение 3. Решение задачи синтеза оптимальной веерной структуры (в смысле игры Γ_2) имеет вид:

(15) $i_2^* = \arg\max_{i \in I} K_2(r_{2i})$.

Рассмотрим ряд частных случаев задачи синтеза оптимальной веерной структуры ОС и приведем иллюстративные примеры.

В теории игр двух лиц известен термин «борьба за лидерство», означающий, что не существует ситуации игры, в которой каждый из агентов получал бы не менее, чем он мог бы получить, делая ход первым (то есть – в соответствующей игре Штакельберга). Известно, что, если игра двух лиц имеет хотя бы два эффективных равновесия Нэша с различными векторами выигрышей, то имеет место борьба за первый ход [107].

Анализ задачи синтеза оптимальной веерной структуры ОС может быть упрощен за счет использования результатов, полученных в [76] при сравнении игр Γ_0 и Γ_1.

Фиксируем произвольное множество (коалицию) $S \subseteq I$. Пусть существует равновесие Нэша игры Γ_0 всех n агентов. В [76] доказано, что, если произвольная коалиция имеет право первоочередного хода, то, сообщая соответствующие компоненты равновесных по Нэшу действий, агенты из этой коалиции (выбирая действия одновременно) они могут только сузить множество итоговых равновесий Нэша. Другими словами, при фиксации части равновесных стратегий множество равновесных стратегий других агентов не расширяется. Следовательно, если исходное множество равновесий содержит более одного элемента, и различным его элементам соответствуют различные компоненты действий агентов из некоторой коалиции, то члены коалиции, выбирая свои стратегии первыми, могут сузить множество итоговых равновесий, то есть побудить остальных агентов к выбору определенных равновесных стратегий. В каких случаях и кому это выгодно? Очевидно, что, если все элементы множества равновесий Нэша эффективны по Парето и приводят к разным векторам выигрышей, то всегда найдется агент, для которого изменение равновесия невыгодно. «Цена вопроса» для агентов из коалиции S определяется разностью между их выигрышами при «текущем» равновесии и максимумом выигрышей, которые они могут получить, делая ход первыми и выбирая не обязательно компоненты равновесных действий, то есть не только сужая множество равновесий, но и изменяя его. Другими словами, в игре Γ_1 первоочередной выбор некоторыми агентами «неравновесных» (в исходной игре Γ_0) стратегий может оказаться более выгодным, чем выбор компонент некоторого равновесия.

Пример 2 [76]. Рассмотрим ОС, состоящую из четырех агентов, имеющих целевые функции $f_i(y) = y_i - \dfrac{y_i^2}{2(\sum\limits_{j \neq i} y_j - 4r_i)}$, $r_i > 0$, $y_i \in A_i = [0; +\infty)$, $i = \overline{1, 4}$. Содержательно $f_i(y)$ – прибыль i-го агента, зависящая от его действия, причем эффективность его деятельности (знаменатель второго слагаемого) зависит от действий других агентов. Рассмотрим последовательно ряд иерархических игр.

Вычислим равновесие Нэша и равновесные выигрыши в игре Γ_0: $y_{0_i}^N = \sum\limits_{j \neq i} r_j - r_i$, $f_i(y^N) = y_{0_i}^N/2$, $i = \overline{1, 4}$.

Предположим, что i-ый агент обладает правом первого хода, но не узнает выборов других агентов, то есть реализуется игра Γ_1. Пусть i-ый агент выбрал дейсвтие $\hat{y}_i \in A_i$ и сообщил ее другим агентам, которые придут в равновесие Нэша, имея целевые функции:

$$f_j(y) = y_j - \frac{y_j^2}{2(\hat{y}_i + \sum\limits_{k \neq i, j} y_k - 4r_j)}, \; j \neq i.$$

Это равновесие есть: $y_{1_j}^N = 2 \sum\limits_{k \neq i, j} r_k - \hat{y}_i$, $j \neq i$. Равновесные выигрыши: $f_{1_j}^N = y_{1_j}^N/2, j \neq i$.

Целевая функция i-го агента может быть записана в виде $f_{1_i}^N(\hat{y}_i) = \hat{y}_i - \dfrac{\hat{y}_i^2}{2(4y_{0_i}^N - 3\hat{y}_i)}$. Максимум этого выражения, равный $f_{1_i}^{N*} \approx 0.6\, y_{0_i}^N$, достигается при $\hat{y}_{1_i}^* \approx 0.83\, y_{0_i}^N$. Выигрыши других агентов равны: $f_{1_j}^N \approx 1/2\, [1.17 \sum\limits_{k \neq i, j} r_k - 0.83\, (r_j - r_i)], j \neq i$.

Так как $f_{1_i}^{N*} > f_i(y^N)$, $i \in I$, то любому из агентов поодиночке выгодно разыгрывать игру Γ_1, делая первый ход. Более того, если $\sum_{j \neq i} r_j - r_i \geq 0$, то выделение i-го агента в качестве центра выгодно всем участникам ОС.

Выше упоминалось, что выбор одним из агентов равновесной стратегии до выбора других агентов не ухудшает его выигрыша. В настоящем примере оказывается (так как равновесие Нэша в игре Γ_0 всех четыре агентов единственно), что выбор им неравновесной стратегии строго увеличивает его выигрыш в игре Γ_1 по сравнением с игрой Γ_0. •

Завершив рассмотрение примеров, вернемся к исследованию задач структурного синтеза.

5. ОДНОРОДНЫЕ ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

Рассмотрим в некотором смысле предельный случай, а именно – однородную ОС, то есть такую, все участники которой одинаковы. В однородной ОС функции выигрыша $f_i(y)$ всех агентов одинаковы и, более того, симметричны относительно произвольных перестановок переменных (требование анонимности [65]), то есть: $A_i = A$, $f_i(y) = f(y)$, $i \in I$, причем $\forall\, z, t \in A$ $f(\ldots, z, \ldots, t, \ldots) = f(\ldots, t, \ldots, z, \ldots)$.

Казалось бы, так как агенты одинаковы, то вести себя они должны одинаково, то есть изменение структуры (порядка ходов) не должно изменять состояния системы. Однако это не всегда так.

Введем множество

(16) $P(f) = Arg \max_{y \in A'} f(y)$

векторов действий агентов, на которых достигается максимум целевой функции каждого из них. Предположим, что целевая функция такова, что множество (16) выпукло и компактно. Тогда легко видеть, что множество (16) в силу анонимности всегда содержит элемент $x \in A^n$ вида $x = (z, z, \ldots, z)$, где $z \in A$.

Утверждение 4. Если $E_0^N(r_1) = P(f) = \{x\}$, $x = (z, z, \ldots, z)$, z Î A, то в однородных ОС изменение структуры не изменяет равновесного состояния системы.

Доказательство. Рассмотрим игру Γ_1 (так как агенты одинаковы, то центром может быть выбран любой из них). Обозначим $BR_{-i}(y_i) = \operatorname{Arg} \max\limits_{y_{-i} \in A^{n-1}} f(y_{-i}, y_i)$, y_i Î A – наилучший ответ всех агентов, кроме i-го (выступающего в роли центра), на выбор центром действия y_i. Множество $BR_{-i}(y_i)$ в рамках введенных предположений всегда содержит элемент вида $(t(y_i), \ldots, t(y_i))$ Î A^{n-1}. Поэтому z Î $Arg \max\limits_{y_i \in A} \max\limits_{y_{-i} \in BR_{-i}(y_i)} f(y_i, y_{-i})$, что приводит, в частности, к $t(z) = z$. Значения, строго большего, чем $f(x)$ i-ый агент получить не может в силу (16). Следовательно, при его назначении центром равновесное состояние системы не изменится, то есть $E_1^N(r_{2i}) = E_0^N(r_1)$.

Рассмотрим игру Γ_2 (так как агенты одинаковы, то центром может быть выбран любой из них).

Обозначим $BR_{-i}(u_i(\cdot)) = \operatorname{Arg} \max\limits_{y_{-i} \in A^{n-1}} f(y_{-i}, u_i(y_{-i}))$, y_i Î A – наилучший ответ всех агентов, кроме i-го (выступающего в роли центра), на выбор центром стратегии $u_i(\cdot)$. Введем стратегию наказания $u^н(y_{-i})$: $f(u^н(y_{-i}), y_{-i}) = \min\limits_{y_i \in A} f(y_i, y_{-i})$. Использование i-ым агентом (центром) стратегии $u^*(y_{-i}) = \begin{cases} u^н, \exists j \in I \setminus \{i\} : y_j \neq z \\ z, \quad y_j = z,\ j \in I \setminus \{i\} \end{cases}$ побуждает остальных агентов выбрать вектор $(z, \ldots, z)$ Î A^{n-1} как равновесие (или даже как сильное равновесие Нэша в случае строго монотонной функции выигрыша) их игры, что дает всем участникам ОС, включая i-го агента, выступающего в роли центра, выигрыш $f(x)$. Значения, строго большего, чем $f(x)$ i-ый агент получить не может в силу (16). Следовательно, при его назначении центром равновесное состояние системы не изменится, то есть $E_2^N(r_{2i}) = E_0^N(r_1)$.

Мы рассмотрели структуры r_{2i} для игр $Г_1$ и $Г_2$. Аналогично рассматриваются и другие многоуровневые структуры, для каждой из которых можно показать, что выбор действия z Î A доставляет абсолютный максимум выигрышу любого участника ОС, независимо от его роли. •

Содержательно, если максимум целевой функции $f(\cdot)$ достигается в единственной точке, то любой агент (будь он центром или АЭ, то есть независимо от типа игры) выберет одно и то же действие.

Для того, чтобы показать, что в случае, когда множество $P(f)$ состоит более чем из одной точки, изменение структуры может изменить «равновесное» состояние системы, рассмотрим следующий пример.

Пример 3. Пусть $n = 2$ и $f(y) = (y_1 + y_2) - (y_1 + y_2)^2 / 2r$, $r > 0$, $A = \Re^1_+$. Тогда $P(f) = \{(y_1, y_2) \mid y_1 + y_2 = r\}$, $z = r / 2$ (фокальная точка [36, 107]).

Рассмотрим игру $Г_0$. В ней множество равновесий Нэша составляет $E_0^N(r_1) = P(f)$. Если агенты не имеют возможности договориться и вынуждены выбирать стратегии одновременно и независимо, то гарантированный (по множеству равновесий Нэша) результат каждого из агентов равен нулю: не зная выбора другого агента, каждый агент может выбрать нулевое действие, принадлежащее проекции равновесия Нэша $E_0^N(r_1)$ на множество его допустимых стратегий.

Рассмотрим игру $Г_1$. В ней лучшим ответом второго агента BR_2: A_1 ® A_2 на заданное действие y_1 первого агента будет отображение $BR_2(y_1) = \max \{0; r - y_1\}$. Оптимальной стратегией первого агента будет выбор действий из следующего множества: $\operatorname{Arg} \max\limits_{y_1 \ge 0} \max\limits_{y_2 \in BR_2(y_1)} f(y_1, y_2)$, то есть отрезка $[0; r]$. Выигрыш каждого из агентов при этом достигает абсолютного максимума и равен $r/2$.

Рассмотрим игру $Г_2$. В ней лучшим ответом второго агента BR_2: $\{s_1(\cdot)\}$ ® A_2 на заданную стратегию s_1: A_2 ® A_1 первого агента будет отображение $BR_2(\cdot)$, обеспечивающее выполнение $s(y_2) + y_2 = r$. Тогда оптимальной стратегией первого агента будет $s_1(y_2) = r - y_2$, следовательно множеством оптимальных стратегий второго агента будет отрезок $[0; r]$. Выигрыш каждого из агентов при этом достигает абсолютного максимума и равен $r/2$. •

Содержательно, если в однородной ОС существует несколько равновесий Нэша, то выбор каждым из агентов действия, которое при некоторых действиях остальных агентов является равновесием Нэша, не гарантирует попадания системы в точку Нэша.

Множество равновесий Нэша $E_0^N(r_1)$ называется Interchangeable Nash Equilibria (INE), если " t_i Î $Proj_i$ $E_0^N(r_1)$, i Î I, $(t_1, t_2, \dots, t_n)$ Î $E_0^N(r_1)$ [100, 107]. Понятно, что, если равновесие Нэша единственно, то оно является в однородных ОС INE. Поэтому утверждение 4 может быть обобщено: в однородных ОС с INE изменение структуры не изменяет равновесного состояния системы.

Отметим, что утверждение 4 не противоречит утверждению 1, так как в однородной ОС может не существовать РДС (см. пример 3). В то же время, для существования INE достаточно существования РДС.

Таким образом, для однородных ОС можно сделать следующий качественный вывод: в них необходимость координации (наличия центра) в отсутствии кооперации обусловлена множественностью равновесных (и эффективных) стратегий.

Следующее утверждение характеризует свойства решения задачи структурного синтеза для однородных ОС.

<u>Утверждение 5.</u> В однородной ОС существует оптимальная (в смысле целевых функций агентов) веерная структура, причем

(17) $K_1(r_{2i}) = K_2(r_{2i})$, i Î I.

Доказательство. То, что в рамках фиксированного типа игры эффективность веерной структуры одинакова для любого назначения центра, следует из однородности агентов.

В доказательстве утверждения 4 показано, что в однородных ОС эффективности двухуровневых структур при играх Γ_1 и Γ_2 одинаковы, поэтому докажем, что эффективность трех- и более уровневых структур ни для какой из иерархических игр типа Γ_1 и Γ_2 не превышает эффективности двухуровневой структуры.

По аналогии с доказательством утверждения 4 можно показать, что в произвольной структуре r_m, $m = \overline{1,n}$, независимо от типа игры (Γ_1 или Γ_2) реализуемо равновесие $x \in P(f)$, в котором все агенты (центры всех уровней и активные элементы) получают максимальный выигрыш $f(x)$. В то же время, большего выигрыша никто из них получить не может в силу определения (16). •

Содержательно утверждение 5 означает, что в однородных ОС для достижения максимальной эффективности достаточно назначить центром любого агента и разыграть игру Γ_1 или Γ_2.

Следует отметить, что в однородных системах не имеет смысла говорить об эффективности той или иной структуры с точки зрения значения критерия ЛПР $f_0(y)$, так как в рамках утверждения 5, независимо от назначения кого-либо из агентов центром, реализуется оптимальное (Парето-эффективное) для агентов состояние. Если в однородной структуре r_1 (без выделения центра) ЛПР имеет возможность оказывать влияние на выбор агентами компонент равновесия, то имеет смысл говорить, скорее, об информационном управлении [77], которое, во-первых, будет иметь эффективность $\max\limits_{y \in P(f)} f_0(y)$, а, во-вторых, не будет стабильным в силу неэффективности (с точки зрения агентов) реализуемых им состояний ОС.

Завершив исследование задачи структурного синтеза для однородных ОС, перейдем к изучению линейных ОС.

6. ЛИНЕЙНЫЕ ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ[12]

Помимо однородных ОС, рассмотренных в предыдущем разделе, характерным частным случаем являются так называемые линейные ОС [53, 73], описываемые следующим образом.

Пусть целевая функция i-го агента, определенная с точностью до константы, имеет вид

---

[12] *Настоящий раздел написан совместно с А.Ю. Заложневым.*

(18) $f_i(y) = \sum_{j \in I} a_{ij} y_j$, $i \in I$.

Без ограничения общности предположим, что множество допустимых действий каждого агента составляет отрезок $[0; 1]$. Тогда множество доминантных стратегий в игре Γ_0 есть

(19) $E_0^d(r_1) = (y_i^d)_{i \in I}$, $y_i^d = Sign(a_{ii})$, $i \in I$,

где $Sign(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \le 0 \end{cases}$. Определим

(20) $f_S(y) = \sum_{i \in I} \sum_{j \in I} a_{ij} y_j = \sum_{j \in I} b_j y_j$,

где $b_j = \sum_{i \in I} a_{ij}$. Очевидно, что множество равновесий Парето есть

(21) $E_0^p(r_1) = (y_i^p)_{i \in I}$, $y_i^p = Sign(b_i)$, $i \in I$.

Так как существует РДС, то в силу утверждения 1 линейные АС неуправляемы в смысле $K_1(\cdot)$ (при разыгрывании игры Γ_1), поэтому рассмотрим игры типа Γ_2.

Пусть имеется веерная структура r_{2k}, в которой k-ый агент является центром. Стратегией центра является выбор функции $u_k(y_{-k})$, принимающей значения из $[0; 1]$.

Введем множество

(22) $Q_k = \{i \in I \setminus \{k\} \mid Sign(a_{ki}) \neq Sign(a_{ii})\}$

таких АЭ, которые в отсутствии управления выбирают невыгодные для центра действия (очевидно, что если $Sign(a_{kj}) = Sign(a_{jj})$, то j-ым агентом с точки зрения k-го агента управлять не требуется [6]).

Определим множества

(23) $Q_k^- = \{i \in Q_k \mid Sign(a_{ik}) = 0\}$, $Q_k^+ = \{i \in Q_k \mid Sign(a_{ik}) = 1\}$,

агентов, заинтересованных в соответствующем (равном нулю или единице – внутренние точки отрезка $[0; 1]$ можно не рассматривать) выборе центра. Очевидно, $Q_k^- \cup Q_k^+ = Q_k$, $k \in I$.

Определим множества

(24) $P_k^- = \{i \in Q_k \mid Sign(a_{ki}) = 0\}$, $P_k^+ = \{i \in Q_k \mid Sign(a_{ki}) = 1\}$

агентов, в соответствующем выборе которых заинтересован центр. Очевидно, $P_k^- \cup P_k^+ = Q_k, k$ Î I.

Введем множество агентов, которые согласятся изменить свои действия, если центр выберет нулевое действие.

(25) $R_k^- = \{i \text{ Î } Q_k^- \cap P_k^- \mid a_{ii} \text{ £ } -a_{ik}\} \cup \{i \text{ Î } Q_k^- \cap P_k^+ \mid a_{ii} \text{ ³ } a_{ik}\}$.

Для того, чтобы побудить их к этому, центру достаточно использовать стратегию

(26) $$u_k^-(y_{R_k^-}) = \begin{cases} 0, & \forall\, i \in P_k^- \cap R_k^-\ y_i = 0,\ \forall\, i \in P_k^+ \cap R_k^-\ y_i = 1 \\ 1, & \exists\, i \in P_k^- \cap R_k^-\ y_i = 1 \text{ или } \exists\, i \in P_k^+ \cap R_k^-\ y_i = 0 \end{cases}.$$

Аналогичным образом введем множество агентов, которые согласятся изменить свои действия, если центр выберет единичное действие.

(27) $R_k^+ = \{i \text{ Î } Q_k^+ \cap P_k^- \mid a_{ik} \text{ ³ } a_{ii}\} \cup \{i \text{ Î } Q_k^+ \cap P_k^+ \mid a_{ik} \text{ ³ } -a_{ii}\}$.

Для того, чтобы побудить их к этому, центру достаточно использовать стратегию

(28) $$u_k^+(y_{R_k^+}) = \begin{cases} 1, & \forall\, i \in P_k^- \cap R_k^+\ y_i = 0,\ \forall\, i \in P_k^+ \cap R_k^+\ y_i = 1 \\ 0, & \exists\, i \in P_k^- \cap R_k^+\ y_i = 1 \text{ или } \exists\, i \in P_k^+ \cap R_k^+\ y_i = 0 \end{cases}.$$

Таким образом, у центра имеются три альтернативы: 1) разыграть игру $Г_0$ или игру $Г_1$; 2) разыграть игру $Г_2$, обещая в соответствии с (26) агентам из множества (25) выбрать нулевое действие, если соответствующие агенты выберут наиболее выгодные для центра действия; 3) разыграть игру $Г_2$, обещая в соответствии с (28) агентам из множества (27) выбрать единичное действие, если соответствующие агенты выберут наиболее выгодные для центра действия.

Вычислим следующие величины:

(29) $$f_k^d = \sum_{i \in I \setminus (Q_k \cup \{k\})} a_{ki} Sign(a_{ii}) + a_{kk} Sign(a_{kk}) + \sum_{i \in Q_k} a_{ki} Sign(a_{ii}),$$

(30) $$f_k^- = \sum_{i \in (I \setminus (Q_k \cup \{k\})) \cup Q_k^+ \cup (Q_k^- \setminus R_k^-)} a_{ki} Sign(a_{ii}) + \sum_{i \in R_k^- \cap P_k^+} a_{ki},$$

(31) $$f_k^+ = \sum_{i \in (I \setminus (Q_k \cup \{k\})) \cup Q_k^- \cup (Q_k^+ \setminus R_k^+)} a_{ki} Sign(a_{ii}) + a_{kk} + \sum_{i \in R_k^+ \cap P_k^+} a_{ki}.$$

Утверждение 6. Максимальный выигрыш k-го агента при назначении его центром в линейной веерной ОС равен

$$f_k = max \{ f_k^d ,\ f_k^- ,\ f_k^+ \}.$$

Доказательство утверждения 6 заключается в проверке того, что выбор рекомендуемых центром действий является равновесием Нэша игры агентов из соответствующего множества. То, что центру следует использовать управления вида (26)-(28), а не управления, определенные на некоторых подмножествах множеств R_k^- и R_k^+, следует из определения (22). Выражения (29)-(31) исчерпывают множество возможных выигрышей центра при разыгрывании игр Γ_0, Γ_1 и Γ_2. •

Следствие. В зависимости от соотношения величин (29)-(31) реализуется одно их следующих множеств действий агентов:

- если максимум достигается на f_k^d, то все агенты выберут доминантные стратегии;

- если максимум достигается на f_k^-, то агенты из множества $(I \backslash (Q_k \backslash \{k\}))\text{È}\, Q_k^+\ \text{È}(Q_k^- \backslash R_k^-)$ выберут доминантные стратегии, агенты из множества $(R_k^-\ \text{Ç}\, P_k^-)\text{È}\{k\}$ – нулевые действия (в том числе и центр), а агенты из множества $R_k^-\ \text{Ç}\, P_k^+$ – единичные действия;

- если максимум достигается на f_k^+, то агенты из множества $(I \backslash (Q_k \backslash \{k\}))\text{È}\, Q_k^-\ \text{È}(Q_k^+ \backslash R_k^+)$ выберут доминантные стратегии, агенты из множества $R_k^+\ \text{Ç}\, P_k^-$ – нулевые действия, а агенты из множества $(R_k^+\ \text{Ç}\, P_k^+)\text{È}\{k\}$ (в том числе и центр) – единичные действия.

Приведем пример, иллюстрирующий свойства линейных ОС (см. также пример 1).

Пример 4. Рассмотрим линейную ОС ($n = 3$), в которой целевые функции агентов задаются матрицей $\begin{Vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -3 & 1 & -5 \\ -1 & 4 & 1 \end{Vmatrix}$. Доминантной стратегией всех агентов в игре Γ_0 будет выбор единичных действий, то есть в структуре r_1 реализуется вектор $x^0 = (1, 1, 1)$, приводящий к выигрышам: $f_1^d = 2$, $f_2^d = -7$, $f_3^d = 4$.

Пусть $k = 1$, то есть центром назначен первый агент. Тогда $Q_1 = \{2\}$, $Q_1^- = \{2\}$, $Q_1^+ =$ Æ; $P_1^- = \{2\}$, $P_1^+ =$ Æ, $R_1^- = \{2\}$, $R_1^+ =$ Æ. Оптимальной является следующая стратегия центра: $u_1^-(y_2) = \begin{cases} 0, & y_2 = 0 \\ 1, & y_2 = 1 \end{cases}$, реализующая вектор действий $x^1 = (0, 0, 1)$. При этом $f_1^- = 3 > f_1^d$.

Пусть $k = 2$, то есть центром назначен второй агент. Тогда $Q_2 = \{1, 3\}$, $Q_2^- = \{1\}$, $Q_2^+ = \{3\}$; $P_2^- = \{1, 3\}$, $P_2^+ =$ Æ, $R_2^- = \{1\}$, $R_2^+ = \{3\}$. Сравнивая выигрыши центра при побуждении первого и третьего агента к выбору нулевых действий ($f_2^- = -5$, $f_2^+ = -2$), получаем, что выгоднее побуждать третьего агента, используя следующую оптимальную стратегию центра: $u_2^-(y_3) = \begin{cases} 0, & y_3 = 1 \\ 1, & y_3 = 0 \end{cases}$, которая реализует вектор действий $x^2 = (1, 1, 0)$.

Пусть $k = 3$, то есть центром назначен третий агент. Тогда $Q_3 = \{1\}$, $Q_3^- =$ Æ, $Q_3^+ = \{1\}$; $P_3^- = \{1\}$, $P_3^+ =$ Æ, $R_3^- =$ Æ, $R_3^+ = \{1\}$. Оптимальной является следующая стратегия центра: $u_3^+(y_1) = \begin{cases} 0, & y_1 = 1 \\ 1, & y_1 = 0 \end{cases}$, которая реализует вектор действий $x^3 = (0, 1, 1)$. При этом $f_3^+ = 5 > f_3^d$.

Отметим, что, варьируя структуру, можно реализовать четыре из восьми возможных состояний системы.

Сводка результатов приведена в таблице 2, содержащей выигрыши агентов при различных назначениях центров, а также (для сравнения вариантов) – вариант $x^p = (0; 1; 0)$, оптимальный по Парето, и значения суммы целевых функций агентов.

	f_1	f_2	f_3	Sf
x^0	*2*	*-7*	*4*	***-1***
x^1	***3***	*-5*	*1*	***-1***
x^2	*-1*	***-2***	*3*	***0***
x^3	*1*	*-4*	***5***	***2***
x^p	*-2*	*1*	*4*	***3***

Табл. 2. Выигрыши агентов в примере 4

Из таблицы 2 видно, что каждому из агентов выгодно быть центром по сравнению с игрой $Г_0$ и с назначением центром другого агента. •

Полученные результаты свидетельствуют о том, что, во-первых, далеко не все состояния системы могут быть реализованы изменением структуры линейных ОС, а, во-вторых, что решение задачи структурного синтеза даже для линейных ОС (являющихся в некотором смысле простейшими) достаточно трудоемко. Обусловлено это, в частности тем, что, выбирая некоторую стратегию, центр не может одновременно поощрять или наказывать всех АЭ (см. утверждение 6). Выходом является введение побочных платежей (см. теоретическое обоснование в [24, 25, 76]). Поэтому перейдем к исследованию моделей ОС с побочными платежами.

7. РОЛЬ ПОБОЧНЫХ ПЛАТЕЖЕЙ

Общее решение иерархической игры $Г_2$ в двухуровневой ОС было получено в [25]. Там же, а также в [24, 45, 51, 76], показано, что введение побочных платежей существенно упрощает как структуру оптимального решения, так и процесс его поиска.

Формально, в игре с побочными платежами целевые функции первого и второго агентов имеют, соответственно, вид: $f_1(y_1, y_2, z) = f_1(y_1, y_2) - z$, $f_2(y_1, y_2, z) = f_2(y_1, y_2) + z$, где в игре $Г_2$ $z = s(y_2)$: A_2 ® $\Re^1_+$ – побочный платеж.

Легко показать, что в играх $Г_0$ и $Г_1$ использование побочных платежей не имеет смысла: второй агент выберет те же действия, что и в отсутствии побочных платежей, при этом оптимальный размер платежа с точки зрения первого агента равен нулю. Поэтому в дальнейшем под игрой с побочными платежами будем понимать игру типа $Г_2$ с соответствующим видом целевых функций агентов.

Игры с побочными платежами, в которых целевые функции явным образом зависят только от действий второго агента (то есть первый агент выбирает только зависимость $s(\cdot)$ платежа z от действий второго агента), описывают задачу стимулирования [76], исследованию которой посвящено множество работ [47, 71, 73, 75].

Начнем изложение моделей сетевых структур с побочными платежами с примера, иллюстрирующего роль типа игры и возможные интерпретации различных классических иерархических игр в терминах задач структурного синтеза.

Пример 5 [38, 75, 76]. Пусть ОС состоит из двух агентов – «центра» и «АЭ» – так как мы будем рассматривать всевозможные последовательности ходов и варианты информированности, то термины «центр» и «АЭ» введены для идентификации агента по виду его целевой функции: $W(z, y) = H(y) – z$, $w(z, y) = z – c(y)$, где $y \geq 0$ – действие АЭ, $H(\cdot)$ и $c(\cdot)$ – непрерывные монотонно возрастающие положительнозначные функции дохода центра и затрат АЭ, равные в нуле нулю, а $z \geq 0$ – платеж центра АЭ.

Стратегией центра в задаче стимулирования (являющейся игрой типа $Г_2$ с побочными платежами и специфическим видом целевых функций) является выбор положительнозначных функций $z = s(y)$ от действий агента, стратегией агента – выбор неотрицательных действий. Пусть выполнена гипотеза благожелательности. Рассмотрим последовательно несколько возможных игр между агентами.

Игра $Г_0$. Рассмотрим «обычную» некооперативную игру, в которой центр и АЭ выбирают свои действия одновременно и независимо. Так как центр не имеет возможности наблюдать реализацию выбора АЭ, то он вынужден ограничиться выбором неотрицательного числа (а не функции от действия АЭ, как это имеет место в случае, когда центр делает первый ход и рассчитывает на знание действия АЭ).

Из вида целевых функций центра и агента следует, что в игре $Г_0$ равновесием Нэша является выбор нулевых значений действий и вознаграждений. Таким образом, равновесные действия (нижний индекс обозначает тип игры): $z_0 = 0$, $y_0 = 0$, а выигрыши участников: $W_0 = 0$, $w_0 = 0$.

Игра Γ_1. Предположим теперь, что центр обладает правом первого хода, но не может рассчитывать на знание выбора АЭ. Поэтому он вынужден, как и в игре Γ_0, ограничиться выбором неотрицательного числа. Отличие игры Γ_1 от игры Γ_0 заключается в том, что в ней центр выбирает свою стратегию первым и сообщает ее АЭ, а АЭ выбирает свое действие при известной ему стратегии центра. Легко видеть, что наличие права первого хода у центра не меняет исхода: при любой стратегии центра АЭ выбирает нулевое действие как действие, минимизирующее затраты. Поэтому оптимальной стратегией центра будет нулевое поощрение, то есть $z_1 = 0$, $y_1 = 0$, $W_1 = 0$, $w_1 = 0$.

Игра Γ_2^*. Если изменить имеющую место в игре Γ_1 последовательность выбора стратегий на противоположную (то есть назначить АЭ центром, а центра – АЭ), то получим игру Γ_2^* (в соответствии с обозначениями теории иерархических игр [25] игра, полученная из исходной переменой последовательности ходов, обозначается звездочкой), в которой АЭ первым выбирает стратегию и сообщает ее центру (при этом считается, что стратегия центра всегда становится известной АЭ; в противном случае получим игру Γ_1^*, решение которой для рассматриваемого примера совпадает с решением игры Γ_1). Содержательно центр получает от АЭ информацию о зависимости действия, выбираемого АЭ, от вознаграждения, выплачиваемого ему центром.

Обозначим $y^* = arg \max\limits_{y \in A} \{H(y) - c(y)\}$, $Q = H(y^*) - c(y^*)$.

Предположим, что функция $H(\cdot)$ вогнута, а функция $c(\cdot)$ выпукла. Тогда действие y^* единственно. Оптимальной стратегией АЭ будет: $\tilde{y}_2(z) = \begin{cases} y^*, z = H(y^*) \\ 0, \quad z \neq H(y^*) \end{cases}$, побуждающая центр выбрать поощрение $z = H(y^*)$ и приводящая к следующему вектору полезностей: $W_2^* = 0$, $w_2^* = Q$.

Игра Γ_2, в которой центр делает первый ход и, рассчитывая на знание действия АЭ, выбирает свою стратегию в виде функции от выбора АЭ, имеет симметричный игре Γ_2^* вид, то есть в ней оптимальны стратегии $z_2 = \tilde{z}_2(y) = \begin{cases} c(y^*), & y = y^* \\ 0, & y \neq y^* \end{cases}$; $y_2 = y^*$, которые приводят к следующему вектору выигрышей: $W_2 = Q$, $w_2 = 0$. Отметим, что вектора полезностей участников ОС, соответствующие играм Γ_2 и Γ_2^*, недоминируемы по Парето.

Игра Γ_3^*. Если в игре Γ_2 первый ход делает агент, то получаем игру Γ_3^*. Оптимальные стратегии агента и центра:

$$\tilde{y}_3^*(\tilde{z}(y)) = \begin{cases} y^*, & z = \tilde{z}_3(y) = \begin{cases} H(y^*), & y = y^* \\ 0, & y \neq y^* \end{cases} \\ 0, & z \neq \tilde{z}_3(y) \end{cases};\quad z_3^* = \tilde{z}_3(y),$$

приносят им выигрыши $W_3^* = 0$, $w_3^* = Q$.

Игра Γ_3, в которой стратегией АЭ является функция от выбора центра, для рассматриваемого примера эквивалентна (в смысле равновесных выигрышей участников системы) игре Γ_2, то есть $W_3 = Q$, $w_3 = 0$.

В [25] показано, что все иерархические нечетные игры, начиная с третьей, эквивалентны (в смысле гарантированного выигрыша первого агента) игре Γ_3, а все четные игры, начиная со второй, эквивалентны игре Γ_2. Среди первых трех игр игра Γ_2 характеризуется максимальной эффективностью, далее следует игра Γ_3, и, наконец, игра Γ_1. Поэтому рассматривать игры более высокого порядка не имеет смысла. Отметим, что из рассматриваемой схемы «выпадает» распределение ролей, когда оба агента являются центрами и каждый пытается навязать другому игру Γ_2 с правом собственного первого хода. Определить равновесие в такой игре, не вводя дополнительных предположений, затруднительно. Можно считать равновесием ситуацию, в которой один из агентов соглашается на второй ход. При этом реализуется одна из описанных выше игр Γ_2 или Γ_2^*.

Таким образом, в рассматриваемой частной модели минимальными играми, описывающие все разнообразие равновесных распределений выигрышей, являются игры Γ_2 и Γ_2^* (в играх Γ_0, Γ_1^* и Γ_1 выигрыши агентов строго доминируются по Парето выигрышами в любой из игр второго порядка, а игры третьего и более высокого порядка приводят к тем же векторам выигрышей). Можно также заметить, что в играх второго порядка агенты, фактически, определяют распределение между собой «неделимого» выигрыша Q – агент, сделавший ход первым, забирает этот выигрыш себе, вынуждая второго согласиться (в рамках гипотезы благожелательности) на нулевое значение своей целевой функции. Приведем содержательные интерпретации этого факта.

В экономике труда, в теории контрактов, моделях рекрутинга, задачах стимулирования и мотивации (см. обзор и ссылки в [38, 69]) используется понятие *области компромисса*. Напомним, что областью компромисса называется множество дележей z между центром и АЭ, сумма которых равна Q, при использовании участниками ОС равновесных в соответствующей метаигре действий, то есть следующее множество:

$$\{z \geq 0 \mid W(z, y^*) + w(z, y^*) = Q\}.$$

Следовательно, при определении ролей (решении задачи синтеза структуры) в модели стимулирования происходит борьба участников за первый ход. Если существуют институциональные ограничения, определяющие последовательность ходов, то роли распределяются однозначно. Такая ситуация может иметь место, например, при найме АЭ на работу в организацию, интересы которой представляет центр.

Если на рынке труда существует значительная конкуренция (то есть, если имеется несколько претендентов на данную вакансию), то с условиях неопределенности (неполной информированности центра о целевых функциях агентов) равновесием среди претендентов является аукционное решение (в случае, когда имеется много однородных АЭ, в равновесии победитель получает нулевую или резервную полезность). Если же на рынке труда имеется единственный претендент (например, высококвалифицированный специалист и т.д.), то он является «диктатором» и ему (а не центру!) выгодно сделать первый ход, вынудив центр согласиться на нулевую полезность.

Помимо трудовых контрактов, содержательным примером распределения ролей в соответствии с описанной выше схемой могут служить механизмы обмена [76]. •

Завершив рассмотрение примера и качественное обсуждение роли побочных платежей в теоретико-игровых моделях управления организационными системами, перейдем к теоретическому анализу побочных платежей в сетевых структурах – сначала в веерных структурах (раздел 8), а затем в двухуровневых (раздел 9) и произвольных иерархических (раздел 10) структурах.

8. ПОБОЧНЫЕ ПЛАТЕЖИ В ВЕЕРНЫХ СТРУКТУРАХ

Рассмотрим n-агентную ОС, в которой при назначении центром i-го агента (то есть при структуре r_{2i}) целевые функции участников имеют вид:

(32) $w_j(y) = f_j(y) + s_j(y_{-i}),\ j$ Î $I \setminus \{i\}$,

(33) $w_i(y) = f_i(y) - \sum_{j \neq i} s_j(y_{-i})$.

Отметим, что в рамках (32)-(33) считается, что центр назначает побочный платеж каждому АЭ отдельно.

Если на побочные платежи наложено требование неотрицательности (но не ограниченности сверху), то стратегией наказания с точки зрения побочных платежей будет нулевой платеж. Фиксируем вектор планов x Î A'. Рассмотрим класс стратегий центра вида:

(34) $s_{xj}(y_{-i}) = \begin{cases} l_j, & y_j = x_j \\ 0, & y_j \neq x_j \end{cases},\ j$ Î $I \setminus \{i\}$,

(35) $u_i(y_{-i}) = \begin{cases} x_i, & y_{-i} = x_{-i} \\ u_{ij}^{н}, & y_{-i-j} = x_{-i-j},\ y_j \neq x_j \\ \textit{произвольное, в остальных случаях} \end{cases}$,

где $u_{ij}^{н}(y_{-i})$ определяется как $f_j(u_{ij}^{н}(y_{-i}), y_{-i}) = \min_{y_i \in A_i} f_j(y_i, y_{-i})$, j Î $I \setminus \{i\}$. Отметим, что в рамках стратегии (35) центр в общем случае не может одновременно наказать двух АЭ, но для реализации равновесия Нэша требуется застраховаться только от односторонних отклонений АЭ (см. (37)). Такое поведение центра называется блефом [25].

Обозначим

(36) $L_j(y_{-i\text{-}j}) = \max\limits_{y_j \in A_j} \min\limits_{y_i \in A_i} f_j(y_i, y_{-i}), j \; \hat{I} \; I \setminus \{i\}$.

Запишем условия реализуемости, то есть выгодности для АЭ выбора действий, совпадающих с планами (условие записывается для каждого АЭ по отдельности в предположении, что остальные АЭ выполняют планы):

(37) $f_j(x) + l_j \;^3\; L_j(x_{-i\text{-}j}), j \; \hat{I} \; I \setminus \{i\}$.

Так как центр заинтересован в минимизации платежей, то из (37) следует, что $l_j = L_j(x_{-i\text{-}j}) - f_j(x)$, $j \; \hat{I} \; I \setminus \{i\}$.

<u>Утверждение 7.</u> В структуре r_{2i} с побочными платежами игрой $Г_2$ реализуемы состояния ОС, являющиеся решением следующей задачи:

(38) $\sum\limits_{i \in I} f_i(x) - \sum\limits_{j \neq i} L_j(x_{-i-j}) \to \max\limits_{x \in A'}$.

Справедливость утверждения 7 следует из того, что система неравенств (37) обеспечивает равновесность по Нэшу планов, назначаемых центром, использующим управления (34)-(35), а задача (38) является задачей оптимального согласованного планирования [10, 75].

Задача (37)-(38) является достаточно трудоемкой, поэтому рассмотрим ее частный случай, в котором центр разыгрывает игру $Г_1$ по $\{f_j(x)\}$ и игру $Г_2$ по побочным платежам. Будем обозначать эту игру $Г_1$-$Г_2$.

Фиксируем действие центра $x_i \; \hat{I} \; A_i$. Для того, чтобы использование побочных платежей (34) реализовывало вектор $x_{-i} \; \hat{I} \; A_{-i}$ как равновесие Нэша игры АЭ необходимо и достаточно, чтобы выполнялось:

(39) $f_j(x) + l_j \;^3\; L_j(x_{-j}), j \; \hat{I} \; I \setminus \{i\}$,

где

(40) $L_j(x_{-j}) = \max\limits_{y_j \in A_j} f_j(y_j, x_{-j}), j \; \hat{I} \; I \setminus \{i\}$.

Так как центр заинтересован в минимизации выплат АЭ, то получаем, что $l_j = L_j(x_{-j}) - f_j(x)$, j Î $I \setminus \{i\}$. Подставляя эти минимальные платежи в целевую функцию центра, получаем, что задача оптимального согласованного планирования сводится к:

(41) $\sum_{i \in I} f_i(x) - \sum_{j \neq i} L_j(x_{-j}) \to \max_{x \in A'}$.

Таким образом, мы доказали следующий результат.

Утверждение 8. В структуре r_{2i} с побочными платежами игрой Γ_1-Γ_2 реализуемы состояния ОС, являющиеся решением задачи (41).

Следствие. Если $\sum_{j \neq i} L_j(x_{-i-j})$ или $\sum_{j \neq i} L_j(x_{-j})$ не зависит от i Î I, то состояние ОС при структуре r_{2i} в соответствующей игре (Γ_2 или Γ_1-Γ_2) не зависит от i (то есть от назначения центра) и является оптимальным по Парето.

Приведенное следствие отражает распространенную во многих практически важных случаях ситуацию, когда гарантированный результат всех АЭ одинаков и не зависит от их действий и от обстановки игры.

Задача (41) существенно проще задачи (38), но множество состояний ОС, реализуемых в веерной структуре игрой Γ_2 в общем случае включает в себя множество состояний ОС, реализуемых в веерной структуре игрой Γ_1-Γ_2. Для совпадения этих множеств, очевидно, достаточно, чтобы имело место $\min_{x \in A'} \sum_{j \neq i} L_j(x_{-i-j}) = \min_{x \in A'} \sum_{j \neq i} L_j(x_{-j})$, i Î I.

Условия следствия и совпадения множеств реализуемых действий имеют место в задачах стимулирования и др. [71, 75].

Таким образом, в веерных структурах оптимальное решение задачи структурного синтеза в классе веерных структур зависит от свойств функционалов (36) и (40). Критерием оптимальности является минимальность этих величин.

9. ПОБОЧНЫЕ ПЛАТЕЖИ В ДВУХУРОВНЕВЫХ СТРУКТУРАХ

Перейдем от рассмотрения веерных структур к изучению задач структурного синтеза в классе двухуровневых структур. Веерная структура по определению является двухуровневой, поэтому в настоящем разделе исследуем двухуровневые ОС с распределенным контролем (РК), то есть двухуровневые ОС, в которых имеется несколько центров. Задачи управления ОС РК описаны в [26, 31, 76]. В упомянутых работах исследовалось равновесие игры центров (в том числе – кооперативные эффекты) в системах с заданной структурой. Поэтому рассмотрим задачу оптимального назначения центров из числа агентов.

Пусть K Í I – множество центров, имеющих целевые функции (условимся, что моделях настоящего раздела верхний индекс обозначает центров)

(42) $w^i(y) = f^i(y) - \sum_{j \in I \setminus K} s_j^i\ (y_{I\setminus K})$, i Î K,

и осуществляющих управление (в смысле игры Γ_2 с побочными платежами) АЭ из множества $I \setminus K$, имеющими целевые функции (условимся, что в моделях настоящего раздела нижний индекс обозначает АЭ)

(43) $w_i(y) = f_i(y) + \sum_{j \in K} s_i^j\ (y_{I\setminus K})$, i Î $I \setminus K$.

Как и в веерных ОС с побочными платежами, будем считать, что стратегией i-го центра в игре типа Γ_2 с побочными платежами является выбор функций s_j^i: $A_{I\setminus K}$ ® $\Re^1_+$, j Î $I \setminus K$, и своего «действия» $y^i = u^i(y_{I\setminus K})$, u^i: $A_{I\setminus K}$ ® A^i.

Двухуровневую структуру, в которой имеется множество K центров, будем обозначать r_{2K}.

Ограничимся рассмотрением класса стратегий центров типа (34) – свойства этого класса стратегий подробно обсуждаются в [32, 76], то есть

(44) $s_{jx}^i\ (y_{I\setminus K}) = \begin{cases} l_j^i, & y_j = x_j \\ 0, & y_j \neq x_j \end{cases}$, i Î K, j Î $I \setminus K$.

Стратегию наказания в рассматриваемой ОС РК введем также, как и в веерной структуре (см. предыдущий раздел). Гарантированный выигрыш АЭ будет при этом равен

$$(45)\ L_j(x_{-K-j}) = \max_{y_j \in A_j} \min_{y^K \in A^K} f_j(y_j, y^K, x_{-j-K}),\ j \in I \setminus K.$$

Отметим, что, определяя гарантированный выигрыш j-го агента в виде (45), мы неявно предполагаем, что центры находятся в режиме сотрудничества [76], то есть могут совместно "наказывать" АЭ.

Условие того, что выбор АЭ действий $y_{I\setminus K}$, совпадающих с планами $x_{I\setminus K}$, является равновесием Нэша их игры при заданных стратегиях центров, имеет вид:

$$(46)\ f_j(x) + \sum_{i \in K} l_j^i \geq L_j(x_{-K-j}),\ j \in I \setminus K.$$

Из (46) следует, что, управляя АЭ в одиночку, i-ый центр может получить гарантированно следующий выигрыш:

$$(47)\ W_{\max}^i = \max_{x^i, x_{I\setminus K}} \min_{x^{K\setminus\{i\}}} [f_i(x^i, x_{I\setminus K}, x^{K|\{i\}}) + \sum_{j \in I\setminus K} f_j(x^i, x_{I\setminus K}, x^{K\setminus\{i\}}) - \sum_{j \in I\setminus K} L_j(x_{-i-j})],\ i \in K.$$

Следовательно, условие того, что размер побочных платежей и стратегии центров вида (44) обеспечивают индивидуальную рациональность центров, можно записать в виде:

$$(48)\ f_i(x) - \sum_{j \in I\setminus K} l_j^i \geq W_{\max}^i,\ i \in K.$$

Запишем задачу определения минимальных неотрицательных платежей со стороны центров, побуждающих АЭ выбрать требуемые действия:

$$(49)\ \sum_{i \in K} \sum_{j \in I\setminus K} l_j^i \to \min,\ \text{при ограничениях (46) и (48).}$$

Так как ограничения (46) и (48) сформулированы для некоторого "плана" $x \in A'$, то и решение задачи (49) будет зависеть от этого плана. Следовательно, можно выделить множество $X(K) \subseteq A'$ состояний ОС, реализуемых в двухуровневых системах множеством центров K, то есть множество состояний, для которых существует решение задачи (49). Сформулируем этот результат в виде следующего утверждения.

Утверждение 9. В двухуровневых ОС со структурой r_{iK} реализуемы состояния ОС, для которых существует решение задачи (49).

Отметим, что, если отказаться от того, что центры ограничены классом стратегий (44), то множество реализуемых состояний системы может расшириться при неизменных выигрышах участников.

Следовательно, в двухуровневых ОС задачу структурного синтеза можно записать в виде задачи выбора множества центров, реализующего наиболее предпочтительное с точки зрения ЛПР состояние ОС:

(50) $\min\limits_{x \in X(K)} f_0(x) \to \max\limits_{K \in 2^I}$.

Отметим, что при определении критерия эффективности (50) в ОС с веерной структурой (то есть в двухуровневых ОС с одним центром) использовалась гипотеза благожелательности центра к ЛПР, то есть вычислялось максимальное значение целевой функции ЛПР на множестве действий, реализуемых центром (доставляющих максимум его целевой функции). В ОС РК пользоваться гипотезой благожелательности следует очень осторожно – как отмечается в [76] при наличии нескольких центров неясно, что понимать под их благожелательным отношением к ЛПР, а также неясно что понимать под благожелательным отношением АЭ к нескольким центрам одновременно. Если ЛПР может управлять выбором равновесия игры центров, то применение гипотезы благожелательности корректно, в общем же случае целесообразно применять гарантированный результат – вычислять минимум по множеству реализуемых состояний ОС (см. выражение (50)).

Введем следующее предположение, которое выполнено, в частности, в задачах стимулирования [26, 31, 75, 76]:

(51) $\forall\ j \in I,\ \forall\ x_{-j} \in A_{-j}\ \max\limits_{y_j \in A_j} f_j(y_j, x_{-j}) = L_j$.

где $\{L_j\}$ – некоторые константы.

Из (51) следует, что $\forall\ j \in I,\ \forall\ K \subseteq I,\ \forall\ x \in A'$ имеет место:

$$L_j(x_{-i-j}) = L_j(x_{-j}) = L_j(x_{-K-j}) = W^j_{\max} = L_j.$$

Утверждение 10. Если выполнено (51), то для любой структуры r_{2K} найдется структура r_{2i} не меньшей эффективности.

Доказательство. Докажем, что $\forall\ K \subseteq I$ выполнено

$$X(K) \supseteq X^* = Arg \max_{x \in A'} \sum_{i \in I} f_i(x).$$

Тогда из $\min\limits_{x \in X(K)} f_0(x) \leq \min\limits_{x \in X^*} f_0(x)$, будет следовать, что, если некоторая структура (например, r_{2i}, $i \in I$, в рамках (51)) реализует состояния из X^* и только их, то ее эффективность не меньше эффективности структуры r_{2K}, реализующей состояния из $X(K)$.

Из (46) и (48), с учетом (51), следует, что реализуемыми являются состояния, удовлетворяющие

$$\sum_{i \in K} l_j^i \geq L_j - f_j(x),\ j \in I \setminus K, \quad \sum_{j \in I|K} l_j^i \leq f_i(x) - L_i,\ i \in K.$$

Из данной системы неравенств получаем

$$X(K) \supseteq \{x \in A' \mid \sum_{i \in I} f_i(x) \geq \sum_{i \in I} L_i\} \supseteq X^*,$$

что и требовалось доказать. •

Таким образом, утверждение 10 дает достаточное условие того, что введение нескольких центров не увеличивает эффективности, то есть в рамках предположения (51) в двухуровневых структурах достаточно ограничиться классом ОС с одним центром. Важным представляется то, что в рамках (51) множество реализуемых состояний всегда включает множество состояний ОС, эффективных по Парето.

Следствие. В задаче стимулирования оптимальна веерная структура.

Справедливость утверждения следствия обосновывается тем, что в задачах стимулирования выполнено (51) [68, 75].

Следствие. Если выполнено (51), то:

а) состояние ОС при структуре r_{2i} в соответствующей игре (Γ_2 или Γ_1-Γ_2) не зависит от i (то есть от назначения центра) и является оптимальным по Парето;

б) множество состояний ОС, реализуемых в веерной структуре игрой Γ_2 совпадает с множеством состояний ОС, реализуемых в веерной структуре игрой Γ_1-Γ_2

Справедливость первого пункта следствия вытекает из (38), второго пункта – из (36) и (40).

Отметим, что предположение (51) является чрезвычайно сильным – в его рамках взаимодействие агентов вырождается, поэтому результаты утверждения 10 и его следствий также являются вырожденными.

Завершив исследование задач структурного синтеза в классе двухуровневых структур с побочными платежами, рассмотрим произвольные (многоуровневые) иерархические структуры с побочными платежами.

10. ПОБОЧНЫЕ ПЛАТЕЖИ В ИЕРАРХИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

До сих пор мы рассматривали задачу структурного синтеза как задачу распределения агентов по уровням иерархии, где каждому уровню ставился в соответствие определенный приоритет в порядке выбора стратегий. Существенную роль играло то, что центры (управляющие органы) выбирались из числа агентов, а эффективность той или иной структуры оценивалась по значениям критерия, отражающего интересы внешнего по отношению к ОС лица, принимающего решения.

Анализ задач структурного синтеза, проведенный выше, свидетельствует об их высокой сложности в общем случае, и только в ряде частных случаев удается получить сравнительно простое содержательно интерпретируемое решение (см. утверждения 1-10). Поэтому в настоящем и ряде последующих разделов изменим постановку задачи, то есть будем считать, что все агенты из множества I являются активными элементами (АЭ) и расположены на нижнем уровне иерархии. Тогда задача структурного синтеза будет заключаться в нахождении иерархической (не обязательно древовидной) структуры – определении оптимального числа так называемых *внешних* (по отношению ко множеству агентов) *центров* и распределении их по уровням иерархии. При этом считается, что центры имеют интересы, которые в определенном ниже смысле «совпадают» с интересами ЛПР. Другими словами, центры не имеют собственных интересов, отличных от интересов ЛПР, то есть лица, решающего совместно с исследователем операций задачу синтеза. Отметим, что такой подход является типичным для исследования операций.

При изучении задачи структурного синтеза в той постановке, в которой она формулируется в настоящем разделе, появляется возможность использования результатов по декомпозиции игры сильно связанных элементов, полученных в [75, 76], а также результатов анализа многоуровневых ОС, приведенных в [53, 69, 73]. Следует отметить, что при назначении центрами субъектов, внешних по отношению к множеству I агентов, существенно упрощаются задачи анализа состояний ОС, реализуемых различными структурами, особенно в случае возможности осуществления побочных платежей между центрами и АЭ.

Рассмотрим следующую модель.

Предположим, что имеется один центр, интересы которого совпадают с интересами ЛПР, то есть центр имеет целевую функцию $f_0(y)$, и присутствует бюджетное ограничение C на суммарное стимулирование. Такую веерную структуру будем обозначать r_{20} (индекс «0» означает, что центр назначен извне, то есть не из множества I агентов).

Обозначим для фиксированного вектора $s(\times)$

$$E_C(s) = E^N(s)\ Ç\ \{y\ Î\ A'\ |\ \sum_{i \in I} s_i(y)\ £\ C\}$$

множество равновесных по Нэшу при системе стимулирования $s(\times)$ действий, для которых суммарные выплаты центра по их реализации не превышают бюджетного ограничения. Тогда задача оптимального управления в структуре r_{20} может быть сформулирована как

(52) $\min\limits_{y \in E_C(s)} f_0(y) \to \max\limits_{s}$.

Обозначим

(53) $L_0(x) = \sum\limits_{i \in I} L_i(x_{-i})$,

где $L_i(x_{-i}) = \max\limits_{y_i \in A_i} f_i(y_i, x_{-i}),\ i\ Î\ I,$

(54) $F_0(y) = \sum\limits_{i \in I} f_i(y)$.

Отметим, что $F_0(y)$ является утилитарной функцией коллективной полезности, свойства которой подробно исследуются, например, в [65]. Содержательно функция $F_0(y)$ может интерпретироваться как целевая функция «системы» из n агентов. Функция $F_0(y)$ согласована с отношением доминирования по Парето в следующем смысле: если вектор z Парето-доминирует вектор y, то $F_0(z)$ ³ $F_0(y)$.

Рассмотрим задачу (52) в отсутствии бюджетного ограничения (C = +¥). Пусть центр использует систему стимулирования

(55) $s_{ix}(y) = \begin{cases} l_i(x) + d_i, & y_i = x_i \\ 0, & y_i \neq x_i \end{cases}$,

где $l_i(x)$ – побочный платеж i-му АЭ от центра в случае выполнения первым плана, $d_i > 0$ – сколь угодно малая строго положительная константа. В выражении (55) первый режим соответствует трансферту полезностей, а второй режим – наказанию за индивидуальные отклонения.

Легко видеть, что если

(56) $l_i(x)$ ³ $L_i(x_{-i}) - f_i(x)$, i Î I,

то $E_2^d(r_{20}) = \{x\}$, то есть x Î A' является единственным РДС игры АЭ при управлении (55).

Получаем, что реализуемыми (и доставляющими максимум целевой функции центра с учетом побочных платежей) будут состояния ОС из множества

(57) $X(r_{20}) = \mathrm{Arg} \max\limits_{x \in A'} [f_0(x) + F_0(x) - L_0(x)]$.

Перейдем к учету балансового (бюджетного) ограничения при условии, что на побочные платежи используются «внешние» (не принадлежащие центру в смысле вхождения в $f_0(y)$) средства. Если трансферты полезности соответствуют внутреннему, то есть замкнутому относительно множества АЭ, стимулированию, то сумма трансфертов должна быть неположительна (с точностью до сколь угодно малой строго положительной константы $d = \sum\limits_{i \in I} d_i$).

Если центр имеет возможность привлечь внешние или использовать собственные средства в размере C ³ 0, то балансовое ограничение, то есть условие минимальной (при неравенствах (56), выполняющихся как равенства) внутренней сбалансированности, примет вид:

(58) $\sum_{i\in I} s_{ix}(x) = L_0(x) - F_0(x)$ £ C.

Таким образом, в рамках замкнутого набора АЭ (при $C = 0$) (58) отражает условие неотрицательности баланса трансфертов.

Понятно, что множество $P(C)$ точек, в которые ОС может быть переведена управлением с побочными платежами, ограниченными в сумме величиной C, есть

(59) $P(C) = \{y$ Î $A' \mid L_0(y) - F_0(y)$ £ $C\}$.

Следовательно, рассматриваемое управление в ряде случаев позволяет сделать эффективное по Парето коллективное решение устойчивым по Нэшу. Таким образом, справедлив следующий результат.

<u>Утверждение 11.</u> При заданном бюджетном ограничении любая точка множества (59) может быть реализована системой стимулирования (55) как эффективное равновесие Нэша.

Если выполнено предположение (51), то, обозначая $L_0 = \sum_{j\in I} L_j$, получим, что реализуемы будут действия из множества $\{y$ Î $A' \mid L_0 - C$ £ $F_0(y)\}$ – см. свойства множества реализуемых действий в задачах стимулирования [68, 71].

Имея результат утверждения 11, изучим преимущества и недостатки введения дополнительного уровня иерархии (выделения над множеством АЭ метаагента – центра).

Введем следующий механизм функционирования АС. Центр использует систему стимулирования (55) с x Î $P(C)$. При этом: вектор x является равновесием Нэша, в котором всем АЭ обеспечивается не меньшая полезность, чем при выборе любого другого индивидуально рационального равновесия; отпадает необходимость получения и обработки АЭ информации о своих оппонентах; центр получает во внутренне сбалансированном механизме ненулевую полезность.

Итак, выделение над одноуровневой АС дополнительного уровня управления с наделением его правом частично устанавливать правила игры АЭ (в рамках концепции их некооперативного поведения) является взаимовыгодным для центра и для всех АЭ, как с точки зрения снижения на АЭ нагрузки по обработке информации, так и с "экономической" точки зрения – внешнее управление центра делает выгодным и индивидуально рациональным коллективно рациональное (в смысле Парето-эффективности) взаимосодействие АЭ.

В качестве иллюстрации использования предложенных выше подходов к описанию и исследованию сбалансированного мотивационного управления рассмотрим частный случай линейных ОС (см. общие результаты выше), в которых

(60) $F_0(y) = \sum_{i \in I} b_i y_i$.

Парето оптимальное (доставляющее максимум (60)) действие есть (см. также выше) $y_i^P = Sign\,(b_i)$, доминантная стратегия – $y_i^d = Sign(a_{ii})$, $i \in I$. Определим следующие величины:

(61) $s_i(y^d, y^P) = D_i(y^d, y^P) = \sum_{j \in I} a_{ij}\,[Sign(b_j) – Sign(a_{jj})]$.

Легко проверить, что в любых линейных ОС выполнено: $\sum_{i \in I} s_i(y^d, y^P) \leq 0$. Пусть центр в линейной ОС использует следующую систему стимулирования:

(62) $s_i(y_i) = [D_i(y^d, y^P) + d_i]\, I(y_i = y_i^P) + a_{ii}\, I(y_i \neq y_i^P)$,

где $I(\cdot)$ – функция индикатор (отметим, что в точке Парето «штрафы» равны нулю).

Система стимулирования (62) обеспечивает каждому АЭ ту же полезность, что и при использовании им доминантной стратегии, причем y^P является равновесием по Нэшу. Более того, центр оставляет в собственном распоряжении ненулевую полезность, равную:

(63) $F_0 = F_0(y^P) – F_0(y^d) = \sum_{j \in I} b_j\,[Sign\,(b_j) – Sign\,(a_{jj})] \geq 0$,

которая может рассматриваться как критерий эффективности управления.

Величина (63) может интерпретироваться как мера «системности» набора АЭ: с одной стороны это – доход центра, а с другой – интегральная характеристика рассогласованности предпочтений АЭ. Таким образом, справедлив следующий результат.

Утверждение 12 [53, 73]. Эффективность управления в линейной ОС определяется выражением (63).

Обозначим $l(x) = \sum_{j \in I} l_j(x) = L_0(x) - F_0(x)$.

Рассмотрим пример линейной ОС, иллюстрирующий утверждение 12.

Пример 6. Пусть в линейной АС целевые функции агентов равны $f_i(y) = y_i + \sum_{j \neq i} (1 - y_j)$, $A_i = [0; 1]$, i Î I. Тогда $L_0(x) = 2n - (n-1) \sum_{j \in I} x_j$, $F_0(x) = n - (n-2) \sum_{j \in I} x_j$, $l(x) = n - \sum_{j \in I} x_j$. Если $f_0(x) = -(\sum_{j \in I} x_j)^2/2a$, то множеством оптимальных реализуемых действий будем $X^* = Arg \max_{x \in A'} \{f_0(x) - l(x)\} = \{x$ Î $A' \mid \sum_{j \in I} x_j = a\}$. •

Таким образом, выше в настоящем разделе мы исследовали множество состояний ОС, реализуемых при тех или иных бюджетных ограничениях в структуре r_{20}. Если $f_0(y)$ – целевая функция ЛПР, выделяющего средства в размере C, то его задача в рамках гипотезы благожелательности заключается в определении оптимальной величины суммарных побочных платежей, то есть трансфертов, максимизирующих эффективность $K(C)$ управления:

(64) $K(C) = \max_{y \in P(C)} f_0(y) - C$ ® $\max_{C \geq 0}$.

Решение обратной задачи (определения минимальных затрат на гарантированную реализацию множества X Í A' состояний ОС) имеет вид

$$C(X) = \max_{y \in X} \{L_0(y) - F_0(y)\}.$$

Так как множество (59) не зависит от центра (его целевой функции или каких-либо других характеристик), то получаем, что справедлив следующий результат.

Утверждение 13. В ОС с побочными платежами при назначении управляющих субъектов извне (не из множества I) оптимальна структура r_{20}.

Содержательно утверждение 13 означает, что, если центры назначаются извне (или не обладают собственными интересами), то не следует вводить нескольких центров или несколько уровней иерархии, так как любое состояние ОС, реализуемое при заданных ограничениях на ресурсы ЛПР, может быть реализовано единственным центром в рамках структуры r_{20}.

Интересно, что результат утверждения 13 противоречит существованию широко распространенных на практике многоуровневых ОС или ОС с распределенным контролем. Причина заключается в следующем – результаты всех приведенных выше утверждений получены в предположении (иногда неявном), что отсутствуют ограничения на допустимые структуры. В то же время, на практике возможности управляющих органов ограничены, что и приводит к необходимости введения нескольких управляющих субъектов, нескольких уровней управления и т.д. В [46, 62, 79] введен ряд числовых характеристик графов (структурная избыточность, неравномерность распределения связей, структурная компактность и др.), которые позволяют учитывать ограничения на структуры.

Обобщим полученные в настоящем разделе результаты на случай, когда множество агентов I разбито на непересекающиеся подмножества, каждое из которых подчинено "своему" центру. Рассмотрим одно из подмножеств (коалицию) $S \subseteq I$. Предположим, что центр, осуществляющий руководство АЭ из коалиции S, использует управление типа (55), где $\lambda_i = \lambda_i(x_S)$, то есть вознаграждение АЭ зависит только от действий АЭ, входящих с ним в одну коалицию. Тогда для того, чтобы выбор агентами из коалиции S вектора $x_S \in A_S$ действий был равновесием Нэша их игры (действия агентов из множества $I \setminus S$ при этом для них выступают в роли внешних неопределенных факторов) должно выполняться:

$$\forall\, i \in S,\ \forall\, x_{-S} \in A_{-S},\ \forall\, x_i \in A_i\quad \lambda_i(x_S) + f_i(x_S, x_{-S}) \geq f_i(x_S|x_i, x_{-S}).$$

Последнее неравенство эквивалентно следующему:

$$\forall\, i \in S,\ \forall\, x_{-S} \in A_{-S},\ \lambda_i(x_S) \geq L_i(x_{-i}) - f_i(x_S, x_{-S}).$$

Следовательно, для того, чтобы реализовать вектор x_S как равновесие Нэша (и, более того – как РДС) игры АЭ из коалиции S, соответствующему центру достаточно использовать управление (55), в котором $\lambda_i(x_S) = \nu_i(x_S, S)$, где

(65) $\nu_i(x_S, S) = \max\limits_{x_{-S} \in A_{-S}} \{L_i(x_{-i}) - f_i(x_S, x_{-S})\},\ i \in I,\ S \subseteq I.$

Очевидно, что при фиксированном векторе планов $x \in A'$ всех АЭ функция (65) убывает с расширением коалиции S.

Содержательно, в соответствии с (55) и (65), центр должен гарантированно компенсировать затраты подчиненного ему АЭ в случае выполнения последним плана, независимо от действий других АЭ, входящих в ту же коалицию, или не входящих в нее.

Обозначим затраты центра на стимулирование АЭ из коалиции S

(66) $\nu(x_S, S) = \sum\limits_{i \in S} \nu_i(x_S, S)$.

Вычислим введенные выше величины для линейных ОС:

$$F_0(x) = \sum_{j \in I} b_j x_j,\ L_0(x) = \sum_{j \in I} (Sign(a_{jj}) - x_j) a_{jj} + \sum_{j \in I} b_j x_j,$$

$$\lambda(x) = \sum_{j \in I} (Sign(a_{jj}) - x_j) a_{jj} \geq 0,\ \nu_i(x, S) = a_{ii}(Sign(a_{ii}) - x_i),\ i \in I.$$

В частности, в условиях примера 6 $\nu_i(x, S) = 3 - n - x_i,\ i \in I$.

Особо следует отметить, что в линейных ОС затраты центра на стимулирование i-го АЭ $\nu_i(x, S)$ не зависят от той коалиции, в которую входит данный АЭ. Вообще, данный вывод справедлив для игр с сепарабельными функциями выигрыша игроков [36].

Исследуем свойства зависимости (66), которая характеризует минимальные затраты центра, осуществляющего управление коалицией S (и только ей!), по побуждению элементов этой коалиции к выбору вектора действий $x_S \in A_S$. Будем называть эту зависимость *функционалом затрат на управление*.

Фиксируем две произвольные коалиции $S_1 \subseteq I$ и $S_2 \subseteq I$, такие, что $S_1 \cap S_2 \subseteq I$, и два произвольных вектора $x_{S1} \in A_{S1}$ и $x_{S2} \in A_{S2}$ вектора действий членов этих коалиций. Рассмотрим коалицию $S = S_1 \cup S_2$, полученную в результате объединения двух исходных коалиций, и вектор $x_S = (x_{S1}, x_{S2})$ действий ее членов.

Оценим затраты на управление i-ым АЭ, входящим, например, в коалицию S_1:

$$v_i(x_S, S) = \max_{x_{-S} \in A_{-S}} \{L_i(x_{-i}) - f_i(x)\} \le$$

$$\le \max_{x_{-S1} \in A_{-S1}} \{L_i(x_{-i}) - f_i(x)\} = v_i(x_{S1}, S_1),\ i \in S_1.$$

Из данной системы неравенств и (66) следует, что

$$v(x_S, S) \le v(x_{S1}, S_1) + v(x_{S2}, S_2).$$

Функционал затрат на управление будем называть *субаддитивным*, если он удовлетворяет следующему условию: при объединении двух произвольных коалиций в одну и побуждении АЭ к выбору тех же действий, что и ранее, затраты на управление не выше чем сумма затрат на управление двумя коалициями по отдельности. Таким образом, мы доказали следующий результат.

Утверждение 14. Функционал затрат на управление субаддитивен.

Качественно этот факт объясняется тем, что для меньшей коалиции неопределенность относительно поведения АЭ, не вошедших в ее состав, выше, следовательно центру приходится гарантировать компенсацию больших затрат.

Утверждение 14 позволяет сформулировать задачу структурного синтеза в терминах затрат на управление. Если не наложить ограничений на значения затраты на управления, то в соответствии с утверждением 13 максимальной эффективностью будет обладать двухуровневая веерная структура. Действительно, максимум эффективности будет определяться как

$$K^* = \max_{y \in A'} \{f_0(y) - v(y, I)\}.$$

В силу субаддитивности функционала затрат на управление введение дополнительных центров, и даже разделение между ними ресурса $v(y, I)$, приведет к снижению эффективности. Необходимость введения нескольких внешних центров возникает, если ни один из них не имеет возможности в рамках существующих ограничений управлять сразу всем множеством агентов. Детализируем задачу синтеза оптимальной двухуровневой структуры (переход от двухуровневой к трехуровневой структуре и т.д. осуществляется аналогично) с учетом ограничений на возможности центров по управлению.

Пусть для произвольной коалиции $S \subseteq I$ и для произвольного вектора $x_S \in A_S$ действий ее членов задан функционал (66) затрат на управление. Пусть также имеются k центров, для каждого из которых известны ограничения c_i, $i \in K = \{1, 2, ..., k\}$ максимальных затрат на управление, которые он может нести[13]. Обозначим $r \in 2^I$ – произвольное разбиение множества агентов на коалиции. Тогда задача структурного синтеза будет заключаться в нахождении такого вектора $x^* \in A'$ действий всех АЭ, такого разбиения r множества агентов I, $|r| \le k$, и такого назначения центров, для которых функция $f_0(x^*)$ принимала бы максимальное значение и затраты каждого центра на управление подчиненными ему АЭ не превышали бы имеющегося у него ресурса, то есть $v(x_S^*, S) \le c_S$, $S \in r$.

Отметим, что сформулированная задача достаточно просто решается для линейных ОС (сводится к транспортной задаче), так как для них выше было показано, что затраты на управление каждым АЭ не зависят от той коалиции, в которую он включен. В общем случае задача структурного синтеза принадлежит к классу сложных задач системной оптимизации и не может быть непосредственно сведена ни к одной из известных задач математического программирования или исследования операций. Поэтому рассмотрим эвристический метод ее решения.

Обозначим $x^* = \arg \max\limits_{y \in A'} f_0(y)$, то есть фиксируем вектор действий, доставляющий максимум критерию ЛПР, и рассмотрим возможности по его реализации при заданных ограничениях.

Обозначим $v(S) = v(Proj_S\, x^*, S)$, $S \subseteq I$. Получили субаддитивную функцию множеств, характеризующую минимальные затраты на гарантированную реализацию соответствующей коалицией оптимального с точки зрения ЛПР вектора действий. В этом случае под задачей структурного синтеза можно понимать задачу,

---

[13] *Содержательно величина c_i является индивидуальной характеристикой i-го центра, отражающей его максимальные возможности по управлению АЭ (квалификационные, информационные, ресурсные и др. ограничения, сформулированные в величинах, имеющих ту же размерность, что и затраты на управление).*

заключающуюся в проверке существования, во-первых, разбиения множества I не более чем на k непересекающихся[14] подмножеств и, во-вторых, назначения центров, удовлетворяющего ресурсным ограничениям $v(x_S^*, S)$ £ c_S, S Î r. В случае если таких разбиений и/или назначений несколько, можно выбирать, например, то из них, которое максимизирует суммарный остающийся в распоряжении центров ресурс $D(r) = \sum_{S \in r} (c_S - v(S))$.

В заключение настоящего раздела рассмотрим частный случай однородных ОС (то есть ОС, в которых все АЭ одинаковы). Обозначим $v_i(x^*, S) = g(s)$, где $g(s)$ – убывающая функция числа $s = |S|$ членов коалиции S Í I, i Î I. Очевидно, для однородных ОС выполнено $v(S) = s\, g(s)$, S Í I.

Обозначим $w(s) = v(S)$, S Í I. Тогда задачу структурного синтеза можно формулировать как нахождение: числа m £ k коалиций, их размеров $\{s_i\}$, и назначения[15] q_{ij} Î $\{0; 1\}$, $i = \overline{1,m}$, $j = \overline{1,k}$ внешних центров по коалициям, таких, что:

(67) $\sum_{i,j} w(s_i) q_{ij}$ ® min

(68) $\sum_i q_{ij}$ £ 1, $j = \overline{1,k}$,

(69) $\sum_j q_{ij} = 1$, $i = \overline{1,m}$,

(70) $w(s_i)\, x_{ij}$ £ c_j, $i = \overline{1,m}$, $j = \overline{1,k}$,

(71) $\sum_{i=1}^{m} s_i = n$.

---

[14] *Отметим, что до сих пор мы рассматривали задачу разбиения множества агентов на непересекающиеся подмножества, то есть каждый АЭ может (и должен) быть подчинен одному и только одному центру. Если вектор действий всех АЭ фиксирован, то можно искать разбиения множества I и на пересекающиеся подмножества, удовлетворяющие ресурсным ограничениям центров.*

[15] *Положим, что* $x_{ij} = 1$, *если* i*-я коалиция подчинена* j*-му центру, и* $q_{ij} = 0$ *в противном случае.*

Содержательно задача структурного синтеза заключается в распределении АЭ по коалициям (для однородных ОС это эквивалентно определению числа и размеров коалиций), число которых не должно превосходить число внешних центров, и определении кого из центров поставить во главе той или иной коалиции с тем чтобы: затраты на управление были минимальны (см. (67)), каждый центр был поставлен во главе не более одной коалиции (условие (68)), во главе каждой коалиции был поставлен один и только один центр (условие (69)), ресурсы каждого центра были не меньше, чем затраты на управление подчиненной ему коалиции (условие (70)), и каждый АЭ вошел в точности в одну коалицию (условие (71)).

В общем случае (67)-(71) принадлежит классу сложных комбинаторных задач. Для ее решения в случае большого числа АЭ и больших ресурсов центров (оценка: $w(1) << \min\limits_{j=1,k} \{c_j\}$) может быть предложен следующий эвристический (не дающий в общем случае оптимального решения!) алгоритм: упорядочить центры по убыванию ресурсов и последовательно (до тех пор, пока не "исчерпается" ресурс очередного центра – после этого переходить к следующему центру в заданном их упорядочении) назначать АЭ центрам, пока не будут распределены все АЭ, или пока не будет использован весь имеющийся у центров ресурс. Другими словами, в первую очередь следует задействовать (и задействовать максимально) центры, обладающие максимальным ресурсом управления.

11. МОДЕЛИ ОГРАНИЧЕННОЙ РАЦИОНАЛЬНОСТИ

Рациональное поведение экономических агентов традиционно моделируется их стремлением к увеличению значения некоторой функции (функции полезности, выигрыша, целевой функции и т.д.) [60, 91, 101, 104], определенной на множестве альтернатив, которые может выбирать агент, и обстановок (внешних условий его деятельности) [36]. При этом вводятся две гипотезы – гипотеза детерминизма, заключающаяся в том, что агент стремится устранить с учетом всей имеющейся у него информации существующую неопределенность (относительно состояния природы или параметров, выбираемых другими агентами), и гипотеза рационального поведения, заключающаяся в том, что агент (с учетом всей имеющейся у него информации) выбирает действия, которые приводят к наиболее предпочтительным результатам деятельности [36, 77].

Рассмотрим одного агента (в одноэлементных моделях индекс, обозначающий номер агента, будет опускаться), интересы которого отражены его целевой функцией $f(y)$, определенной на множестве возможных действий: $y \in A$, $f: A \to \Re^1$. Тогда множеством рационального выбора будет множество действий, доставляющих максимум целевой функции:

(72) $P^0(f(\cdot), A) = \mathrm{Arg} \max\limits_{y \in A} f(y)$.

Например, в экономико-математических моделях в качестве функции полезности (целевой функции фирмы) во многих случаях выступает прибыль фирмы.

Принцип (72) принятия решений соответствует так называемой *классической рациональности*. В работах Г. Саймона было предложено рассматривать так называемые модели *ограниченной рациональности* (ОР), то есть отказаться от предположения о стремлении агента к достижению абсолютного максимума, заменив его предположением о стремлении к достижению определенного уровня полезности, быть может, зависящего от величины оптимума [88, 112, 113].

В настоящем разделе описывается ряд моделей ограниченной рациональности и обсуждается влияние предположений о рациональном поведении агентов на решения задач управления ОС и, в частности – на решение задачи структурного синтеза.

Введем следующее предположение о целевой функции и допустимом множестве: пусть $f(\cdot)$ непрерывна и вогнута, а множество A выпукло и компактно. Очевидно, что в рамках этих предположений множество $P^0(f(\cdot), A)$ непусто.

Обозначим $y^* = \arg \max\limits_{y \in A} f(y)$. Для простоты будем считать, что $f(y^*) \geq 0$.

Введем в рассмотрения три типа ограниченной рациональности.

Первый тип ОР. Предположим, что агент стремится к обеспечению некоторого минимального уровня индивидуальной полезности $\overline{U}$, то есть множеством рационального выбора можно считать

(73) $P^1(f(\cdot), A, \overline{U}) = \{y \in A \mid f(y) \geq \overline{U}\}$.

Второй тип ОР. Предположим, что агент готов смириться с потерями фиксированной величины $e \geq 0$ по сравнению с абсолютным максимумом, то есть множеством рационального выбора можно считать

(74) $P^2(f(\cdot), A, e) = \{y \in A \mid f(y) \geq f(y^*) - e\}$.

Отметим, что этот способ учета «нечувствительности» и порогов различения агентов наиболее распространен в теоретико-игровых моделях и при использовании в построении обобщенных решений позволяет регуляризовать критерии оптимальности и добиться устойчивости решения по параметрам модели [25, 65, 71, 110]. Кроме того, данный тип представления рационального поведения согласован с моделями ОС, учитывающими неопределенность [71, 72], в том числе – неопределенность целей агента.

Третий тип ОР. Предположим, что агент готов смириться с потерями, составляющими не более, чем фиксированную часть $d \in (0; 1]$ от максимального выигрыша, то есть множеством рационального выбора можно считать

(75) $P^3(f(\cdot), A, d) = \{y \in A \mid f(y) \geq (1 - d)\, f(y^*)\}$.

Неравенство в (75) можно записать в эквивалентном виде:

$$f(y^*) - f(y) \leq d\, f(y^*).$$

Введенные три типа ограниченной рациональности охватывают большинство встречающихся на практике задач управления ОС. Исследуем свойства множеств (73)-(75).

Очевидно, что в рамках введенных предположений $\forall\ \overline{U} \geq 0$, $e \geq 0$, $d \in (0; 1]$ имеет место:

- P^1, P^2 и P^3 – выпуклые компактные множества;
- $P^0 \subseteq P^1$, $P^0 \subseteq P^2$, $P^0 \subseteq P^3$;
- $\forall\ \overline{U}' \geq \overline{U}$, $e' \geq e$, $d' \geq d$ выполнено

$$P^1(f(\cdot), A, \overline{U}) \subseteq P^1(f(\cdot), A, \overline{U}'),\ P^2(f(\cdot), A, e) \subseteq P^2(f(\cdot), A, e'),$$
$$P^3(f(\cdot), A, d) \subseteq P^3(f(\cdot), A, d');$$

- $P^1(f(\cdot), A, 0) = P^2(f(\cdot), A, 0) = P^3(f(\cdot), A, 0) = P^0(f(\cdot), A)$;

- для любого допустимого значения любого параметра ($\bar{U} \geq 0$, *e* ³ *0*, *d* Î (*0*; *1*]) существуют значения двух других параметров, при которых множества (73)-(75) совпадают.

Содержательные интерпретации приведенных свойств очевидны и опускаются.

Последнее свойство позволяет говорить об эквивалентности в определенном смысле трех типов ОР, однако, использование в моделях определенного типа ОР должно быть обусловлено спецификой конкретной модели (например, для первого типа, в отличие от второго и третьего, не требуется знания абсолютного максимума и т.д.).

Отметим, что существует целое семейство целевых функций, имеющих одно и то же множество максимумов (72). Так, из теории полезности известно [91, 104], что целевая функция определена с точностью до положительного линейного преобразования, то есть для любого числа a и любого положительного числа b функции $f(\cdot)$ и

$$g(y) = a + b\, f(y)$$

имеют одинаковые множества максимумов:

$$P^0(f(\cdot), A) = P^0(g(\cdot), A).$$

В то же время, не все типы ограниченной рациональности обладают свойством инвариантности множества выбора относительно положительных линейных преобразований. Так, для первого типа ОР множество (73), определенное для функции $f(\cdot)$, не изменится, если в определении этого множества для функции $g(\cdot)$ изменить $\bar{U}$ на $a + b\,\bar{U}$. Для второго типа ОР достаточно изменить *e* на *b e*. Для третьего типа ОР найти подобной замены общего вида не удается.

Рассмотрим как изменится определение равновесия Нэша (2), сформулированное для классической рациональности, в рамках того или иного типа ограниченной рациональности.

Напомним, что равновесие Нэша в предположении классической рациональности определяется следующим образом. Для каждого агента вычисляется его наилучший ответ на ту или иную игровую обстановку: $BR_i(y_{-i}) = \mathrm{Arg}\max\limits_{y_i \in A_i} f_i(y_i, y_{-i})$, y_{-i} Î A_{-i}, i Î I.

Совокупность этих наилучших ответов определяет отображение $BR(y) = (BR_1(y_{-1}), \dots, BR_n(y_{-n}))$, y Î A'. Равновесием Нэша называется точка x Î A', удовлетворяющая уравнению $x = BR(x)$. Следовательно, $E_0^N(r_1)$ = {x Î A' | $x = BR(x)$}.

Определим для заданного уровня индивидуальной полезности $\overline{U}_i$ множества $B_i(\overline{U}_i)$ = {y Î A' | $f_i(y)$ ³ $\overline{U}_i$}, $BR_i(y_{-i}, \overline{U}_i)$ = {y_i Î A_i | $f_i(y_i, y_{-i})$ ³ $\overline{U}_i$}, i Î I, $BR(y, \overline{U}) = (BR_1(y_{-1}, \overline{U}_1), \dots, BR_n(y_{-n}, \overline{U}_n))$, где $\overline{U} = (\overline{U}_i)_{i \,Î\, I}$. Равновесием Нэша в рамках ОР1 можно считать $x = BR(x, \overline{U})$, то есть

(76) $_1E_0^N(r_1, \overline{U}) = \mathop{\mathbf{I}}\limits_{i \in I} B_i(\overline{U}_i)$ = { x Î A' | " i Î I $f_i(x)$ ³ $\overline{U}_i$ },

то есть множество векторов действий агентов, каждый из которых гарантирует каждому из агентов соответствующий уровень полезности.

В рамках второго типа ограниченной рациональности определение равновесия Нэша (2) переходит в определение e-равновесия Нэша [107]:

(77) $_2E_0^N(r_1, e)$ = {y Î A' | " i Î I, " y_i Î A_i

$f_i(y_i^N, y_{-i}^N)$ ³ $f_i(y_i, y_{-i}^N) - e_i$},

где $e = (e_1, e_2, \dots, e_n)$.

Аналогично определяется равновесие Нэша и в рамках третьего типа ОР:

(78) $_3E_0^N(r_1, d)$ = {y Î A' | " i Î I, " y_i Î A_i

$f_i(y_i^N, y_{-i}^N)$ ³ $(1 - d_i)\, f_i(y_i, y_{-i}^N)$},

где $d = (d_1, d_2, \dots, d_n)$.

Очевидно, что множества (77) и (78) содержат в себе «классическое» множество равновесий Нэша (2).

Определим оптимальные стратегии центра в игре типа $Г_2$ с побочными платежами, предполагая, что поведение АЭ описывается в рамках того или иного типа ОР.

Рассмотрим задачу синтеза оптимальной веерной структуры. Если центр, которым назначен i-ый агент, имеет целевую функцию (33), и использует управления (34), (35) по отношению к АЭ, имеющим целевые функции (32), то по аналогии с тем, как это делалось выше, можно доказать справедливость следующего утверждения.

<u>Утверждение 15.</u> В структуре r_{2i} с побочными платежами игрой Γ_2 реализуемы состояния ОС, являющиеся решением следующей задачи:

а) в рамках ОР1:

$$(79)\quad \sum_{i\in I} f_i(x) \geq \sum_{i\in I} \overline{U}_i \,;$$

б) в рамках ОР2:

$$(80)\quad \sum_{i\in I} (f_i(x)+e_i) - \sum_{j\neq i} L_j(x_{-i-j}) \geq$$

$$\geq \max_{y\in A'} \{ \sum_{i\in I} f_i(y) - \sum_{j\neq i} L_j(y_{-i-j}) \};$$

в) в рамках ОР3:

$$(81)\quad \sum_{i\in I} f_i(x) - \sum_{j\neq i} (1-d_j) L_j(x_{-i-j}) \geq$$

$$\geq (1-d_i) \max_{y\in A'} \{ \sum_{i\in I} f_i(y) - \sum_{j\neq i} (1-d_j) L_j(y_{-i-j}) \}.$$

Утверждение 15 включает утверждение 7 как частный случай (при $e = d = 0$) и доказывается аналогично.

Отметим, что множество (79) имеет очень простую структуру и, более того, можно сделать вывод, что реализуемое состояние ОС в рамках ОР1 не зависит от того, кого из агентов назначить центром.

<u>Следствие.</u> Если поведение агентов описывается первым типом ОР, то:

- реализуемыми в веерной структуре являются элементы следующего множества

$$(82)\quad \forall\, i \in I \;\; {}_1E_2^N(r_{2i}, \overline{U}) = \{x \in A' \mid \sum_{i\in I} f_i(x) \geq \sum_{i\in I} \overline{U}_i \};$$

- имеет место ${}_1E_0^N(r_1, \overline{U}) \subseteq {}_1E_2^N(r_{2i}, \overline{U})$, то есть множество состояний, реализуемых в веерной структуре, шире множества равновесий в одноуровневой структуре;

- увеличение числа центров или уровней иерархии не изменяет множества реализуемых состояний.

Таким образом, в ряде случаев введение гипотез (обоснованность которых, естественно, следует проверять в каждом конкретном случае) об ограниченной рациональности агентов позволяет существенно упростить решение задачи структурного синтеза. Например, в системах, поведение агентов которых описывается ОР1, достаточно ограничиться классом веерных структур, причем назначение центра может быть осуществлено произвольно.

12. МЕХАНИЗМЫ УПРАВЛЕНИЯ В СЕТЕВЫХ СТРУКТУРАХ

В предыдущих разделах задача структурного синтеза исследовалась в рамках модели, в которой предпочтения агентов описывались "абстрактными" целевыми функциями, а структуре соответствовало разделение агентов на множества, упорядоченные в соответствии с последовательностью выбора стратегий.

В то же время, в теории активных систем и близких к ней направлениях теории управления социально-экономическими системами разработано множество механизмов управления, ориентированных на те или иные прикладные задачи и ситуации и характеризуемых частным видом целевых функций, специфичными информированностью и порядком функционирования. Поэтому значительный интерес представляет рассмотрение *механизмов управления в сетевых структурах*, под которыми будем понимать задачи синтеза структур совместно с механизмами управления из определенного класса.

Отметим, что имеющийся на сегодняшний день опыт анализа специфики того или иного механизма управления в различных организационных структурах ограничивается задачами идеального агрегирования [3, 4, 7, 8, 73] и произвольной децентрализации [70, 73] механизмов управления фиксированным набором АЭ при условии, что объединение АЭ в группы и управление этими группами производится внешними центрами (назначаемыми "со стороны" (см. выше), то есть не из числа агентов). В то же время, в задачах структурного синтеза (по крайней мере, в том их виде, в котором они рассматривались выше) назначение управляющих органов предполагается производить из числа агентов. Формулировка и методы решения при этом могут быть использованы аналогичные реализованным выше для задач структурного синтеза.

Рассмотрим пример, иллюстрирующий приведенные выше общие рассуждения о механизмах управления в сетевых структурах.

Пример 7 (Модель внутренних цен). Пусть имеются n агентов со следующими целевыми функциями: $f_i(\lambda, y_i, r_i) = \lambda\, y_i - c_i(y_i, r_i)$, $i \in I$, где λ – внутрифирменная цена единицы продукции, выпускаемой агентами, y_i – объем производства (выпуска) i-го агента, r_i – эффективность его деятельности, то есть параметр его функции затрат $c_i(y_i, r_i)$, $i \in I$.

Содержательно, объединение агентов должно обеспечить суммарный объем выпуска R, который может интерпретироваться как внешний заказ. Пусть агенты имеют затраты типа Кобба-Дугласа: $c_i(y_i, r_i) = r_i\, \varphi(y_i/r_i)$, где $\varphi(\cdot)$ – монотонная выпуклая функция. В случае, если назначается внешний центр, то минимизации суммарных затрат агентов соответствует назначение цены, равной R / H, где $H = \sum_{i \in I} r_i$ (см. описание механизмов внутренних цен в [68, 73]). Будем считать, что $H \neq R$ – в противном случае управления не требуется.

Выберем для простоты $\varphi(t) = t^2/2$ и рассмотрим задачу синтеза оптимальной веерной структуры, в которой агент, назначенный центром, обязан обеспечить реализацию заказа и выбирает оптимальную (с его точки зрения) цену (так называемую внутрифирменную цену), являющуюся единой для него и для его подчиненных. Содержательно, центр в этом случае выступает в роли посредника, а выигрыш каждого участника системы (агентов и центра) определяется разностью между внутрифирменной стоимостью произведенной им продукции и его затратами. Обозначим $f_{ik}(\cdot)$ – целевую функцию i-го агента при назначении центром k-го агента, $Y_{-k} = \sum_{i \neq k} y_i$, $H_{-k} = \sum_{i \neq k} r_i$.

Целевая функция центра: $f_k(y_k, r_k) = \lambda_k\, y_k - c_k(y_k, r_k)$, целевые функции агентов: $f_{ik}(y_i) = \lambda_k\, y_i - c_i(y_i, r_i)$, $i \in I \setminus \{k\}$.

Фиксируем цену l_k. Тогда действие, выбираемое i-ым агентом (i ¹ k) равно: $y_{ik} = l_k r_i$. Следовательно, центр вынужден выбрать действие $y_k = R - l_k H_{-k}$.

Оптимальная с точки зрения центра (то есть максимизирующая его целевую функцию) цена равна: $l_k = \dfrac{RH}{(H + r_k)H_{-k}}$.

Будем рассматривать в качестве критерия эффективности суммарное значение целевых функций всех n агентов системы. Тогда решением задачи синтеза оптимальной веерной структуры будет назначение центром агента, имеющего максимальную эффективность (содержательные интерпретации очевидны). Если в рассматриваемом примере имеется 10 агентов, значения эффективностей которых равны: $r_1 = 1, r_2 = 2, ..., r_{10} = 10$, то оптимальные действия и суммарная полезность участников системы примут значения, приведенные в таблице 3 (строки соответствуют номерам агентов, назначенных центрами).

Действия	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Суммарная полезность	Стоимость заказа	"Прибыль"
1	1,43	2,91	4,37	5,82	7,28	8,73	10,19	11,64	13,10	14,55	**58,22**	**116,40**	**58,18**
2	1,46	2,81	4,37	5,83	7,28	8,74	10,20	11,65	13,11	14,56	**58,33**	**116,52**	**58,18**
3	1,46	2,92	4,14	5,84	7,29	8,75	10,21	11,67	13,13	14,59	**58,52**	**116,71**	**58,19**
4	1,46	2,92	4,39	5,42	7,31	8,77	10,24	11,70	13,16	14,62	**58,78**	**116,98**	**58,20**
5	1,47	2,93	4,40	5,87	6,67	8,80	10,27	11,73	13,20	14,67	**59,11**	**117,33**	**58,22**
6	1,47	2,94	4,42	5,89	7,36	7,87	10,30	11,78	13,25	14,72	**59,51**	**117,77**	**58,25**
7	1,48	2,96	4,44	5,91	7,39	8,87	9,03	11,83	13,31	14,78	**59,99**	**118,28**	**58,29**
8	1,49	2,97	4,46	5,94	7,43	8,92	10,40	10,16	13,37	14,86	**60,54**	**118,88**	**58,34**
9	1,49	2,99	4,48	5,98	7,47	8,97	10,46	11,96	11,25	14,95	**61,16**	**119,57**	**58,41**
10	1,50	3,01	4,51	6,02	7,52	9,03	10,53	12,03	13,54	12,31	**61,85**	**120,34**	**58,49**

Табл. 3.

В таблице 3 также приведены стоимость заказа (произведение $l_k R$) и "прибыль", вычисляемая как разность между стоимостью заказа и суммарной полезностью участников системы. Кроме того, оптимальным с точки зрения заказчика является участие в выполнении заказа всех агентов, так как исключение любого из них не уменьшает стоимости заказа.

Таким образом, в рассматриваемом примере с точки зрения полезностей участников системы следует назначать центром десятого агента, что обеспечит суммарную полезность 61,85. Если же назначить внешний центр, то сумма полезностей агентов окажется меньше и составит 58,18. С точки зрения заказчика центром следует назначать первого агента, так как это обеспечит минимальные затраты на размещение заказа (минимизирует его стоимость). Отметим, что отношение суммарной полезности к стоимости возрастает с ростом номера агента, назначаемого центром, поэтому, если заказчик (или ЛПР) заинтересован в максимальной "рентабельности", то центром следует назначать, опять же, десятого агента (см. также рисунок 4).

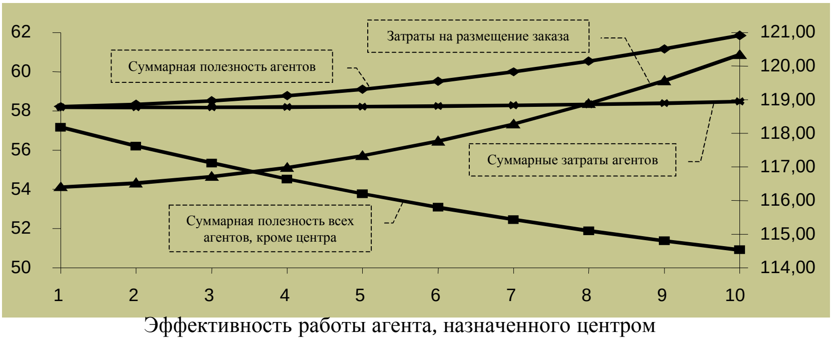

Рис. 4. Зависимость характеристик механизма внутренних цен от назначения центра

Итак, оптимальное назначение центра в рассматриваемой модели неоднозначно и зависит от критерия эффективности, используемого лицом, принимающим решение. Рассмотрим другую модель взаимодействия системы с внешним заказчиком и другой механизм взаимодействия участников системы между собой. Пусть известна рыночная цена (внешним заказчиком является рынок) l_0 единицы продукции. Предположим, что центр получает доход $l_0 R$ от выполнения заказа, несет затраты $c_k(y_k, r_k)$ и оплачивает другим агентам работу по единой ставке l_k, то есть несет затраты на стимулирование $l_k Y_{-k}$. Другими словами, если выше считалось, что центр косвенно оплачивает работу агентов, то теперь рассмотрим ситуацию, когда он сам оплачивает затраты на стимулирование.

Таким образом, целевая функция центра: $f_k(y_k, r_k) = l_0\, R - l_k\, H_{-k} - c_k(y_k, r_k)$, целевые функции агентов: $f_{ik}(y_i) = l_k\, y_i - c_i(y_i, r_i)$, i Î $I\backslash\{k\}$. Отметим, что действие y_{ik}, выбираемое i-ым агентом (i ¹ k), по прежнему, равно $l_k\, r_i$, а действие центра $y_k = R - l_k\, H_{-k}$. Изменится оптимальная для центра цена, которая станет равной $l_k = \min\{m_k, R\,/\,H_{-k}\}$ (взятие минимума обусловлено требованием неотрицательности действия центра), где $m_k = \dfrac{R}{R + r_k}$.

В рассматриваемом примере оптимальные действия и суммарная полезность, а также полезность центра, примут значения, приведенные в таблице 4 (отрицательные значения полезности центра обусловлены тем, что при расчетах в прибыль не включался доход от реализации продукции на рынке, то есть под "прибылью" подразумевалась величина $\{- l_k\, H_{-k} - c_k(y_k, r_k)\}$).

Действия	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Суммарная полезность	Полезность центра
1	26,67	1,98	2,96	3,95	4,94	5,93	6,91	7,90	8,89	9,88	**-381,89**	**-408,23**
2	0,98	28,29	2,93	3,90	4,88	5,85	6,83	7,80	8,78	9,76	**-225,34**	**-250,57**
3	0,96	1,93	29,88	3,86	4,82	5,78	6,75	7,71	8,67	9,64	**-172,95**	**-197,11**
4	0,95	1,90	2,86	31,43	4,76	5,71	6,67	7,62	8,57	9,52	**-146,60**	**-169,73**
5	0,94	1,88	2,82	3,76	32,94	5,65	6,59	7,53	8,47	9,41	**-130,66**	**-152,80**
6	0,93	1,86	2,79	3,72	4,65	34,42	6,51	7,44	8,37	9,30	**-119,92**	**-141,12**
7	0,92	1,84	2,76	3,68	4,60	5,52	35,86	7,36	8,28	9,20	**-112,16**	**-132,45**
8	0,91	1,82	2,73	3,64	4,55	5,45	6,36	37,27	8,18	9,09	**-106,25**	**-125,67**
9	0,90	1,80	2,70	3,60	4,49	5,39	6,29	7,19	38,65	8,99	**-101,58**	**-120,16**
10	0,89	1,78	2,67	3,56	4,44	5,33	6,22	7,11	8,00	40,00	**-97,78**	**-115,56**

Табл. 4.

Интересно отметить, что во втором механизме большую часть заказа выполняет центр, в то время как в первом механизме распределение работ было примерно одинаковым (ср. таблицы 3 и 4).

Из таблицы 4 видно, что минимальная стоимость заказа, соответствующая назначению центром десятого агента (обеспечивающая ему нулевую полезность), равна 115,56, что дает участникам суммарную полезность 115,56 – 97,78 = 17,78, что меньше, чем в случае первого механизма. Цена единицы продукции для заказчика при этом равна 115,96/80 = 1,45, что также меньше, чем в первом механизме, в котором цена равна 120,34/80 = 1,5. Таким образом, с точки зрения стоимости заказа выгоднее второй механизм, с точки зрения суммарной прибыли агентов – первый. Кроме того, в обоих механизмах максимум суммы полезностей АЭ (то есть всех агентов, за исключением центра) достигается при назначении центром первого агента, но во втором механизме эта сумма меньше, чем в первом.

До сих пор мы рассматривали задачу назначения центра не включая условия участия (индивидуальной рациональности) центра, то есть условия, при котором ему выгоднее быть центром, чем агентом.

В первом механизме для всех агентов, кроме десятого, выгодно, чтобы центром был десятый агент (по сравнению с любым другим назначением), для десятого агента выгоднее, чтобы центром был девятый агент (в этом случае значение целевой функции десятого агента будет на 0,3 выше, чем при назначении центром именно его). Таким образом, стоимость заказа в первом механизме равна 0,3 + 120,34 = 120,64.

Во втором механизме, наоборот, для всех агентов, кроме первого, выгодно, чтобы центром был первый агент (по сравнению с любым другим назначением). В том числе, для десятого агента выгоднее, чтобы центром был первый (в этом случае значение целевой функции десятого агента будет равно 4,88). Следовательно, как минимум, именно на эту величину необходимо увеличить стоимость заказа, которая станет равной 115,56 + 4,88 = 120,44.

Таким образом, оба рассмотренных механизма с учетом условий индивидуальной рациональности характеризуются примерно одинаковой стоимостью заказа для внешнего заказчика, но первый механизм обеспечивает участникам системы большую суммарную полезность.

В обоих рассмотренных механизмах возможно снижение затрат на стимулирование за счет отказа от предположения об использовании единой ставки оплаты для всех агентов. В этом случае центр может назначать планы всем агентам и обещать компенсировать им затраты. Тогда оптимальные действия будут равны тем же, что и в случае пропорциональной оплаты, затраты на стимулирование снизятся в два раза [68], а суммарная полезность всех агентов, кроме центра, будет равна нулю. •

Аналогичным примеру 7 образом можно рассматривать задачи синтеза иерархических структур на основе механизмов внутренних цен (в которых, например, метацентры будут устанавливать объемы работ и цены подчиненным им группам центров и агентов), а также обобщать многочисленные и подробно исследованные для систем с фиксированной структурой механизмы управления (см. [8, 12, 14, 36, 68, 75, 76, 77 и др.]) на случай сетевого взаимодействия.

В последнее время широкую распространенность получили модели, исследующие взаимодействие автономных агентов (как правило, реализованных в виде программных модулей), преследующих собственные цели и имеющих определенные представления о поведении других агентов [30, 89, 98, 109]. Для описания этого класса моделей могут быть использованы как результаты теории активных систем по анализу и синтезу организационных механизмов, так и результаты настоящей работы по решению задач структурного синтеза для организационных систем. Рассмотрим соответствующие модели.

Пример 8 (Модель мультиагентной системы). Рассмотрим следующую модель размещения производственного заказа на n предприятиях. Пусть r_{ij} – удельные переменные издержки i-го предприятия по производству j-го вида продукции, c_i^0 – постоянные издержки i-го предприятия, y_{ij} – объем выпуска j-го продукта на i-ом предприятии, x_j – суммарное количество продукции j-го вида, требуемое в заказе, x_{ij} – заказ выпуска j-го продукта i-ому предприятию, l_j – цена, установленная заказчиком (центром) на единицу продукции j-го вида, $i \in I$, $j = \overline{1,m}$.

Содержательные интерпретации модели таковы: представители предприятий – агенты – взаимодействуют между собой и с центром с целью получения заказа на производство. Цель центра – размещение заказа с минимальными затратами $\sum_{j=1}^{m} l_j x_j$, цель каждого из агентов – максимизация прибыли, определяемой как разность между вознаграждением, выплачиваемым центром, и собственными затратами.

Предположим сначала, что центр имеет полную и достоверную информацию о параметрах (c_i^0, $\{r_{ij}\}$) агентов и заинтересован в том, чтобы все агенты работали безубыточно. Последнее условие может иметь место в случае, когда агенты представляют собой, например, подразделения корпорации, холдинга или вертикально интегрированной компании, а выступающее в роли центра руководство холдинга или компании несет ответственность за деятельность всех подразделений.

Условие безубыточности запишем в виде:

$$(83)\quad \sum_{j=1}^{m} (\lambda_j - r_{ij})\, x_{ij} \geq c_i^0,\ i \in I.$$

Задача центра заключается в нахождении цен $\{\lambda_j\}$ и заказов $\{x_{ij}\}$, минимизирующих $\sum_{j=1}^{m} \lambda_j x_j$ при ограничениях (83) и $\sum_{i \in I} x_{ij} = x_j$, $j = \overline{1,m}$, и является стандартной задачей математического программирования. Просуммируем условия безубыточности по всем предприятиям: $\sum_{j=1}^{m} \lambda_j x_j \geq \sum_{i \in I} (\sum_{j=1}^{m} r_{ij} x_{ij} + c_i^0)$. В левой части неравенства стоит целевая функция центра, в правой – суммарные затраты агентов. Поэтому требование обеспечения безубыточности деятельности агентов в определенном смысле эквивалентно стремлению центра к минимизации их суммарных затрат. При этом, во-первых, не для всякого вектора (x_j) заказов найдутся цены (λ_j), обеспечивающие безубыточность деятельности всех агентов, а, во-вторых, рассмотренная модель отражает достаточно узкий круг реальных явлений.

Поясним последнее утверждение. Рассмотренная модель описывает, фактически, задачу внутрифирменного управления (требование учета центром безубыточности агентов) в условиях полной информированности. Последнее означает, что центру известны все существенные параметры агентов, а последние ведут себя пассивно, выбирая действия, совпадающие с назначенными центром планами. В экономической действительности более распространена ситуация, в которой центр является заказчиком (или представителем заказчика) и не интересуется благосостоянием агентов, которые сами предлагают условия, на которых они готовы взяться за выполнение заказа. Рассмотрим соответствующую модель.

Предположим, что постоянные издержки агентов могут быть отнесены к конкретным производимым продуктам, а переменные издержки описываются квадратичной функцией затрат типа Кобба-Дугласа, то есть функции затрат имеют вид:

$$c_{ij}(y_{ij}) = c_{ij}^0 + y_{ij}^2/2r_{ij},\ i \in I,\ j = \overline{1,m}.$$

Тогда в предположении, что агенты самостоятельно выбирают объемы выпуска при заданных внешних (устанавливаемых центром) ценах, можно вычислить лимитные цены (минимальные цены, обеспечивающие безубыточность производства) каждого агента по каждому виду продукции: $L_{ij} = \sqrt{2c_{ij}^0 / r_{ij}}$ и соответствующие точки безубыточности $Y_{ij} = \sqrt{2c_{ij}^0 r_{ij}}$, $i \in I$, $j = \overline{1,m}$.

Следовательно, при цене l_j i-ый агент будет производить продукцию в объеме $y_{ij} = r_{ij}\, l_j$ только если $l_j \geq L_{ij}$. Задача центра при этом может быть записана в виде:

$$\begin{cases} \sum\limits_{j=1}^{m} l_j x_j \to \min\limits_{\{l_j \geq 0\}} \\ x_j \leq l_j \sum\limits_{i \in I} r_{ij} I(l_j \geq L_{ij}) \end{cases},$$

где $I(\cdot)$ – функция-индикатор неотрицательности своего аргумента. Приведенная задача центра может быть декомпозирована на m независимых задач определения цен по каждому виду продукции (для фиксированного продукта индекс, обозначающий номер этого продукта, будет опускаться):

$$\begin{cases} l \to \min \\ l \sum\limits_{i \in I} r_i I(l \geq \sqrt{2c_i^0 / r_i}) \geq x \end{cases}.$$

При известных параметрах агентов решение данной задачи элементарно: центру следует упорядочить агентов в порядке возрастания лимитных цен и распределять задания между ним до тех пор, пока не будет распределен весь заказ.

Итак, пусть $L_1 \le L_2 \le \ldots \le L_n$ – упорядочение агентов. Определим $k \in I$: $\sum_{i=1}^{k-1} r_i < x / L_{k-1}$, $\sum_{i=1}^{k} r_i \ge x / L_k$. Тогда в оптимальном (то есть минимизирующем цену) решении $l = L_k$, а объем выпуска равен $L_k \sum_{i=1}^{k} r_i$. Таким образом, мы получили квази-аукционное решение – заказ получат агенты, имеющие минимальные лимитные цены. Однако, для того, чтобы найти это аукционное решение центр должен знать истинные значения лимитных цен, что имеет место не во всех возникающих на практике случаях, поэтому рассмотрим, что произойдет, если лимитные цены неизвестны центру и он вычисляет их на основании сообщаемой агентами информации.

Предположим, что центру неизвестны эффективности $\{r_i\}$ деятельности агентов. Обозначим s_i – сообщения агентов об эффективности собственной деятельности. На основании сообщений центр может вычислить $L_i(s_i) = \sqrt{2c_i^0 / s_i}$, $Y_i(s_i) = \sqrt{2c_i^0 s_i}$ – соответственно лимитную цену и точку безубыточности каждого агента.

Таким образом, возникает игра агентов, в которой их выигрыши зависят от сообщаемой информации. Отметим, что так как вычисляемая центром лимитная цена каждого агента зависит только от его собственных сообщений, то можно условно считать, что он сообщает непосредственно оценку лимитной цены, а игра возникает при подстановке этих оценок в принцип принятия центром решений о назначаемой цене.

Легко видеть, что равновесием Нэша игры агентов является сообщение ими достоверной информации. Этот факт обусловлен тем, что центр использует одинаковую для всех агентов цену. Если бы внешние цены для разных агентов были различны, то мы получили бы классическое аукционное решение игры с сообщением информации, в котором первые k агентов сообщили бы одинаковые оценки, а именно – лимитную цену L_k.

При использовании описанного механизма центр "переплачивает" агентам (сверх минимально необходимой) следующую величину: $\sum_{i=1}^{k-1}(L_k - L_i)r_i$. При этом, очевидно, центр не может размещать заказ произвольного размера – существуют n значений заказов, которые могут быть выполнены агентами по лимитным ценам (назначение внешней цены в промежутке между лимитными ценами агентов не изменит их суммарный объем выпуска, а только увеличит расходы центра): $d_1 = L_1\, r_1$, $d_2 = (r_1 + r_2)\, L_2$, ..., $d_n = L_n \sum_{i \in I} r_i$. Соответствующие затраты C_d центра на размещение заказа равны $L_i\, d_i$.

Рассмотрим пример системы, состоящей из 8 агентов, параметры которых указаны в таблице 5.

Номер агента	1	2	3	4	5	6	7	8
Co	6	4	7	12	8	9	5	10
r	7	4	6	8	5	3	1	2
L	1,31	1,41	1,53	1,73	1,79	2,45	3,16	3,16
d	9,17	15,56	25,97	43,30	53,67	80,83	107,52	113,84
Cd	12,00	22,00	39,67	75,00	96,00	198,00	340,00	360,00
d/Cd	0,76	0,71	0,65	0,58	0,56	0,41	0,32	0,32

Табл. 5. Параметры агентов в примере 8

Восемь точек в координатах "объем заказа – затраты центра" приведены на рисунке 5.

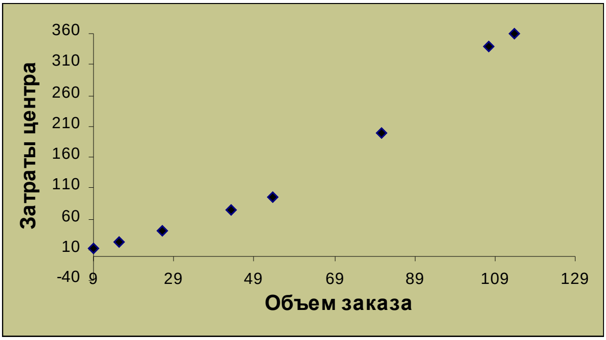

Рис. 5. Варианты размещения заказа

На основании полученных данных может быть вычислена рентабельность того или иного варианта заказа (как отношение объема к затратам центра). Видно, что рентабельность d/C_d уменьшается с ростом объема заказа. •

Рассмотренные в примере процедуры взаимодействия агентов и вычисления равновесия их игры, могут быть реализованы программно и использоваться при построении мультиагентной системы, имитирующей автономное взаимодействие программных модулей, отражающих интересы агентов.

13. ЗАДАЧА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО СИНТЕЗА СТРУКТУРЫ СИСТЕМЫ

Как отмечалось выше, в рамках рассматриваемых теоретико-игровых моделей структурного синтеза ключевую роль играют равновесия игры агентов, реализуемые в рамках тех или иных иерархических игр, порождаемых фиксацией последовательности принятия решений. Высокая вычислительная сложность подобных задач обусловлена многообразием различных структур, которые могут быть построены из одного и того же множества агентов. Задача упрощается, если ввести в рассмотрение *модель последовательного синтеза структуры*, в которой рассматриваются не все возможные структуры одновременно, а последовательно выделяются рациональные с точки зрения всех агентов отношения подчиненности.

Основная идея заключается в следующем. Сначала рассматривается множество агентов и их действий, таких, что наделение этих агентов правом первого хода ("помещение" их на верхнем уровне иерархии) выгодно для всех агентов. Затем для агентов, "попавших" на второй уровень иерархии, решается та же задача и т.д. Многообразие возможных вариантов при такой последовательной процедуре порождается, во-первых, тем, что могут существовать несколько множеств агентов, выделяемых на каждом шаге, а, во-вторых, неоднозначностью понятия "выгодно для всех агентов". Приведем формальные определения.

Вычислим гарантированные выигрыши агентов в игре Γ_0:

(84) $v_{0i} = \min\limits_{y \in E_0^N(r_1)} f_i(y),\ i \in I.$

Рассмотрим задачу последовательного синтеза в рамках игры Γ_1. Обозначим $S_1 \subseteq I$ – некоторое множество агентов, которым предоставлено право первого хода. Если они выбрали вектор действий $x_{S1} \in A_{S1}$, то равновесием Нэша игры остальных агентов (то есть агентов из множества $L_1 = I \setminus S_1$) будет следующее множество стратегий:

(85) $NE_1(L_1, x_{S1}) = \{x_{L1} \in A_{L1} \mid \forall j \in L_1\ \forall y_j \in A_j$
$f_j(x_{S1}, x_{L1}) \geq f_j(x_{S1}, x_{L1}|y_j)\}$

В соответствии с (7) вычисляем множество равновесных по Нэшу стратегий агентов из множества S_1:

(86) $NE_1(S_1) = \{x_{S1} \in A_{S1} \mid \forall j \in S_1\ \forall y_j \in A_j$
$f_j(x_{S1}, Y_1(NE_1(L_1, x_{S1}))) \geq f_j(x_{S1}|y_j, Y_1(NE_1(L_1, x_{S1}|y_j)))\}$,

где $Y_1(\cdot)$ – соответствие отбора равновесий, доопределяющее с точки зрения агентов из множества S_1 конкретное равновесие игры агентов из множества L_1.

Агенты из множества S_1 согласятся делать ход первыми, если для каждого из них будет выполнено условие индивидуальной рациональности:

(87) $\min\limits_{x_{S1} \in NE_1(S_1)} f_i(x_{S1}, Y_1(NE_1(L_1, x_{S1})) \geq v_{0i},\ i \in S_1.$

Агенты из множества L_1 согласятся делать ход вторыми, если для каждого из них в свою очередь будет также выполнено условие индивидуальной рациональности:

(88) $v_{1j} = \min\limits_{x_{S1} \in NE_1(S_1)} \min\limits_{x_{L1} \in NE_1(L_1, x_{S1})} f_j(x_{S1}, x_{L1})$ ³ v_{0j}, j Î L_1.

Обозначим $\grave{A}_1$ – множество всех множеств S_1, для которых выполнены условия (87) и (88). Содержательно, $\grave{A}_1$ – множество всех групп центров (двухуровневых структур), которые являются допустимыми с точки зрения всех участников ОС. Процесс определения группы центров можно условно описать следующим образом: рассматриваются все комбинации назначения центров, а затем среди них оставляются только те, которые гарантированно обеспечивают всем агентам (и центрам, и подчиненным) выигрыши, не меньшие, чем при разыгрывании игры Γ_0 в одноуровневой структуре.

Отметим, что при формулировке условий индивидуальной рациональности (87) и (88) предполагалось, что центры (то есть агенты из множества S_1) рассчитывают на то, что их подчиненные (агенты из множества L_1) разыгрывают игру типа Γ_0. В общем случае это предположение не выполнено, и каждый из них может выбирать неравновесные по Нэшу стратегии, или разыгрывать игру типа Γ_1 или Γ_2 (см. ниже). Исчерпывающая характеризация может быть получена, если рассмотреть все возможные структуры, которые могут далее быть образованы агентами из множества L_1. Однако, при этом мы получаем задачу структурного синтеза, описанную в третьем разделе, и не имеем возможности уменьшить вычислительную сложность. Следовательно, последовательный синтез структуры применим, если оправдываются предположения центров о поведении агентов, находящихся на более низких уровнях иерархии.

Таким образом, мы описали процесс порождения двухуровневой структуры из одноуровневой. Применяя предложенный метод для агентов из множества L_1, можно получить трехуровневую структуру и т.д. до тех пор, пока будут выполняться условия индивидуальной рациональности.

Особо следует остановиться на том, что понимать под условиями индивидуальной рациональности при переходе от двухуровневой структуре к трехуровневой, от трехуровневой – к четырехуровневой и т.д. Будем считать, что для агентов из множества L_1 должен обеспечиваться гарантированный уровень полезности, равный v_{1j} (см. выражение (88)). При этом может дополнительно проверяться выполнение условий индивидуальной рациональности для агентов из множества S_1, и т.д. для каждого шага, на котором увеличивается число уровней иерархии.

Выше приведено описание алгоритма последовательного синтеза структуры в рамках игры типа $Г_1$. Аналогичным образом, пользуясь результатами третьего раздела, можно осуществлять последовательный синтез в рамках игры типа $Г_2$.

Рассмотренный алгоритм последовательного синтеза структуры основывается на использовании предположения о том, что агенты всех уровней в соответствующие моменты времени будут выбирать равновесные по Нэшу стратегии. Отступлением от подобной игровой модели может служить следующая (более общая) модель, в которой агенты, расположенные на каждом уровне иерархии, берут обязательства выбирать действия из определенных множеств и предлагают агентам, принадлежащим более низким уровням иерархии, тоже взять обязательства выбирать действия из определенных множеств. Будем называть эту модель *моделью последовательного синтеза с обязательствами*.

Пусть агенты из множества S_1 взяли на себя обязательство выбрать действия из множества $X_{S1} \subseteq A_{S1}$, и предложили агентам из множества L_1 взять обязательство выбрать действия из множества $X_{L1} \subseteq A_{L1}$. Примем, что агенты будут принимать на себя обязательства и следовать им в том случае, если эти обязательства удовлетворяют условиям индивидуальной рациональности, то есть не снижают их выигрыша по сравнению с выигрышем, который они могли бы гарантированно получить, разыгрывая соответствующую игру типа $Г_0$. Условия индивидуальной рациональности, отражающие возможность и целесообразность принятия этих обязательств[16], можно записать в следующем виде:

---

[16] *Отметим, что условия индивидуальной рациональности не гарантируют устойчивости реализуемого состояния ОС относительно индивидуальных отклонений агентов, как это имеет место при использовании концепции равновесия Нэша.*

(89) $q_{1i} = \min\limits_{x_{S1} \in X_{S1}} \min\limits_{x_{L1} \in X_{L1}} f_i(x_{S1}, x_{L1}) \geq v_{0i}, i \in I.$

В результате получим двухуровневую структуру. Среди агентов из множества L_1 можно, в свою очередь, выделить подмножество S_2 агентов, которые возьмут обязательство выбрать стратегии из множества $X_{S2} \subseteq Proj_{S2}X_{L1}$ и предложат агентам из множества $L_2 = L_1 \setminus S_2$ взять обязательства по выбору действий из множества $X_{L2} \subseteq Proj_{L2}X_{L1}$. Новые условия индивидуальной рациональности для агентов можно записать в следующем виде:

(90) $\min\limits_{x_{S1} \in X_{S1}} \min\limits_{x_{S2} \in X_{S2}} \min\limits_{x_{L2} \in X_{L2}} f_i(x_{S1}, x_{S2}, x_{L2}) \geq q_{1i}, i \in I.$

В результате получим трехуровневую структуру, в которой аналогичным образом могут поступить агенты из множества L_2 и т.д. до тех пор, пока на нижнем уровне не останется один агент, или пока решение системы неравенств, аналогичной (90), не окажется пустым.

Обозначим $A^* = \{y \in A' \mid \forall i \in I \;\; f_i(y) \geq v_{0i}\}$ – множество векторов действий агентов, обеспечивающих каждому из них выигрыш не меньший, чем при разыгрывании игры Γ_0.

Утверждение 16. В модели последовательного синтеза с обязательствами реализуемо любое состояние ОС из множества A^*.

Доказательство. Покажем сначала, что из (89) следует (90). Их отличие заключается в том, что $\min\limits_{x_{L1} \in X_{L1}}$ заменяется на $\min\limits_{x_{S2} \in X_{S2}} \min\limits_{x_{L2} \in X_{L2}}$. Так как в силу определений множеств X_{S2} и X_{L2} для них имеет место $X_{S2} \times X_{L2} \subseteq X_{L1}$, то

$$\min\limits_{x_{S1} \in X_{S1}} \min\limits_{x_{S2} \in X_{S2}} \min\limits_{x_{L2} \in X_{L2}} f_i(x_{S1}, x_{S2}, x_{L2}) \geq \min\limits_{x_{S1} \in X_{S1}} \min\limits_{x_{L1} \in X_{L1}} f_i(x_{S1}, x_{L1}), i \in I,$$

что и требовалось доказать.

Фиксируем произвольную точку $y^* \in A^*$ и произвольного агента (для простоты будем без потери общности выбирать агентов в соответствии с их номерами). Пусть $S_1 = \{1\}$, $X_{S1} = y_1^*$, $X_{L1} = y_{-1}^*$. Условия индивидуальной рациональности выполняются. Далее, пусть $S_2 = \{2\}$, $X_{S2} = y_2^*$, $X_{L2} = y_{-1-2}^*$ и т.д. В результате все агенты выстроятся в цепочку в порядке возрастания их номеров и будут последовательно выбирать соответствующие компоненты вектора y^*. •

Рассмотрим два примера, иллюстрирующих модель последовательного синтеза структуры ОС.

Пример 9. Пусть множеством возможных действий каждого агента является положительная полуось. Агент несет затраты $c_i(y_i) = y_i^2 / 2r_i$ по выбору действия y_i и получает вознаграждение a_i в случае, если сумма действий всех агентов оказывается не меньше плана $x \geq 0$, в противном случае вознаграждение равно нулю, $i \in I$. Вычисляя $y_i^+ = \sqrt{2a_i r_i}$, $i \in I$, запишем множество равновесий Нэша в игре Γ_0:

$$E_0^N(r_1) = \{y \in A' \mid y_i \in [0;\ y_i^+],\ \sum_{i \in I} y_i = x\}.$$

Легко видеть, что $v_{0i} = 0$, $i \in I$. Фиксируем множество агентов $S_1 \subseteq I$ и вычислим $x_{S1} = x - \sum_{i \in L_1} y_i^+$. Определим множество

$$X_{S1} = \{y_{S1} \in A_{S1} \mid y_i \in [0;\ y_i^+],\ \sum_{i \in S_1} y_i = x_{S1}\}$$

Парето-эффективных действий агентов из множества S_1, обеспечивающих им гарантированный выигрыш

$$v_{1i} = \max\ \{0;\ a_i - c_i(x_{S1})\} \geq v_{0i},\ i \in S_1.$$

Видно, что любому агенту выгодно выступать в роли центра, делающего ход первым и вынуждающего остальных агентов согласиться на нулевой выигрыш. При этом трехуровневой структуры реализоваться не может, так как действия агентов, находящихся на втором уровне, определяются однозначно. •

Если в рассмотренном примере все множество $E_0^N(r_1)$ равновесий Нэша было эффективным по Парето и введение структуры позволяло сужать это множество, позволяя агентам, делающим ход первыми, выбирать наиболее выгодные для себя равновесия, то в следующем примере равновесие Нэша неэффективно по Парето и введение структуры позволяет реализовывать эффективные состояния системы.

Пример 10. Пусть $f_i(y) = y_i - y_i^2 / 2(r_i + \sum_{j \neq i} y_j)$, i Î I. Тогда равновесие Нэша состоит из единственной точки с координатами

$$y_i^* = r_i / 2 + \sum_{j \in I} r_j \ / 2\, n, \ i \text{ Î } I.$$

Введение произвольной структуры, в которой центры выбирают и обязывают выбирать подчиненных действия строго большие равновесных по Нэшу дает всем участникам ОС дополнительный выигрыш (но реализуемое состояние не является равновесным по Нэшу). Более того, введение произвольной структуры, в которой в рамках игры типа Γ_1 центры выбирают действия, строго большие своих равновесных по Нэшу действий, а остальные агенты либо разыгрывают равновесие Нэша, либо увеличивают число уровней иерархии путем фиксации частью из них своих действий по тому же принципу, также дает всем участникам ОС дополнительный выигрыш. •

Таким образом, в ряде случаев использование процедур последовательного синтеза структуры ОС позволяет получить удовлетворительное решение с гораздо меньшими вычислительными затратами, чем при решении общей задачи структурного синтеза.

14. СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ И УПРАВЛЕНИЕ ПРОЕКТАМИ[17]

В рассматриваемых выше моделях при решении задач структурного синтеза практически не учитывались ограничения на множество допустимых структур. Поэтому в настоящем разделе рассматриваются задачи структурного синтеза в управлении проектами с ограничениями, накладываемыми сетевым графиком.

Предположим, что задан сетевой график некоторого проекта (сеть, вершинами которой являются операции, а дуги отражают технологические ограничения на последовательность выполнения операций). Поставим в соответствие каждой вершине агента – исполнителя работ по данной операции, и введем нумерацию агентов, которая является правильной с точки зрения сетевого графика (то есть такую нумерацию, при которой в сети не суще-

---

[17] *Настоящий раздел написан совместно с Садовниковым С.В.*

ствует дуг, ведущих от агента с большим номером к агенту с меньшим номером [8]; отметим, что такая нумерация, быть может не единственная, всегда возможна, если в сетевом графике отсутствуют контуры, что мы и будем предполагать в дальнейшем).

Сетевой график задает последовательность выбора действий агентами, то есть порождает некоторую *технологическую структуру*. Отметим, что при этом существенно то, что агенты не могут разыграть игру $Г_0$, в которой все они осуществляют свой выбор одновременно. Поэтому технологической структуре соответствует игра типа $Г_1$, в которой агенты последовательно выбирают свои действия, имея возможность предсказывать (в рамках гипотезы рационального поведения) зависимость выборов агентов с бо́льшими номерами от их собственных выборов. В рамках заданной технологической структуры не исключено рассмотрение задач последовательного синтеза (см. предыдущий раздел), однако взятие обязательств является уже метаигрой.

Таким образом, при заданной технологической структуре (сетевом графике) взаимодействие агентов описывается игрой типа $Г_1$, равновесия которой подробно исследовались для производственных цепочек в [75] (техника анализа равновесий для произвольной сети аналогична). Поэтому исследуем структуры, порождаемые в рассматриваемой модели метаиграми, то есть играми типа $Г_2$.

В силу причинно-следственных связей, отражаемых сетевым графиком (даже в метаигре агент не может делать свое действие зависящим от действий агентов, осуществляющих свой выбор после него), допустимыми являются не все возможные структуры, а только такие, в которых на более высоких уровнях иерархии располагаются агенты с большими номерами (осуществляющие свой выбор позже).

Для каждого агента определим множество V_i^- агентов, операции которых непосредственно предшествуют операции i, и множество W_i^- агентов, операции которых предшествуют операции i, $i = \overline{1,n}$. Далее, для каждого агента определим множество V_i^+ агентов, операции которых непосредственно следуют за операцией i, и множество W_i^+ агентов, операции которых следуют за операцией (в которые существует путь из i-ой вершины), $i = \overline{1, n}$. Отдельные обозначения $V_1 = \{i\ Î\ I \mid V_i^- = \varnothing\}$, $V_m = \{i\ Î\ I \mid V_i^+ = \varnothing\}$, введем для множеств входов и выходов сети соответственно.

Например, если сетевой график представляет собой производственную цепочку, то есть все операции выполняются последовательно (примером «производственной цепочки» может служить критический путь), то $m = n$, $V_1^- = V_n^+ = W_1^- = W_n^+ = Æ$, $V_i^- = \{i - 1\}$, $W_i^- = \{1, 2, \ldots, i - 1\}$, $V_i^+ = \{i + 1\}$, $W_i^+ = \{i + 1, i + 2, \ldots, n\}$, $i = \overline{2, n-1}$.

Множество всех агентов можно разбить на m подмножеств: V_1 и

$$V_k = \{i\ Î\ I \mid V_i^- \subseteq \bigcup_{j=1}^{k-1} V_j\} \setminus \bigcup_{j=1}^{k-1} V_j,\ k = \overline{2, m},$$

таких, что все агенты, принадлежащие подмножеству V_k, могут начинать выполнение своих работ только при завершении выполнения работ всеми агентами из подмножества V_{k-1}, а, значит, и всеми агентами из подмножеств с меньшими номерами (так как $\bigcup_{i \in V_k} W_i^- = \bigcup_{j=1}^{k-1} V_j$).

Содержательно, сетевой график порождает «логическое время» – нестрогое упорядочение множества агентов по возможным последовательностям начал соответствующих операций.

Технологической структуре (совокупности связей между работами-агентами) можно поставить в соответствие организационную структуру r_m^0, в которой $S_i = V_{m-i+1}$, $i = \overline{1, m}$. Также технологической структуре можно поставить в соответствие организационную структуру r_m, в которой $S_i = V_i$, $i = \overline{1, m}$.

В структуре r_m агенты имеют возможность разыграть игру типа $Г_1$, в которой каждый из агентов, принимая решения о выбираемом действии, предсказывает «реакцию» агентов, производящих выбор после него. Как отмечалось выше, разыграть игру $Г_0$ или игру типа $Г_2$ в структуре r_m невозможно, так как агенты выбирают действия не одновременно, а в фиксированной последовательности, в том числе – не имея возможности выбирать в качестве стратегии зависимость собственного действия от действий агентов, производящих выбор позднее[18].

В структуре r_m^0, наоборот, агенты (по причинам, совпадающим с указанными выше) не имеют возможности разыграть игру типа $Г_1$ или игру $Г_0$, зато имеют возможность разыграть игру типа $Г_2$, которая заключается в том, что агенты из множества S_1 выбирают свои стратегии как зависимости от будущих выборов остальных агентов (то есть агентов из множества L_1), далее агенты из множества S_2 при известных стратегиях агентов из множества S_1 выбирают свои стратегии как зависимости от будущих выборов остальных агентов из множества L_2 и т.д., вплоть до агентов из множества S_{m-1}. Далее, агенты из множества S_m при известных стратегиях агентов из множества G_m выбирают свои действия (отметим, что до сих пор речь шла о выборе стратегий, а не действий), которые определяют действия, выбираемые остальными агентами.

Другими словами, последовательности из m моментов времен выбора агентами своих действий (или стратегий) ставятся в соответствие две m-уровневых структуры: в структуре r_m^0 сначала фактический выбор своих действий производят агенты самого нижнего уровня (соответствующие операциям – входам сети), затем агенты из множества V_2 и т.д., вплоть до агентов из множества V_m. В структуре r_m последовательность выбора действий и нумерация агентов соответствуют сетевому графику.

Таким образом, в игре $Г_2(r_m^0)$ стратегией $u_i(\cdot)$ i-го агента, принадлежащего k-му уровню иерархии, является отображение

[18] *Отдельный класс игр составляют ситуации, в которых агенты предварительно договариваются относительно вектора выбираемых действий и устанавливают наказания отклонившимся, а затем производят собственно выбор действий. Подобные игры (с эффектами кооперации) выходят за рамки настоящего исследования.*

u_i: $\prod_{j \in L_k} A_j$ ® A_i множества действий агентов, осуществляющих выбор действий до него (и стратегий – после него) во множество его допустимых действий, i Î S_k, $k = \overline{1, m}$.

Следующее утверждение устанавливает связь между свойствами стратегий агентов в играх $Г_1(r_m)$ и $Г_2(r_m^0)$.

<u>Утверждение 17.</u> Для любой технологической структуры и для любого равновесия x Î $E_1^N(r_m)$ существует набор стратегий

(91) $u_{xi}(y_{Lk})$ =

$$= \begin{cases} x_i, & \text{если } y_j = x_j,\ j \in L_k \\ \arg\min\limits_{y_i \in A_i} \min\limits_{y_{G_q \setminus y_i} \in A_{G_q \setminus y_i}} f_j(x_{Lq}, y_{Gq}, x_{Sq} \mid y_j), & \text{если } \exists!\ j \in S_q : y_j \neq x_j, \\ x_i, & \text{если } \exists\ j, l : j \neq l,\ y_j \neq x_j,\ y_l \neq x_l\ ,\ j, l \in L_k \end{cases}$$

i Î S_k, $k = \overline{1, m}$,

в игре типа $Г_2(r_m^0)$, обеспечивающий всем агентам ту же полезность.

Доказательство. Из (91) следует, что каждый из агентов обязуется выбрать то же действие, что и в соответствующей игре типа $Г_1$ при условии, что все агенты, производящие выбор до него, также выберут требуемые действия (первый случай). Если один из агентов отклоняется (второй случай), то все агенты, производящие выбор после него, осуществляют наказание. И, наконец, в третьем случае, когда отклонились два или более агентов, практически не важны обязательства остальных – для определенности считается, что остальные отклоняться или наказывать в ответ не будут. Так как x Î $E_1^N(r_m)$, то в силу (91), в игре $Г_2(r_m^0)$, во-первых, агентам невыгодно одностороннее отклонение от вектора «планов» x, и, во-вторых, они в “равновесии”, получат ту же полезность, что и в в игре $Г_1(r_m)$. •

Содержательно, утверждение 17 означает, что допущение возможности выдвижения агентами требований к своим «предшественникам» в сетевом графике (а эта ситуация чрезвычайно распространена в управлении проектами – см. [75, 93]) не сужает множества равновесных состояний ОС, и может оказаться более выгодным даже с точки зрения всех агентов.

В заключение настоящего раздела отметим, что стратегии (91), построенные в утверждении 17, в общем случае не являются равновесными (не исключено, что кто-то из агентов может односторонним отклонением – выбором другой стратегии – увеличить свой выигрыш). Изучение множеств равновесных стратегий в многоуровневых играх типа Γ_2 с распределенным контролем выходит за рамки настоящего исследования (ряд результатов для случая двухуровневых ОС с распределенным контролем получен в [32, 43, 76]).

15. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты, полученные в настоящей работе, можно разделить на несколько классов. Основным качественным результатом является осознание соответствия между структурой организационной системы и типом игры, которой описывается взаимодействие участников системы, а также вытекающая из этого соответствия формулировка задачи структурного синтеза как задачи поиска оптимальной (в смысле критерия эффективности, определенного на множестве состояний агентов, являющихся равновесными при данной структуре) структуры, или, что тоже самое – поиска оптимального распределения ролей между агентами.

«Количественные», то есть формальные, результаты относятся к:

- характеризации решений задач структурного синтеза (для класса веерных структур – утверждения 2 и 3, для класса линейных ОС – утверждение 6, для веерных структур с побочными платежами – утверждения 7 и 8, для двухуровневых ОС – утверждение 9, для линейных ОС с побочными платежами – утверждение 12, для ОС с побочными платежами – утверждение 14, для ОС, агенты которых характеризуются ограниченной рациональностью – утверждение 15), для задач последовательного синтеза – утверждение 16, для задач управления проектами – утверждение 17;

- получению условий, при которых равновесное состояние агентов в той или иной степени не зависит от структуры (для игр типа Γ_0 – утверждение 1, для однородных ОС – утверждение 4, для веерных ОС с побочными платежами – следствия из утверждений 7 и 8, для иерархических ОС – следствие из утверждения 10);
- собственно решению задач структурного синтеза (для однородных ОС – утверждение 5, для двухуровневых ОС – утверждение 10, для ОС с побочными платежами и назначением центра не из числа агентов – утверждение 13, для ОС, агенты которых характеризуются ограниченной рациональностью – следствие из утверждения 15).

Перспективным представляется дальнейшее систематическое изучение сетевого взаимодействия, в том числе – получение аналитических решений задач структурного синтеза для максимально широкого набора ОС (в том числе – для случаев, когда агенты могут образовывать коалиции и приходить к совместным соглашениям относительно той структуры, которую им следует реализовать), с целью построения конструктивной теории синтеза эффективных структур управления в сложных корпоративных организационных системах. Кроме того, значительный интерес представляет перенос известных и получение новых результатов исследования механизмов управления в сетевых структурах (см. модели и описание перспективных задач в двенадцатом разделе).

Анализ существующих формальных моделей и методов управления структурами ОС позволяет констатировать, что в этой обширной области сделаны лишь первые шаги. Поэтому хочется надеяться, что предложенная в настоящей работе типология задач управления (см. введение) послужит на некоторое время системой координат для последующих продвижений. В качестве перспективных направлений последних хотелось бы выделить систематическое исследование задач метауправления в динамических игровых и локальных моделях управления структурой ОС, а также установление более тесной связи формальных моделей с практикой управления.

Как отмечалось выше, управление организационной структурой может рассматриваться с одной стороны как процесс целенаправленного воздействия на структуру ОС, а с другой стороны –

как целенаправленное воздействие на закономерности процесса организации (то есть на структуру организации как процесса). Большинство материала настоящей работы посвящено управлению структурой ОС. На сегодняшний день практически отсутствуют формальные модели управления структурой процесса организации (пионерскими работами в этой области являются [19-22, 33, 62]). Поэтому исследование задач управления структурой процесса организации, несомненно, является перспективным направлением дальнейших исследований.

И, естественно, актуальной является интеграция результатов исследования формальных моделей оптимизации структур ОС и структур процессов организации. Так как создание и/или изменение любой ОС и ее структуры есть процесс, имеющий, в свою очередь, собственную структуру, следовательно, эти классы задач взаимосвязаны. С одной стороны, на сегодняшний день как лобовое введение игровых эффектов в локальные модели (что приведет к потере локальности взаимодействия иерархически упорядоченных элементов процесса организации), так и введение в игровые модели переменных, описывающих структуру (при этом целевые функции игроков будут зависеть от их места в иерархии), приведет к катастрофическому усложнению обоих задач. С другой стороны, перенос результатов из одного класса моделей в другой оправдан, так как это может позволить установить более тесное соответствие между структурами ОС и процессами их формирования и трансформации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айзерман М.А., Гусев Л.А., Петров С.В., Смирнова И.М. Динамический подход к анализу структур, описываемых графами (основы графодинамики) // Автоматика и Телемеханика. I. 1977. № 7. С. 135 – 151. II. № 9. С. 123 – 136.

2. Алекперов В.Ю. Вертикально интегрированные нефтяные компании России. М.: АУТОПАН, 1996.

3. Алиев В.С., Кононенко А.Ф. Об условиях точного агрегирования в теоретико-игровых моделях. М.: ВЦ РАН, 1991.

4. Алиев В.С., Цветков А.В. Игра двух лиц с фиксированной последовательностью ходов при агрегированной информации / Планирование, оценка деятельности и стимулирование в активных системах. М.: ИПУ РАН, 1985. С. 35-42.

5. Базилевич Л.А., Соколов Д.В., Франева Л.К. Модели и методы рационализации и проектирования организационных структур управления: Учеб. пособие Л.: Изд-во Ленингр. фин.-экон. ин-та, 1991.

6. Балашов В.Г., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А. Задача назначения центра в линейной активной системе // Автоматика и Телемеханика. 2002. № 12. С. 92 – 95.

7. Баркалов С.А., Бурков В.Н., Гилязов Н.М. Методы агрегирования в управлении проектами. М.: ИПУ РАН, 1999.

8. Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А. Теория графов в управлении организационными системами. М.: Синтег, 2001.

9. Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Леонтьев С.В., Новиков Д.А., Чернышев Р.А. Механизмы финансирования программ регионального развития. М.: ИПУ РАН, 2002.

10. Бурков В.Н., Кондратьев В.В. Механизмы функционирования организационных систем. М.: Наука, 1981.

11. Бурков В.Н., Кузнецов Н.А., Новиков Д.А. Механизмы управления в сетевых структурах // Автоматика и Телемеханика. 2002. № 12. С. 96 – 115.

12. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Как управлять проектами. М.: Синтег, 1997.

13. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Механизмы взаимодействия в сетевых структурах / Труды Международной научно-практической конференции "Современные сложные системы управления". Липецк: ЛГТУ, 2002. С. 35 – 37.

14. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Теория активных систем: состояние и перспективы. М.: Синтег, 1999.

15. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. М.: Наука, 1978.

16. Бусленко Н.П., Калашников В.В., Коваленко И.Н. Лекции по теории сложных систем. М.: Сов. Радио, 1973.
17. Виханский О.С., Наумов А.И. Менеджмент: человек, стратегия, организация, процесс. М.: Изд-во МГУ, 1996.
18. Власюк Б.А., Моросанов И.С. Синтез иерархической структуры управления в больших системах // Автоматика и Телемеханика. 1973. № 3. С. 110 – 120.
19. Воронин А.А. Устойчивое развитие– миф или реальность // Математическое образование. 2000. № 1(12). С. 59 – 68.
20. Воронин А.А., Мишин С.П. Алгоритмы поиска оптимальной структуры организационной системы // Автоматика и Телемеханика. 2002. № 5. С. 120 – 132.
21. Воронин А. А., Мишин С. П. Моделирование структуры организационной системы. Об алгоритмах поиска оптимального дерева // Вестник Волгогр. ун-та. 2001. Сер. 1: Математика. Физика.
22. Воронин А.А., Мишин С.П. Модель оптимального управления структурными изменениями организационной системы // Автоматика и телемеханика. 2002. № 8. С. 136 – 150.
23. Гейн К., Сарсон Т. Системный структурный анализ: средства и методы. М.: Эйтэкс, 1992.
24. Гермейер Ю.Б., Ерешко Ф.И. Побочные платежи в играх с фиксированной последовательностью ходов // ЖВМ и МФ. 1974. № 14. С. 1437 – 1450.
25. Гермейер Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами. М.: Наука, 1976.
26. Гилев С.Е., Леонтьев С.В., Новиков Д.А. Распределенные системы принятия решений в управлении региональным развитием. М.: ИПУ РАН, 2002.
27. Гладышев А.И., Дементьев В.Т. Задачи оптимизации иерархических структур / Препринт СО АН СССР: Институт математики, 1988. № 24.
28. Глухов В.В., Барков А.А. Стратегическое управление в нефтяной компании. СПб.: СПбГТУ, 1999.
29. Глущенко В.В. Информационные и структурные модели организационно-административных систем. СПб., 1997.
30. Городецкий В.И., Грушинский М.С., Хабалов А.В. Многоагентные системы // Новости искусственного интеллекта. 1998. № 2. С. 64 – 116.
31. Горский Ю.М. Системно-информационный анализ процессов управления. Новосибирск: Наука, 1988.

32. Губко М.В., Караваев А.П. Согласование интересов в матричных структурах управления // Автоматика и Телемеханика. 2001. № 10. С. 132 – 146.
33. Губко М.В. Структура оптимальной организации континуума исполнителей // Автоматика и телемеханика. 2002. № 12. С. 116 – 130.
34. Губко М.В., Мишин С.П. Оптимальная структура системы управления технологическими связями / Материалы международной научной конференции «Современные сложные системы управления». Старый Оскол: СТИ, 2002. С. 50 – 54.
35. Губко М.В. «Правило феодалов» и построение оптимальной иерархии / Труды XLV научной конференции МФТИ. Долгопрудный: МФТИ, 2002. Т. 1. С. 62.
36. Губко М.В., Новиков Д.А. Теория игр в управлении организационными системами. М.: Синтег, 2002.
37. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.
38. Дементьев В.Т., Ерзин А.И., Ларин Р.М., Шамардин Ю.В. Задачи оптимизации иерархических структур. Новосибирск. Ин-т математики СО РАН, 1996.
39. Денисов А.А., Волкова В.Н. Иерархические системы. Л.: ЛПИ, 1989.
40. Ехлаков Ю.П., Яворский В.В. Моделирование структурных взаимосвязей функционирования организационных систем управления. Томск: ТГУ, 2000.
41. Зингер И.С., Модин А.А., Коротяев М.Ф. Экономико-организационные основы создания систем обработки данных. М.: Статистика, 1978.. М.: МГУ, 2001.
42. Информационно-сетевая экономика в XXI веке. Материалы Первой евразийской студенческой научной интернет-конференции / Под ред. С.А. Дятлова и др. М.: МГУ, 2001.
43. Караваев А.П. Парето-эффективность игры центров в активных системах // Автоматика и Телемеханика. 2002. № 12. С. – .
44. Кондратенко В.И., Петкевич Ф.П. Особенности организационной структуры и стратегии управления в рыночных условиях хозяйствования: Теория, опыт, практика. Тюмень: СофтДизайн. 1995.
45. Кононенко А.Ф., Халезов А.Д., Чумаков В.В. Принятие решений в условиях неопределенности. М.: ВЦ АН СССР, 1991.
46. Коровкин Г.Л. Разработка моделей и методов проектирования крупных промышленных комплексов. Дис. на соиск. уч. степ. к.э.н., Самара: СГАУ, 2001.

47. Кочиева Т.Б., Новиков Д.А. Базовые системы стимулирования. М.: Апостроф, 2000.
48. Крон Г. Исследование сложных систем по частям – диакоптика. М.: Наука, 1972.
49. Крутов Б.П., Новикова Н.М. Теоретико-игровой анализ многоуровневых динамических ИСУ. М.: ВЦ АН СССР, 1989.
50. Кузнецова В.Л., Раков М.А. Самоорганизация в технических системах. Киев: Наукова думка, 1987.
51. Кукушкин Н.С., Морозов В.В. Теория неантагонистических игр. М.: МГУ, 1984.
52. Лейбкинд А.Р. Математические методы в проектировании организационных структур управления. М.: ВНИИСИ, 1990.
53. Леонтьев С.В., Новиков Д.А., Петраков С.Н. Критериальное и мотивационное управление в активных системах // Автоматика и Телемеханика. 2002.
54. Лэсдон Л.С. Оптимизация больших систем. М.: Наука, 1975.
55. Малинецкий Г.Г., Шакаева М.С. Модель иерархической организации. М.: ИПМ, 1995.
56. Менар К. Экономика организаций. М.: ИНФРА-М, 1996.
57. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем. М.: Мир, 1973.
58. Мескон М., Альберт М., Хедоури Ф. Основы менеджмента. М.: Дело, 1998.
59. Мильнер Б.З. Теория организации. М.: ИНФРА-М, 2002.
60. Миркин Б.Г. Проблема группового выбора. М.: Наука, 1974.
61. Михалевич В.С., Волкович В.Л. Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем. М.: Наука, 1982.
62. Мишин С.П. Стоимость реорганизации структуры системы // Вестник Волгогр. ун-та. 2002. Юбилейный выпуск.
63. Мишин С.П. Оптимизация иерархических структур / Материалы международной научной конференции «Современные сложные системы управления». Старый Оскол: СТИ, 2002. С. 100 – 105.
64. Модин А.А. Матричное моделирование организационных структур / Оптимальное планирование и совершенствование управления народным хозяйством. М., 1969.
65. Молодцов Д.А. Устойчивость принципов оптимальности. М.: Наука, 1987.
66. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели. М.: Мир, 1991.

67. Нечипоренко В.И. Структурный анализ систем. М.: Сов. Радио, 1977.
68. Новиков Д.А., Петраков С.Н. Курс теории активных систем. М.: СИНТЕГ, 1999.
69. Новиков Д.А., Петраков С.Н., Федченко К.А. Стимулирование в управлении проектами как системообразующий фактор / Труды Международного симпозиума "Совнет' 99". Москва, 8-11 сентября 1999 г.
70. Новиков Д.А., Петраков С.Н., Федченко К.А. Децентрализация механизмов планирования в активных системах // Автоматика и Телемеханика. 2000. № 6. С. 120 – 126.
71. Новиков Д.А. Обобщенные решения задач стимулирования в активных системах. М.: ИПУ РАН, 1998.
72. Новиков Д.А. Стимулирование в социально-экономических системах (базовые математические модели). М.: ИПУ РАН, 1998.
73. Новиков Д.А. Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем. М.: Фонд "Проблемы управления", 1999.
74. Новиков Д.А. Типология задач управления организационными структурами / Материалы международной научной конференции «Современные сложные системы управления». Старый Оскол: СТИ, 2002. С. 110 – 115.
75. Новиков Д.А., Цветков А.В. Механизмы стимулирования в многоэлементных организационных системах. М.: Апостроф, 2000.
76. Новиков Д.А., Цветков А.В. Механизмы функционирования организационных систем с распределенным контролем. М.: ИПУ РАН, 2001.
77. Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Активный прогноз. М.: ИПУ РАН, 2002.
78. Норт Д. Институты, институциональные изменения и функционирование экономики. М.: "Начала", 1997.
79. Овсиевич Б.Л. Модели формирования организационных структур. Л.: Наука, 1979.
80. Павлов В.Н. Об одном подходе к оптимизации иерархических систем / Методы анализа взаимодействия в экономических системах. Новосибирск: Наука, 1980. С. 47 – 60.
81. Паринов С.И. Информационное общество: контуры будущего / Информация и экономика: теория, модели, технологии. Сб. научных трудов. Барнаул: Алтайский гос. ун-т., 2002. С. 112 – 120.
82. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Наука, 1982.
83. Подчасов Т.П., Лагода А.П., Рудницкий В.Ф. Управление в иерархических производственных структурах. Киев: Наукова думка, 1989.

84. Поспелов Г.С., Ириков В.А., Курилов А.Е. Процедуры и алгоритмы формирования комплексных программ. М.: Наука, 1985.
85. Рийсмаа Т.А. Об оптимизации структуры иерархической системы методами выпуклого программирования / Методы анализа взаимодействия в экономических системах. Новосибирск: Наука, 1980. С. 100 – 106.
86. Рубинштейн М.И., Сагынгалиев К.С., Медетов М.М., Раимбеков Р.Д. Задача синтеза производственной структуры / Механизмы управления социально-экономическими системами. М.: ИПУ РАН, 1988. С. 64 – 70.
87. Русинов Ф.М., Никулин Л.Ф., Фаткин Л.В. Менеджмент и самоменеджмент в системе рыночных отношений. М.: ИНФРА-М, 1996.
88. Саймон Г. Науки об искусственном. М.: Мир, 1972.
89. Трахтенгерц Э.А. Компьютерная поддержка принятия решений. М.: Синтег, 1998.
90. Философский энциклопедический словарь. М.: Советская энциклопедия, 1983.
91. Фишберн П. Теория полезности для принятия решений. М.: Наука, 1978.
92. Хакимов Э.М. Моделирование иерархических систем. Казань: КГУ, 1986.
93. Цветков А.В. Стимулирование в управлении проектами. М.: Апостроф, 2001.
94. Цвиркун А.Д. Основы синтеза структуры сложных систем. М.: Наука, 1982.
95. Цвиркун А.Д. Структура сложных систем. М.: Радио и связь, 1975.
96. Цвиркун А.Д., Акинфиев В.К., Соловьев М.М. Моделирование развития крупномасштабных систем. М.: Наука, 1983.
97. Цвиркун А.Д., Акинфиев В.К., Филиппов В.А. Имитационное моделирование в задачах синтеза структуры сложных систем. М.: Наука, 1985.
98. Чернышев М.К., Гладышев М.Ю. Математическое моделирование иерархических систем с приложениями к биологии и экономике. М.: Наука, 1983.
99. Юдицкий С.А. Сценарный подход к моделированию поведения бизнес-систем. М.: Синтег, 2001.
100. Янг С. Системное управление организацией. М.: Советское радио, 1982.
101. Aleskerov F., Monjardet B. Utility maximization, choice and preference. Berlin: Springer, 2002.
102. Fudenberg D., Tirole J. Game theory. Cambridge: MIT Press, 1995.

103. Howard N. Theory of meta-games / General systems. 1966. № 11. P. 187 – 200.
104. Kreps D. Theory of choice. London: Vestview Press, 1988.
105. Mas-Colell A., Whinston M.D., Green J.R. Microeconomic theory. N.Y.: Oxford Univ. Press, 1995.
106. Meyer M.W. Theory of organizational structure. Indianopolis: Bobbs-Merrill Educ. Publ., 1977.
107. Myerson R.B. Game theory: analysis of conflict. London: Harvard Univ. Press, 1991.
108. Negraponte N. The architecture machine: towards a more human environment. MIT Press. Cambridge, 1970.
109. Novikov D.A. Incentives in multi-agent systems / 2-nd Workshop on agent-based simulation. Passau, 2001. P. 134 – 137.
110. Novikov D.A. Management of active systems: stability or efficiency // Systems science. 2001. Vol. 26. № 2. P. 85 – 93.
111. Pattee H. Hierarchy theory. NY: Braziller, 1973..
112. Simon H. Administrative behavior. N.Y.: Frece Press, 1976.
113. Simon H. A formal theory of employment relations // Econometrica. 1951. Vol. 19. N 2. P. 293. – 305.
114. Wooldridge M., Jennings N. Agent theories, architectures and languages/ Intelligent agents. Proceedings. Amsterdam: Springer-Verlag, 1994. P.3–39.