РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова

С.А. Баркалов,

Д.А. Новиков,

С.С. Попов

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ СТРАТЕГИИ ПРЕДЛОЖЕНИЯ ТРУДА: ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА

Москва - 2002

УДК 007
ББК 32.81

Баркалов С.А., Новиков Д.А., Попов С.С. Индивидуальные стратегии предложения труда: теория и практика. М.: ИПУ РАН, 2002. – 110 с.

Работа содержит результаты теоретического исследования индивидуального поведения на рынке труда. Вводится понятие стратегии поведения (стратегии предложения труда) и устанавливается взаимосвязь между различными представлениями индивидуальных предпочтений, используемыми в экономике труда и в теории управления.

Приводятся результаты экспериментального исследования индивидуальных стратегий предложения труда, проведенного авторами и их коллегами. Обосновывается возможность идентификации теоретико-игровых моделей стимулирования и их использования для повышения эффективности управления в реальных организациях.

Работа рассчитана на широких круг читателей, интересующихся проблемами стимулирования в организационных системах.

Рецензент: д.т.н., проф. В.Н. Бурков

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

В управлении организационными системами существенную роль играет управление персоналом [7, 10, 11, 26, 30], эффективность которого в значительной степени зависит от используемых форм и систем оплаты труда. Поведение человека в организации и влияние на его деятельность материального стимулирования составляет объект исследования экономики [28, 38, 48, 54, 58], психологии [18, 39, 42, 46], теории управления [2, 5, 22] и других наук.

Используемый в теории управления формализованный (в большинстве случаев – теоретико-игровой) подход к описанию организационной системы, опирающийся на построение математических моделей [6, 9, 15, 22, 49], обладает множеством положительных свойств. В том числе, он дает возможность без проведения натурного эксперимента оценить эффективность различных управлений. Однако, этот подход не лишен недостатков, причем одним из основных является необходимость идентификации реальной системы, то есть определения значений параметров модели [3, 14, 17]. Сложность здесь заключается в том, что для построения адекватной модели необходимо уметь точно (в соответствии с интересующими нас аспектами) описывать управляемые субъекты.

Описание управляемого субъекта в рамках задач мотивации и стимулирования в первую очередь заключается в задании его предпочтений относительно форм и размеров оплаты труда, то есть возможных реакций – изменений предложения труда – на изменения системы поощрений, что и составляет предмет настоящего исследования.

Поэтому в первой части настоящей работы приводятся известные на сегодняшний день теоретические результаты исследования индивидуального поведения на рынке труда, полученные в экономике труда (дилемма "доход – свободное время") и в теории управления организационными системами (теоретико-игровые задачи стимулирования), вводится понятие **стратегии поведения** (стратегии предложения труда) и устанавливается взаимосвязь между различными представлениями индивидуальных предпочтений.

Вторая часть посвящена описанию результатов экспериментального исследования индивидуальных стратегий предложения труда, проведенного авторами и их коллегами.

В третьей части рассматриваются теоретико-игровые модели управления в организационных системах, основывающиеся на учете индивидуальных стратегий предложения труда.

В заключении обсуждается взаимосвязь между теоретическими результатами и экспериментальными данными, а также целесообразность проведения аналогичных экспериментальных исследований для идентификации и настройки формальных моделей, а также для повышения эффективности систем стимулирования в реальных организациях.

<u>ЧАСТЬ I.</u> ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ПОВЕДЕНИЕ НА РЫНКЕ ТРУДА

1.1. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ДОХОДЫ И СВОБОДНОЕ ВРЕМЯ

Экономика труда – раздел экономической теории, изучающий функционирование рынка труда. В контексте настоящего исследования нас будет интересовать индивидуальное поведение на рынке труда (точнее те его составляющие, которые определяются действующими на этом рынке механизмами и системами стимулирования), то есть принципы принятия решений субъектом рынка – *агентом* – относительно предложения труда при заданных условиях его оплаты.

Будем считать, что стратегией агента – стороны, предлагающей рабочую силу, является выбор *продолжительности рабочего времени* при заданной системе оплаты и условиях труда[1]. Для простоты положим, что единственной альтернативой рабочему времени является время, затрачиваемое на досуг, поэтому предложение труда эквивалентно спросу на досуг [53], кроме того примем, что продолжительность рабочего дня не может превышать $T = 16$ часов (как минимум 8 часов в сутки человек должен тратить на сон, прием пищи и т.д.), то есть рабочее время $t \in [0; 16]$. Если t – свободное время (время, которое тратится на досуг), то, очевидно, всегда выполнено: $t + t = T$. Опять же для упрощения изложения, если не будет оговорено особо, будем считать, что совокупный доход пропорционален количеству отработанных часов, то есть предположим, что на рынке труда используются только пропорциональные (повременные) системы стимулирования [15, 21, 41], в которых ставка оплаты постоянна и не зависит от суммарного количества отработанных часов (методика перенесения результатов на случай произвольных систем оплаты описана в [15]).

В рамках введенных предположений альтернативные издержки одного часа досуга равны ставке заработной платы (и наоборот) – тому дополнительному заработку, который мог бы быть получен при работе в течении этого часа. Проанализируем поведение агента на рынке труда, то есть исследуем его предпочтения в дилемме «труд – досуг», в рамках которой характеристикой предложения труда является желательная продолжительность рабочего времени.

В экономике труда считается, что индивидуальное предложение труда определяется двумя эффектами – дохода и замещения [28, 38, 44, 45, 54, 56].

Эффект дохода заключается в том, что с увеличением совокупного дохода при постоянной *ставке оплаты* (определяющей оплату в единицу времени) снижается желательная продолжительность рабочего времени. Соответственно, если, например, «целью» агента является поддержание совокупного дохода постоянным, то увеличение ставки оплаты в рамках эффекта дохода приведет к сокращению желательной продолжительности рабо-

---

[1] *Это упрощающее предположение исключает из рассмотрения задачи принятия агентом решений о найме, увольнении, смене и поиске работы и т.д.* [28, 38, 44, 58].

чего времени, и наоборот – для поддержания дохода постоянным при сокращении ставки оплаты желательная продолжительность рабочего времени возрастет.

Эффект замещения заключается в том, что увеличение ставки оплаты приводит к увеличению желательной продолжительности рабочего времени t, то есть альтернативные издержки одного часа досуга возрастают и агент предпочитает отработать большее количество часов.

Таким образом, если доминирует эффект дохода, то агент реагирует на повышение ставки заработной платы a сокращением предложения труда, а если доминирует эффект замещения, предложение труда увеличивается (см. рисунок 1). Изображенная на рисунке 1 кривая получила в экономике труда название "*кривой обратного изгиба*" [28].

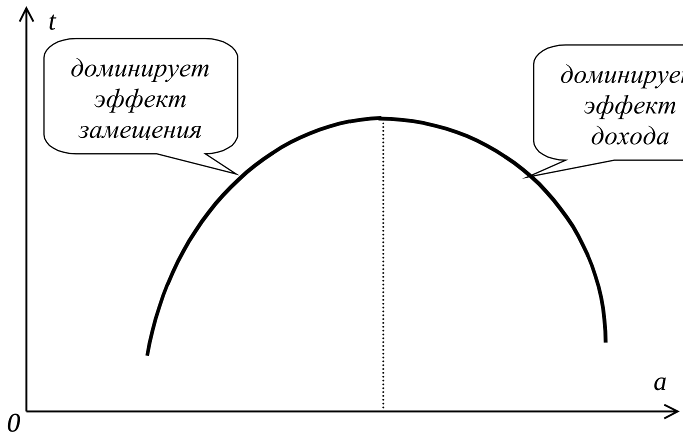


Рис. 1. Зависимость желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты («кривая обратного изгиба»)

Перейдем к графическому анализу индивидуального выбора в дилемме «труд – досуг». Предположим, что предпочтения некоторого (конкретного, моделируемого нами) агента на множестве возможных доходов и продолжительностей рабочего времени или времени, уделяемого досугу, отражаются его *функцией полезности* $u(q, t)$, где q – его совокупный (например, ежедневный, ежемесячный и т.д.) доход, t Î $[0; T]$ – продолжительность досуга. Напомним, что мы условились считать, что, если рабочее время занимает t часов в день, то на досуг остается в день $t = T - t$ часов.

Функция полезности[1] $u(\times)$ ставит в соответствие каждой альтернативе – паре (q, t) – действительное число, интерпретируемое как полезность этой альтернативы [12, 13, 21, 49]. Считается, что чем выше полезность альтернативы, тем «лучше» она с точки зрения данного агента.

Предположим, что $u(\times)$ – монотонная непрерывная функция своих переменных, то есть как увеличение дохода при фиксированном времени досуга, так и увеличение времени досуга при фиксированном доходе, приводят к увеличению полезности[2].

Некоторому фиксированному значению полезности g может соответствовать целое множество альтернатив, имеющих эту полезность: $\{(q, t) \mid u(q, t) = g\}$. Если изобразить это множество в координатах (t, q), то получим *кривую безразличия*, которую мы также обозначим g. Кривые безразличия функции полезности[3] агента в рассматриваемой модели обладают следующими свойствами:

1. Если g_1 и g_2 – две кривых безразличия, и $g_2 > g_1$, то кривая g_2 расположена выше и правее кривой g_1 (см. рисунок 2)[4].

---

[1] *В некоторых работах зарубежных авторов полезность определяется на множестве пар «время досуга агента ´ количество товаров и услуг, которые он может приобрести». Понятно, что если цены на товары и услуги фиксированы, то такое представление эквивалентно введенному выше.*

[2] *В качестве модельных и теоретических зависимостей функции полезности от дохода и рабочего времени в литературе использовались следующие:* $u = q^a t^b$, $u = [a\,(t + e) + \overline{U}\,]^b[T - (t + c)]^d$, *где* a, b, c, d, e, $\overline{U}$ *– константы* [34, 36, 43].

[3] *Подробное обсуждение общих свойств кривых безразличия и методов их построения приводится в* [47].

[4] *Это утверждение – графическая иллюстрация доминирования по Парето* [12, 27] *любой альтернативой, имеющей полезность* g_2, *любой альтернативы, имеющей строго меньшую полезность* g_1.

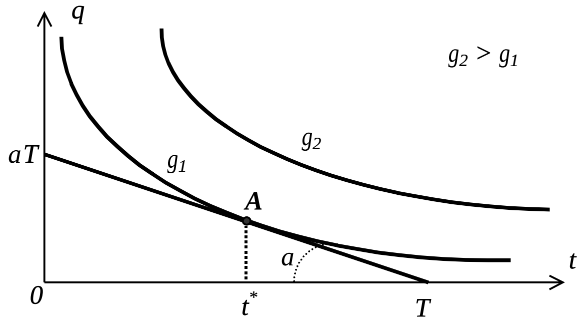


Рис. 2. Кривые безразличия
и бюджетное ограничение

2. Кривые безразличия не имеют общих точек.

3. Кривая безразличия имеет отрицательный наклон. Это ее свойство имеет следующую содержательную интерпретацию: при фиксированном уровне полезности нельзя одновременно увеличить и доход, и время досуга.

4. Кривая безразличия является выпуклой. Это менее очевидное, но признаваемое почти всеми исследователями, свойство качественно отражает представление о том, что агент больше ценит то, чего ему более всего не хватает (любая комбинация дохода и свободного времени более ценна, чем каждая из компонент по отдельности).

Если *ставка оплаты*, которую мы обозначили a, постоянна (что, если не оговорено особо, будет предполагаться в ходе дальнейшего изложения) и нетрудовые доходы (non-wage income) отсутствуют, то графически зависимость суммарного дохода от часов досуга можно изобразить прямой из точки[1] ($T; 0$) (если число отработанных часов $t = T - t$ равно нулю, то, очевидно, равен нулю и доход) в точку (0; aT) (отработав T часов, работник получит доход aT). Эта прямая отражает так называемое *бюджетное ограничение*.

---

[1] *Если агент имеет нетрудовые доходы в размере q_T, то прямая бюджетного ограничения будет проходить через точку* ($T; q_T$).

Так как ставка оплаты является альтернативной стоимостью часа досуга, то *условием оптимума* (максимума полезности) является касание прямой бюджетного ограничения кривой безразличия [15, 28, 41]. На рисунке 2 кривая безразличия g_1 касается прямой бюджетного ограничения в точке А.

Изменение ставки оплаты (угла наклона бюджетного ограничения) приводит к изменению точки оптимума – точки касания. Сдвиг точки касания влево соответствует уменьшению времени досуга (проявление эффекта замещения), сдвиг вправо – росту времени досуга (проявление эффекта дохода). То, в какую сторону сдвинется точка касания, в каждом конкретном случае зависит от предпочтений агента, отражаемых его функцией полезности, то есть от свойств кривых безразличия. Никаких как более общих выводов, так и конкретных закономерностей индивидуального поведения на рынке труда, установить в рамках рассматриваемой модели невозможно – действительно, у каждого человека в общем случае имеется своя система предпочтений и, используя очень общие предположения о свойствах функции полезности, введенные выше, невозможно предсказать его поведение в каждом конкретном случае[1].

Обсудим последнее утверждение более подробно. Экономика труда констатирует, то «теория не в состоянии показать (или предсказать) какой из эффектов – замещения или дохода – возобладает при изменении ставки заработной платы» [28, С.222]. Более того, ряд экспериментальных данных, полученных зарубежными авторами [44, 47], свидетельствует, что у мужчин (в большинстве исследований – американских) и эффект дохода, и эффект замещения, невелики (в смысле эластичности) и, возможно, даже равны нулю. Женщины (опять же, в большинстве случаев – американские) более чувствительны к изменениям ставки заработной платы и у них эффект замещения превалирует над эффектом дохода. Однако, это влияет, в основном, не на изменение продолжительности рабочего времени, а на принятие решения об участии в трудовой деятельности. Нет необходимости

[1] *Естественно, применяя используемую технику анализа к конкретной функции полезности, можно определить для данного агента желательную продолжительность рабочего времени.*

подчеркивать, что даже качественные выводы, сделанные на основании анализа статистических данных, полученных для американского рынка труда, скорее всего неприменимы в российских условиях.

Таким образом, графический анализ предпочтений позволяет из условия оптимума по заданным функции полезности (точнее – семейству кривых безразличия) и ставке заработной платы (точнее – бюджетному ограничению) определить желательную продолжительность рабочего времени (точнее – времени досуга).

Перечисленные качественные свойства кривых безразличия и условие оптимума очевидны. В то же время, они позволяют не только находить решение дилеммы «труд/досуг», но и исследовать (по крайней мере на качественном уровне) дилемму «труд/досуг/работа дома» и другие эффекты, в том числе – влияние компенсационных выплат (социальные программы, компенсации временной потери трудоспособности и т.д.) на предложение труда [28, 29, 31, 32, 55].

Перейдем к формальному анализу модели индивидуального поведения на рынке труда.

Если уравнение $u(q, t) = g$ разрешимо относительно q, то можно получить уравнение кривой безразличия: $q = v(g, t)$. Обозначая $u'_t = \frac{\partial u(q,t)}{\partial t}$, $u'_q = \frac{\partial u(q,t)}{\partial q}$, получаем выражение для производной кривой безразличия[1]:

(1) $\frac{dq}{dt} = - u'_t \,/\, u'_q$.

Если a – постоянная ставка оплаты, то прямая бюджетного ограничения имеет вид:

(2) $q(t) = a\, t = a\, (T - t)$.

Агент решает задачу выбора такого значения t^* времени досуга (и, соответственно, рабочего времени $t^* = T - t^*$), которое максимизировало бы его полезность:

(3) $t^* \in Arg \max\limits_{t \in [0;T]} u(q(t), t)$,

[1] *В настоящей работе принята независимая внутри каждого из разделов нумерация формул.*

где $q(t)$ определяется выражением (2). Необходимое условие оптимальности – равенство нулю производной по t выражения $u(q(t), t)$:

$$u'_q \, \frac{dq}{dt} + u'_t = 0.$$

Подставляя (2), запишем условие оптимума следующим образом:

(4) $u'_t = a \, u'_q$.

Условие (4) в литературе по предложению труда [28, 41, 44 и др.] называется «Roy's Identity» [57].

Воспользовавшись (1), получаем, что необходимое условие оптимальности графически можно интерпретировать как условие касания кривой безразличия прямой бюджетного ограничения (см. рисунок 2). Отметим, что (4) является условием оптимума при «внутренних» решениях задачи (3). Если максимум в выражении (3) достигается при $t = T$ (граничное решение), то говорят, что имеет место «*угловое решение*» [15, 28, 37, 41].

Итак, мы рассмотрели условия оптимальности при использовании центром пропорциональных систем оплаты. Та же идеология (см. подробности в [15]) используется для исследования условий оптимальности при использовании центром произвольных систем оплаты.

1.2. ФУНКЦИЯ ЗАТРАТ АГЕНТА

Альтернативным функции полезности описанием предпочтений агента является принятое в теоретико-игровых моделях (исследуемых в теории управления организационными системами) описание в терминах целевой функции. При этом целевая функция управляемого субъекта (агента) отражает его предпочтения на множестве его действий (которые в частности могут интерпретироваться и как продолжительности рабочего времени) и зависит от выбранного управляющим органом (центром[1])

---

[1] *В качестве центра может выступать работодатель, руководитель предприятия или организации и т.д.*

управления – системы стимулирования. Назначая те или иные системы стимулирования, центр может побуждать агента выбирать различные действия. Задача синтеза оптимальной системы стимулирования будет заключаться в назначении центром системы (функции) стимулирования, которая с наименьшими затратами побуждает агента выбирать действие, наиболее выгодное (с учетом затрат на стимулирование агента) для центра.

Рассмотрим *организационную систему* (ОС), состоящую из одного управляющего органа – *центра* – на верхнем уровне иерархии и одного[1] управляемого субъекта – *агента* на нижнем уровне[2]. В рамках рассматриваемой ниже теоретико-игровой модели *участники ОС*, то есть центр и агент, обладают свойством *активности* – способностью самостоятельного выбора действий (стратегий). Приведем ряд известных результатов исследования теоретико-игровых моделей стимулирования [2, 4, 5, 19-24] с тем, чтобы потом перейти к обсуждению взаимосвязи этого класса моделей с представлениями экономики труда (см. подробное рассмотрение этого вопроса в [15, 16]).

Стратегией агента является выбор *действия* y Î A, принадлежащего множеству допустимых действий A. Содержательно, действием агента может быть количество отрабатываемых часов, объем произведенной продукции и т.д.

---

[1] *В настоящей работе рассмотрение ограничивается ОС, включающими единственного агента. Теоретико-игровые модели стимулирования в многоэлементных* (*содержащих несколько управляемых субъектов*) *ОС изучались в* [23].

[2] *На сегодняшний день достаточно полно исследована так называемая базовая модель, то есть рассматриваемая в настоящей работе модель стимулирования в организационной системе, состоящей из одного управляющего органа и одного управляемого субъекта, функционирующих в условиях полной информированности о всех существенных внутренних и внешних параметрах* [15, 21, 22]. *По сравнению с базовой моделью ее расширения – многоэлементные организационные системы, динамические* (*функционирующие в течение нескольких периодов времени*) *организационные системы, многоуровневые системы* [19], *системы с распределенным контролем* [24], *системы с неопределенностью* [22] *и др. изучены менее глубоко.*

Стратегией центра является выбор *функции стимулирования* $\sigma(y)$, ставящей в соответствие действию агента некоторое неотрицательное вознаграждение, выплачиваемое ему центром, то есть $\sigma : A \to \Re_1^+$.

Выбор действия $y \in A$ требует от агента *затрат* $c(y)$ и приносит центру *доход* $H(y)$. Интересы участников организационной системы (центра и агента) отражены их *целевыми функциями*, которые мы обозначим, соответственно: $F(y)$ и $f(y)$ (функциями выигрыша, полезности и т.д., в записи которых зависимость от стратегии центра будет опускаться), представляющими собой: для агента – разность между стимулированием и затратами:

(1) $f(y) = \sigma(y) - c(y)$,

а для центра – разность между доходом и *затратами центра на стимулирование* – вознаграждением, выплачиваемым агенту (задача стимулирования второго рода или детерминированная задача теории контрактов [21, 22, 49]):

(2) $F(y) = H(y) - \sigma(y)$.

Рациональное поведение участника ОС заключается в максимизации выбором собственной стратегии его целевой функции с учетом всей имеющейся информации.

Определим *информированность игроков* и *порядок функционирования*[1]. Будем считать, что на момент принятия решения (выбора стратегии) участникам ОС известны все целевые функции и все допустимые множества. Специфика теоретико-игровой задачи стимулирования заключается в том, что в ней фиксирован порядок ходов (игра Γ_2 в терминологии теории иерархических игр [6, 9]). Центр – метаигрок – обладает правом первого хода, сообщая агенту выбранную им функцию стимулирования, после чего при известной стратегии центра агент выбирает свое действие, максимизирующее его целевую функцию.

Множество действий агента, доставляющих максимум его целевой функции (и, естественно, зависящее от функции стимулирования

[1] *Информированностью игрока называется та информация, которой он обладает на момент принятия решений; порядком функционирования называется последовательность получения информации и выбора стратегий участниками организационной системы* [21].

лирования), называется *множеством решений игры* или *множеством действий, реализуемых данной системой стимулирования*:

$$(3)\ P(s) = Arg \max_{y \in A} \{s(y) - c(y)\}.$$

Зная, что агент выбирает действия из множества (3), центр должен найти систему стимулирования, которая максимизировала бы его собственную целевую функцию. Так как множество $P(s)$ может содержать более одной точки, необходимо доопределить (с точки зрения предположений центра о поведении агента) выбор агента. Если выполнена *гипотеза благожелательности*[1] (ГБ), которую мы будем считать имеющей место, если не оговорено особо, в ходе дальнейшего изложения, то агент выбирает из множества (3) наиболее благоприятное для центра действие (альтернативой для центра является расчет на наихудший для него выбор агента из множества решений игры [2, 9, 21-24]). Тогда эффективность системы стимулирования s равна

$$(4)\ K(s) = \max_{y \in P(s)} F(y).$$

Прямая задача синтеза оптимальной системы стимулирования заключается в выборе допустимой системы стимулирования, имеющей максимальную эффективность:

$$(5)\ K(s) \to \max_{s};$$

Фиксируем произвольное действие агента $y^* \in A$ и рассмотрим следующую систему стимулирования, называемую компенсаторной[2] (К-типа):

$$(6)\ s_K(y^*, y) = \begin{cases} c(y^*), & y = y^* \\ 0, & y \neq y^* \end{cases}.$$

---

[1] *Гипотеза благожелательности заключается в следующем: если агент безразличен между выбором нескольких действий* (*например, действий, на которых достигается глобальный максимум его целевой функции*), *то он выбирает из этих действий то действие, которое наиболее благоприятно для центра, то есть действие, доставляющее максимум целевой функции центра* [2, 21].

[2] *Точнее, система стимулирования* (6) *является квазикомпенсаторной* (*см.* [15, 21, 22]).

В [15, 22] доказано, что **система стимулирования К-типа является оптимальным решением задачи стимулирования (5)**. Линейная (пропорциональная система) стимулирования $s_L(y) = a\ y$ в общем случае не оптимальна [19, 21].

Итак, при рассмотрении теоретико-игровых моделей систем стимулирования в детерминированных одноэлементных организационных системах предполагается, что при выборе своей стратегии – действия – при известной ему функции стимулирования агент руководствуется единственной целью – максимизировать свою целевую функцию, представляющую собой разность между стимулированием и затратами.

Другими словами, модель стимулирования задается перечислением допустимых множеств (множества допустимых функций стимулирования и множества допустимых действий агента) и двух функций – функции дохода центра и функции затрат агента. При моделировании реальных систем проблем с идентификацией допустимых множеств, как правило, не возникает (см. теоретическое исследование чувствительности модели по ошибкам задания допустимых множеств в [20, 23, 52]). Так как центром в большинстве случаев является экономический субъект, то его функция дохода может быть описана на основании результатов анализа финансово-хозяйственной деятельности (см. подробности в [15]). Если агентом является организация (как это имеет место, например, в договорных отношениях между заказчиком и подрядчиком), то его затраты также могут быть определены из результатов анализа финансово-хозяйственной деятельности. Сложнее дело обстоит в случае, когда агентом является индивидуум, непосредственное измерение затрат которого в денежных единицах затруднительно или невозможно.

Следовательно, возникает вопрос – <u>как параметры теоретико-игровой модели стимулирования связаны с параметрами экономического описания индивидуальных предпочтений, и нельзя ли, идентифицировав экономическую модель («измерив» для некоторой реальной системы соответствующие параметры – полезность или производные от нее величины), воспользоваться ее результатами для теоретико-игрового моделирования, и наоборот?</u>

Для ответа на этот вопрос рассмотрим следующую гипотетическую модель (см. также [15, 22]). Пусть используется почасовая оплата труда $s_L(\cdot)$ со ставкой a. При продолжительности рабочего времени t величина выплат q, получаемых агентом, равна $q(a, t) = s_L(t) = a\ t$.

Предположим, что предпочтения агента заданы следующим образом – он имеет возможность выбирать (ему предоставлено право работать любое число часов в день при постоянной ставке почасовой оплаты) продолжительность рабочего дня, и известна зависимость желательной продолжительности t от ставки оплаты a. Возможный (гипотетический) вид зависимости $t(a)$ представлен на рисунке 3 (см. также [22]). Разрывы функции $t(a)$ могут интерпретироваться как скачкообразные изменения системы предпочтений, используемых технологий, внешних условий, прогнозируемых возможностей вложения заработанных средств и т.д. Приведем содержательные интерпретации.

Участок 0-α_1 соответствует тому, что при малой ставке оплаты агент, скорее всего, предпочтет не работать вообще (для этого, очевидно, необходимо существование положительного нетрудового дохода). На отрезке α_1-α_2 функция $t(a)$ вогнута, то есть привлекательность дополнительного заработка снижается. На линейном участке a_2-a_3 эта привлекательность постоянна. Далее привлекательность приращения дохода постепенно убывает и кривая достигает максимума (быть может, локального) в окрестности точки a_4. Линейный участок a_5-a_6, например, соответствует увеличению свободного времени при неуменьшении суммарного дохода. Далее, начиная с a_6, число отрабатываемых часов начинает расти, например, при изменении системы предпочтений и наличии возможности качественных изменений уровня жизни в не столь далекой перспективе.

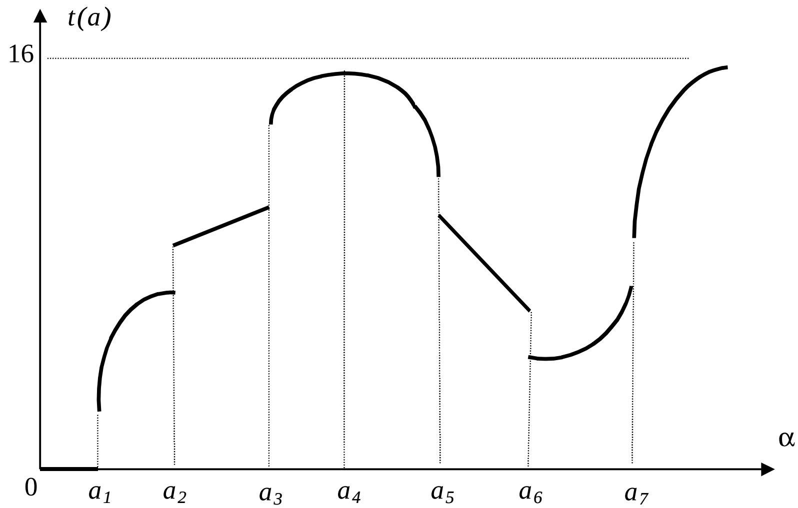


Рис. 3. Гипотетическая зависимость желательной продолжительности рабочего времени от ставки заработной платы

Участки α_1-α_4 и $\alpha \geq \alpha_6$ возрастания функции $t(a)$ соответствуют доминированию эффекта замещения, описанному выше, участок убывания α_4-α_6 – доминированию эффекта дохода. Интересно отметить, что наличие убывающего участка на «кривой обратного изгиба» $t(a)$ известно давно[1] (см. [28, 34, 44], а также обсуждение выше). В то же время, о наличии второго участка возрастания $\alpha \geq \alpha_6$ в литературе почти не упоминается. Содержательно его наличие объясняется зависимостью предпочтений агента на множестве будущих доходов от его текущих доходов (точнее, наверное, от среднедушевого дохода в семье). При высоких ставках оплаты (достаточных для того, чтобы существенно

---

[1] *Наряду с чисто экономическими объяснениями* [13, 28, 30], *тот факт, что функция удовлетворенности человека от участия в организации* (*работы*) *в зависимости от вознаграждения* (*морального и материального*) *не является линейной функцией, а может быть монотонной и кусочно-непрерывной с насыщением, или однопиковой и т.д., объясняется, в том числе, сужением когнитивного поля и возникновением сильного эмоционального напряжения* (*см. ссылки в* [22]).

изменить уровень жизни – например, произвести крупные инвестиции в покупку предметов длительного пользования и т.д.) эффект замещения опять начинает доминировать – ценность часа досуга снижается, так как с субъективной точки зрения качественно возрастает его альтернативная стоимость – ставка заработной платы. Затем (с ростом ставки оплаты) ценность часа досуга может опять возрастать и т.д.

В дальнейшем для простоты будем считать, что функция $t(a)$, а следовательно, и $q(a)$, непрерывна и равна нулю при нулевой ставке оплаты. Эскиз «упрощенной» кривой $t(a)$ приведен на рисунке 4. Величина a^{+} соответствует ставке заработной платы, при которой желательная продолжительность рабочего времени достигает своего первого максимума. Величина a^{-} соответствует ставке заработной платы, при которой желательная продолжительность рабочего времени достигает своего локального минимума, a^{+} £ a^{-}.

Зависимость дохода q от ставки заработной платы, при условии, что агенту предлагается выбирать количество отрабатываемых часов (отражаемое функцией $t(a)$), определяется следующим образом: $q(a) = a\ t(a)$.

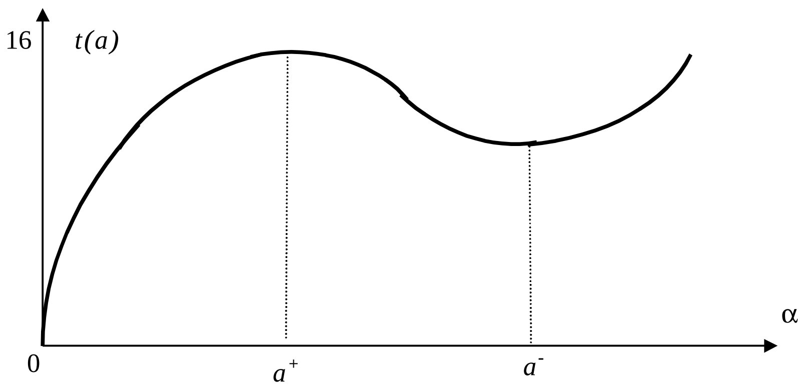


Рис. 4. «Упрощенная» гипотетическая зависимость желательной продолжительности рабочего дня от ставки заработной платы

Рассмотрим следующий иллюстративный пример.

Пример 1. Пусть зависимость $t(a)$ имеет вид:

$t(a) = t_0(a - a^2/2a^+)$, a Î $[0; 2a_+]$.

Максимальное значение продолжительности рабочего времени $t_{max} = t_0 a^+/2$ достигается при $a = a^+$ (см. рисунок 5).

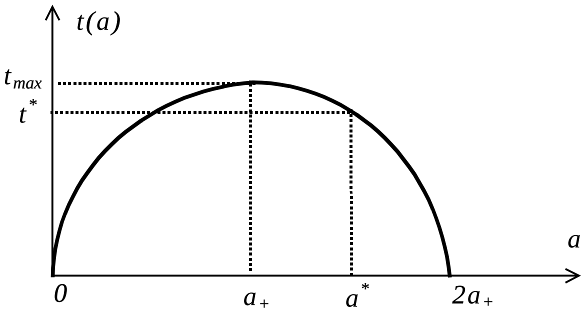


Рис. 5. График функции $t(a)$ в примере 1.

Исследуем свойства функции дохода

$q(a) = a\ t(a) = t_0\,(a^2 - a^3 / 2a^+)$.

При a Î $[0; a^*]$ эта функция возрастает, достигая максимального значения $q^* = \frac{16}{27} t_0 a_+^2$, а при a Î $[a^*; 2a_+]$ убывает. Кроме того, при a Î $[0; 2a_+/3]$ эта функция выпукла, а при a Î $[2a_+/3; 2a_+]$ – вогнута (см. рисунок 6).

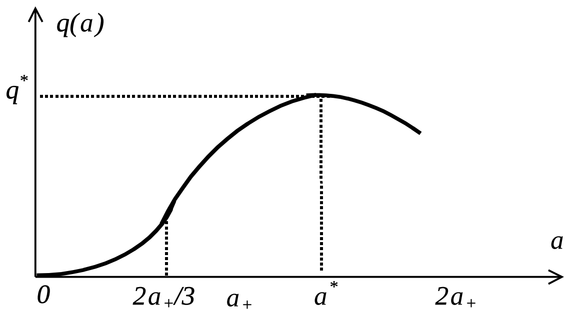


Рис. 6. График функции $q(a)$ в примере 1.

Отметим, что ставка оплаты a^*, максимизирующая доход агента, не совпадает в настоящем примере со ставкой оплаты a_+, которая максимизирует желательную продолжительность рабочего времени. ●[1]

Рассмотренный пример свидетельствует, что **ставка оплаты, побуждающая агента отрабатывать максимальное количество часов, в общем случае не совпадает со ставкой оплаты, соответствующей максимальному доходу агента**.

Более того, результат рассмотренного примера парадоксален тем, что функция дохода $q(a)$ оказывается убывающей после некоторого значения ставки заработной платы (при a ³ a^*). Происхождение этого «парадокса» обусловлено выбранным видом зависимости желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты. Точнее говоря, убывание дохода агента происходит при «достаточно быстром» убывании функции $t(a)$ на участке доминирования эффекта дохода.

Если постулировать, что в общем случае (в рамках рассмотренной выше графической модели доход убывать не может) доход агента не должен убывать, то это накладывает определенные ограничения на скорость изменения функции $t(a)$. Понятно, что для того, чтобы функция $q(a) = a\ t(a)$ не убывала ни при каких a ³ 0 достаточно[2], чтобы функция $t(a)$ убывала в каждой точке не быстрее, чем линейно, то есть не быстрее, чем прямая с единичным отрицательным наклоном.

Более корректно это достаточное условие, которое мы условно назовем *условием монотонности дохода* (УМД), можно записать в виде[3]:

---

[1] *Символ "·" здесь и далее обозначает окончание примера.*

[2] *Если функция дохода убывает с ростом t, то получаем, что на участке убывания агент получает меньший доход, причем ему остается меньшее время на досуг. Поэтому любая точка убывания функции дохода доминируема по Парето с точки зрения функции полезности $u(q, t)$.*

[3] *В работах* [36 *и др.*] *на основании экспериментальных данных (зависимостей ставки оплаты от недельной продолжительности свободного времени) были получены линейные «кривые» предложения труда (зависимости еженедельного дохода от почасовой ставки оплаты).*

$$\forall\ a \in [a_+, a_-] \quad \frac{dt(a)}{da} \geq -\frac{t(a)}{a}.$$

Если выполнено УМД, то график функции $q(a)$ имеет вид, приведенный на рисунке 7. Сравнительно маленькая (или нулевая) скорость возрастания дохода на участке $[a_+; a_-]$ обусловлена убыванием на этом участке функции $t(a)$.

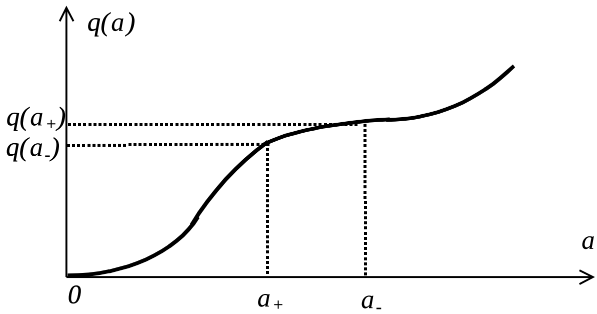


Рис. 7. График функции $q(a)$ в рамках УМД.

<u>Пример 2.</u> Пусть $t(a) = t_0\, a^3 - \frac{3}{2}\, t_0\, (a_- + a_+)\, a^2 + 3t_0\, a_-\, a_+\, a$, где $a_+ \leq a_- \leq 3a_+$, а t_0 – нормирующая положительная константа. График функции $t(a)$ приведен на рисунке 7. •

Если считается, что зависимость $t(a)$ известна, то «обратная»[1] ей зависимость $a(t)$ показывает ставку оплаты, которая побуждает агента отработать заданное количество часов. Примерный вид «функции» $a(t)$, «обратной» к приведенной на рисунке 4 зависимости $t(a)$, изображен на рисунке 8.

На участке AB ставка оплаты возрастает с ростом числа часов, которые отрабатывает агент. На участке BD агент начинает больше ценить рабочее время, а на участке DG привлекательность зарплаты опять превышает привлекательность досуга.

---

[1] *Достаточным условием существования обратной функции является непрерывность и строгая монотонность исходной функции. Эти требования нарушены у кривой, приведенной на рисунке 3, что и обусловливает употребление кавычек.*

Например, для того, чтобы побудить агента отработать t_1 часов, необходимо установить ставку оплаты, равную, как минимум, a_A.

Выделим следующие "ветви" зависимости $a(t)$ (и, соответственно получающейся на ее основе зависимости $q(t)$): *первая ветвь* соответствует начальному участку AB возрастания дохода с ростом продолжительности рабочего времени (увеличения продолжительности рабочего времени с ростом ставки оплаты), *вторая ветвь* – первому участку BD убывания дохода с ростом ставки оплаты (так называемая обратная ветвь на кривой обратного изгиба), *третья ветвь* соответствует второму участку DG возрастания дохода с ростом продолжительности рабочего времени (увеличения продолжительности рабочего времени с ростом ставки оплаты) и т.д.

Наличие “парадоксального“ участка BCDEF обусловлено немонотонностью функции $t(a)$ (см. участок a_4-a_6 на рисунке 3). Минимальным затратам на стимулирование, используемым при формальном анализе теоретико-игровых моделей стимулирования [15, 21, 22], соответствует ***минимальная «ветвь»:***

$$a_{min}(t) = min\ \{a \geq 0 \mid t(a) = t\}$$

функции $a(t)$, выделенная жирной линией на рисунке 8.

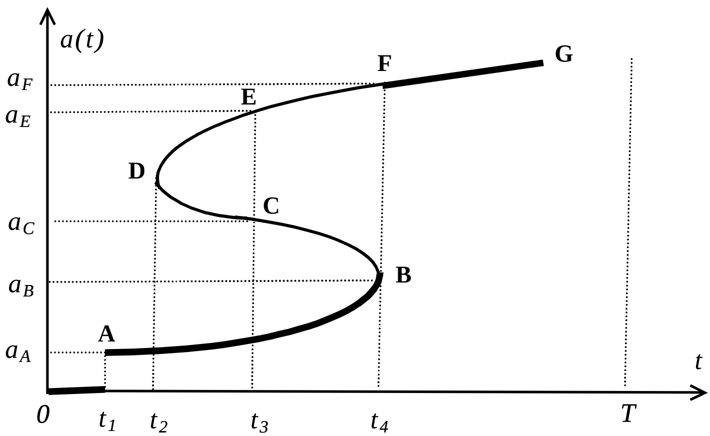


Рис. 8. Зависимость ставки оплаты от продолжительности рабочего времени

Наличие двух разрывов (в точках t_1 и t_4) кривой $a_{min}(t)$ может интерпретироваться следующим образом. В рамках рассматриваемой модели предпочтений агента существуют, как минимум, два пороговых значения. Первое: для того, чтобы побудить агента отработать небольшое количество часов (в пределе – сколь угодно малое) необходимо установить конечную ставку оплаты. Двойственным приведенному является утверждение, что за очень малую (но ненулевую) ставку оплаты ни один агент не согласится работать[1]. При этом необходимо принимать во внимание, что величина этого порога (то есть минимальная субъективная оценка стоимости своего труда и затрачиваемого времени) зависит от конкретного агента (см. экспериментальные данные ниже).

Второе пороговое значение обусловлено тем, что при превышении продолжительностью рабочего дня некоторого значения (когда начинает доминировать эффект дохода) агенту должны быть предложены стимулы, достаточные для того, чтобы он почувствовал, что дополнительное рабочее время позволяет ему достичь качественно нового более высокого уровня полезности. Действительно, с «экономической» точки зрения использование ставок оплаты из отрезка $[a_+; a_-]$ невыгодно, так как на увеличение ставки оплаты и, следовательно, совокупного дохода (равного затратам центра на стимулирование) агент реагирует снижением желательной продолжительности отрабатываемого времени. Иными словами, в этом диапазоне увеличение затрат на стимулирование приводит к уменьшению количества рабочего времени, что при условии монотонности функции дохода центра по числу часов, отрабатываемых агентом, приводит к убыванию целевой функции центра.

Итак, немонотонность функции $t(a)$ (существование участка $[a_+, a_-]$ убывания этой функции) приводит к тому, что обратное соответствие $a(t)$ не является однозначным. Возможным выхо-

[1] *Напомним, что мы считаем, что сутки, за исключением восьми часов на сон и пр., делятся на рабочее время и время досуга. Тем самым мы в первом приближении опускаем из рассмотрения время на дорогу от дома до работы и т.д.*

дом здесь является использование минимальной «ветви» (см. рисунок 8).

Аналогичные проблемы возникают при попытке определения функции $t(a)$ по известной зависимости $a(t)$. Приведем пример. Если график зависимости минимальной ставки оплаты от продолжительности желательного при этой ставке рабочего времени имеет вид, приведенный на рисунке 9, то график обратного соответствия $t(a)$ имеет вид, приведенный на рисунке 10. Содержательно, при малой продолжительности рабочего дня для обеспечения, например, постоянного значения суммарного дохода значение ставки оплаты должно быть велико. С ростом продолжительности рабочего дня величина ставки оплаты сначала уменьшается, а затем начинает возрастать, что может объясняться быстрым ростом «затрат» (физических, интеллектуальных и др.) агента при $t >> t_{min}$. «Обратная функция» – зависимость продолжительности рабочего времени от ставки оплаты ведет себя неоднозначно. Желательная продолжительность рабочего времени может уменьшаться с ростом ставки оплаты (доминирует эффект дохода – см. жирную ветвь на рисунке 10), а может и возрастать (доминирует эффект замещения).

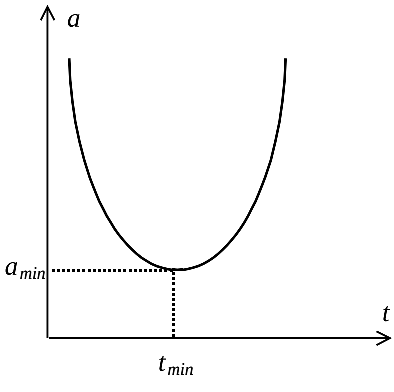


Рис. 9. Зависимость ставки оплаты от продолжительности рабочего времени

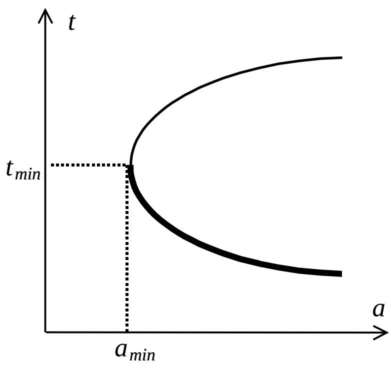


Рис. 10. Зависимость продолжительности рабочего времени от ставки оплаты

Следовательно, немонотонность функции $a(t)$ приводит к тому, что обратное соответствие $t(a)$ не является однозначным, и наоборот. Возможным выходом здесь, как и ранее, является использование минимальной «ветви» (см. рисунок 8), то есть доопределение обратного соответствия следующим образом:

$$t_{min}(a) = min\ \{t \geq 0 \mid a(t) = a\}.$$

Содержательно, такое определение желательной продолжительности рабочего времени соответствует введению предположения, что, если при некоторой ставке оплаты агент безразличен между работой в течение различного числа часов, то он при прочих равных предпочтет работать меньше, то есть – увеличит время досуга[1].

Возникает закономерный вопрос – насколько полученные в рамках рассматриваемой модели выводы о существовании порогов и нескольких максимумов у функции $a(t)$ соответствуют реальности. Даже гипотетических (не апеллирующих к экспериментальным данным) рассуждений может быть несколько.

Первое заключается в том, что человек вряд ли мыслит в «непрерывных» категориях и у него, наверное, существуют субъективные пороги различения ставок оплаты. Например, большинство агентов не «заметит» изменения ставки почасовой оплаты в несколько долей процента. Поэтому функция $a(t)$ для конкретного агента является дискретной и о ее «разрывах» можно говорить лишь качественно.

Во-вторых, зависимость ставки оплаты от числа отрабатываемых часов получена косвенным образом – мы считали известной зависимость желательной продолжительности рабочего дня от ставки оплаты и, используя ее, получили «обратную» зависимость – минимальной ставки оплаты, побуждающей отработать заданное число часов (см. более подробно ниже).

---

[1] *Одним из возможных объяснений этого и ему подобных «парадоксов» является следующее: реальные предпочтения агента скорее всего многомерны, то есть он оценивает каждую из альтернатив (доход, продолжительность времени досуга и т.д.) одновременно по нескольким критериям. При оценке различных альтернатив большее внимание может уделяться тем или иным (в общем случае различным!) критериям, что и приводит к «несогласованности» оценок.*

Имея в своем распоряжении зависимости $a(t)$ и $q(a)$, мы можем решать задачу стимулирования. Из предшествующего изложения следует, что для решения задачи стимулирования необходимо, помимо множеств допустимых стратегий агента и центра, знать функцию дохода центра и функцию затрат агента, или для последнего – минимальные затраты на стимулирование. Так как исследователь операций, как правило, находится на позициях оперирующей стороны – центра, то можно считать, что функция дохода центра известна (см. обсуждение «происхождения» целевой функции центра в [15, 19]). В рамках рассматриваемой модели минимальными затратами на стимулирование агента по отработке заданного количества часов является доход агента, который он получает при условии, что ему назначается ставка оплаты, побуждающая его отработать именно это число часов[1] (см. также раздел 1.4).

Таким образом, в рамках рассматриваемой модели идея решения задачи стимулирования заключается в следующем.

Зная зависимость $t(a)$, можно построить зависимости[2]: $a(t)$, $q(a) = a\ t(a)$ и $q(t) = t\ a(t)$. Если действием агента является выбор продолжительности рабочего времени: $y = t$ (при этом и стимулирование $s(t)$, и доход центра $H(t)$ зависят только от количества отработанных им часов), то необходимо определить оптимальное для центра значение продолжительности рабочего времени: $t^* = arg \max\limits_{t \in [0;T]} \{H(t) - q(t)\}$.

Если количество отработанных часов агента связано с его действием более сложным (но известным центру и исследователю операций) образом, например, $y = G(t)$, то минимальные затраты на стимулирование по реализации действия y равны:

---

[1] *При использовании центром сдельной оплаты она может быть связана с почасовой оплатой посредством установления нормативов времени (быть может, гибких, то есть зависящих от количества уже отработанных часов) на изготовление единицы продукции, являющейся «единицей отсчета» при сдельной оплате.*

[2] *Отметим, что, в силу неоднозначности «обратной» функции $a(t)$, функции $q(a)$ и $q(t(a))$ (а также $q(t)$ и $q(a(t))$ в общем случае не совпадут. Для их совпадения, в частности, достаточно, чтобы $a_- = a_+$.*

$$u(y) = \min_{t \in \{t \geq 0 | G(t) = y\}} q(t).$$

Оптимальным реализуемым действием y^* будет действие, доставляющее максимум целевой функции центра, то есть действие, максимизирующее разность между функцией дохода центра $H(y)$ и минимальными затратами на стимулирование:

$$y^* = arg \max_{y \in A} \{H(y) - u(y)\}.$$

Итак, мы рассмотрели две модели предложения рабочей силы, основывающиеся на дилемме «труд/досуг» в предположении использования центром пропорциональной системы стимулирования. Напомним, что в первой модели предполагалось существование функции индивидуальной полезности $u(q, t)$, определенной на множестве пар возможных доходов и продолжительностей свободного времени. Во второй модели подразумевалась известной зависимость $t(a)$ желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты. Интуитивно понятно, что эти модели должны быть достаточно тесно взаимосвязаны, являясь скорее всего частными случаями некоей более общей модели индивидуального поведения на рынке труда (см. раздел 1.4).

1.3. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ СТРАТЕГИИ ПРЕДЛОЖЕНИЯ ТРУДА: ТЕОРИЯ

Как следует из рассмотренной выше модели индивидуального поведения на рынке труда, во-первых, предложение рабочей силы определяется предпочтениями агента на множестве «доход $\times$ свободное время». Во-вторых, имея зависимость желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты, можно решать задачу синтеза оптимальной функции стимулирования в том виде, в котором она была сформулирована в предыдущих разделах.

При заданной ставке оплаты, выбирая желательную продолжительность рабочего времени, каждый агент руководствуется теми или иными индивидуальными принципами, отражающими его предпочтения. В контексте настоящего изложения[1] совокупность этих принципов будем условно называть ***стратегией*** индивидуального поведения на рынке труда (см. также описание индексов респондентов во второй главе настоящей работы) или *индивидуальной стратегией предложения труда*.

Если предпочтения агента на множестве «доход × свободное время» задаются функцией полезности $u(q, t)$, то в общем случае его стратегией является стремление к максимизации функции полезности. Однако такое описание является слишком общим (например, в его рамках можно констатировать наличие эффектов замещения и дохода, но, не зная точного вида функции полезности, невозможно предсказать в каких случаях какой из эффектов будет доминировать – см. выше), поэтому детализируем некоторые возможные принципы поведения, то есть рассмотрим ряд частных стратегий. Для этого следует ввести соответствующие частные предположения об индивидуальных предпочтениях (целях, формально выражаемых стремлением к максимизации того или иного критерия) и ограничениях, в рамках которых принимается индивидуальное решение. Итак, перечислим ряд теоретически возможных[2] стратегий индивидуального поведения.

<u>Стратегия 1</u> – максимизация дохода, независимо от свободного времени. Если доход работника q связан со ставкой оплаты a и свободным временем t (напомним, что $t = T - t$, где τ – рабочее время) следующим образом: $q(a) = a\ t(a) = a\ (T - t(a))$, то в рамках стратегии 1 агент предпочтет отработать 16 часов, неза-

---

[1] *В более общем случае стратегия индивидуального поведения на рынке труда должна отражать принципы принятия агентом решений не только относительно продолжительности рабочего времени в зависимости от ставки оплаты, но и относительно трудоустройства (найма на работу или увольнения) с учетом квалификации, образования и других индивидуальных свойств агента и ситуации на рынке труда, сложившейся к моменту принятия решения агентом и являющейся по отношению к нему внешней обстановкой.*

[2] *В настоящем разделе приводятся «гипотетические» стратегии поведения; соответствующие экспериментальны данные приведены ниже.*

висимо от ставки оплаты, то есть[1] $t_1^* = T$, $t_1^* = 0$, $q_1^* = a\ T$. График зависимости $t_1^*(a)$ приведен на рисунке 11.

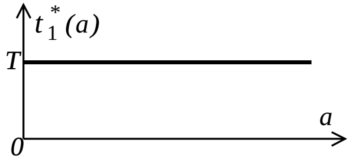


Рис. 11. Зависимость желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты в рамках стратегии 1

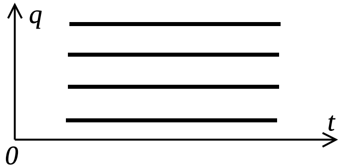


Рис. 12. Кривые безразличия функции полезности в рамках стратегии 1

Стратегия 2 – максимизация свободного времени, независимо от дохода. По аналогии со стратегией 1 для данного случая можно сделать вывод, что агент предпочтет все время тратить на досуг, то есть его рабочее время тождественно равно нулю (см. рисунок 13): $t_2^* = T$, $t_2^* = 0$, $q_2^* = 0$.

Рис. 13. Зависимость желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты в рамках стратегии 2

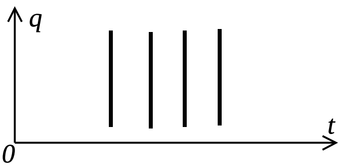


Рис. 14. Кривые безразличия функции полезности в рамках стратегии 2

Следует признать, что стратегии 1 и 2 являются достаточно экзотическими и редко встречаются на практике, являясь в некотором смысле предельными случаями. Однако, именно с точки

[1] *Нижний индекс здесь обозначает номер стратегии.*

зрения «предельности» они и представляют интерес для проводимого анализа.

Стратегия 3 – максимизация дохода при некотором постоянном значении продолжительности свободного времени t_0. Если время досуга фиксировано, а, следовательно, фиксировано и рабочее время, то доход пропорционален ставке заработной платы. Данная стратегия является обобщением стратегии 1 и при постоянной ставке оплаты интереса для теоретического анализа не представляет. Если используется непропорциональная система стимулирования, то оптимальным будет максимальный доход, удовлетворяющий бюджетному ограничению при заданном времени t_0 (точка А на рисунке 12).

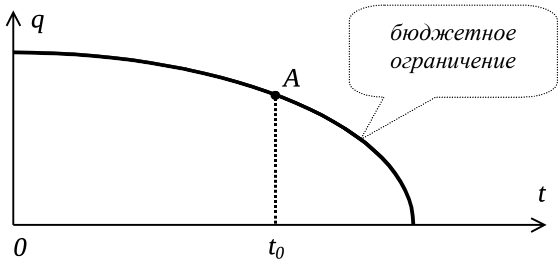


Рис. 15. Точка оптимума (А) в рамках стратегии 3

Стратегия 4 – максимизация свободного времени при постоянном (некотором фиксированном) уровне дохода. Максимизация свободного времени соответствует минимизации рабочего времени. Если q_0 – заданный уровень дохода, то минимальное рабочее время, необходимое для его обеспечения при ставке оплаты a, равно: $t(a) = min\ \{q_0/a,\ T\}$ (см. рисунки 16 и 17).

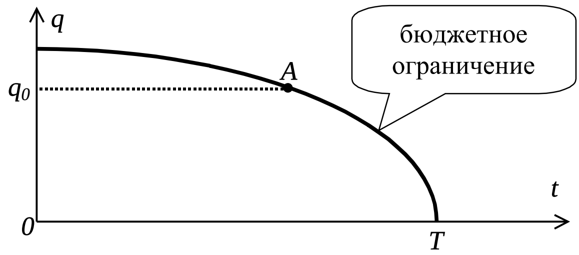


Рис. 16. Точка оптимума (A) в рамках стратегии 4

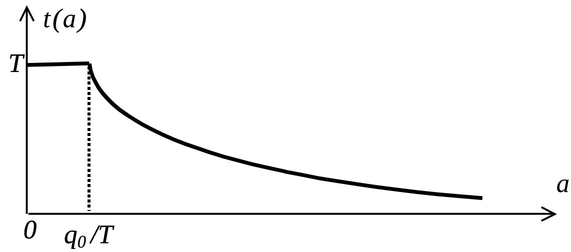


Рис. 17. Зависимость желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты в рамках стратегии 4

График зависимости желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты при фиксированном уровне дохода (гипербола при постоянной ставке оплаты) называется *изоквантой*, или *кривой постоянного дохода* (не путать с кривой безразличия функции полезности!).

Стратегия 5 – продолжительность рабочего времени должна быть не меньше, чем некоторая фиксированная величина t_-, и не больше, чем некоторая фиксированная величина t_+.

Содержательно, этот случай может соответствовать тому, что во многих ситуациях бессмысленно работать в течение, например, одного часа в день, тратя на дорогу несколько часов[1],

[1] *Напомним, что мы рассматриваем индивидуальное поведение на рынке труда в предположении, что имеется единственно возможная*

или, например, тому, что при достаточном суммарном доходе существенными становятся такие «второстепенные» факторы как необходимость общения (в том числе – с коллегами по работе), разнообразия деятельности и др.

С другой стороны, в ряде случаев, существуют ограничения t_+ сверху, меньшие шестнадцати часов, на максимальную продолжительность рабочего времени, соответствующие, например, для женщин необходимости ведения домашнего хозяйства, воспитания детей и т.д.

<u>Стратегия 6</u> – существует денежный эквивалент $m(t)$ полезности (ценности) свободного времени[1]. Это предположение означает, что полезность агента может быть измерена в денежных единицах и складывается из «чистого» дохода $q(t)$ и «дохода» от свободного времени $m(t)$, то есть: $u(q, t) = q(t) + m(t)$. Максимизации полезности при этом будет соответствовать выбор свободного времени (или, что то же самое – рабочего времени, так как они связаны однозначно), который максимизировал бы сумму денежных ценностей, то есть: $q(t) + m(t) \to \max_{t \in [0;T]}$. Обозначим t^* – решение этой задачи.

Так как при заданной ставке оплаты выполнено $q(t) = a\,(T - t)$, то есть функция полезности является квазилинейной [49], то в предположении внутреннего решения условием оптимальности будет: $\frac{dm(t^*)}{dt} = a$. Выше это условие интерпретировалось следующим образом – альтернативная стоимость часа досуга равна (в равновесии) ставке заработной платы.

Рассмотрим несколько частных случаев.

потенциальная работа (совместительство исключается), время на дорогу до которой не учитывается и т.д. (см. выше).

[1] *Зная индивидуальную ценность свободного времени $m(t)$, можно определить соответствующую ценность рабочего времени: $\tilde{m}(t) = m(T - t)$.*

1. Пусть «стоимость» одного часа досуга постоянна и равна b. Тогда оптимально решение $t^* = \begin{cases} 0, \text{при } b < a \\ T, \text{при } b > a \end{cases}$ (при $b = a$ работник безразличен между работой и отдыхом в течение любого времени от нуля до 16 часов).

2. Пусть «стоимость» каждого последующего часа досуга выше (соответственно, часа рабочего времени – ниже), чем предыдущего (формально это означает, что $m(t)$ – монотонная выпуклая функция). Тогда оптимальное решение имеет вид:

$$t^* = \begin{cases} 0, \text{при} \quad a > m(T) / T \\ T, \text{при } a \in (0; m(T) / T) \end{cases}$$

(при $a = 0$ или $a = m(T)/T$ работник безразличен между работой и отдыхом в течение любого времени от нуля до 16 часов).

Отметим, что первые два случая представляются достаточно экзотическими с точки зрения содержательных интерпретаций как вводимых в них предположений, так и следующих из них выводов. Более соответствующим реальности представляется следующий случай.

3. Пусть «стоимость» каждого последующего часа досуга ниже (соответственно, часа рабочего времени – выше), чем предыдущего (формально это означает, что $m(t)$ – монотонная вогнутая функция). Тогда оптимальное решение: $t^* = min\ \{T;\ m'^{-1}(a)\}$, где $m'^{-1}(x)$ – функция, обратная производной функции $m(x)$.

Пример 3. Если $m(t) = 2\sqrt{b\, t}$, то наблюдаем чистый эффект замещения (см. рисунок 18): $t^* = max\ \{0;\ T - b/a^2\}$. •

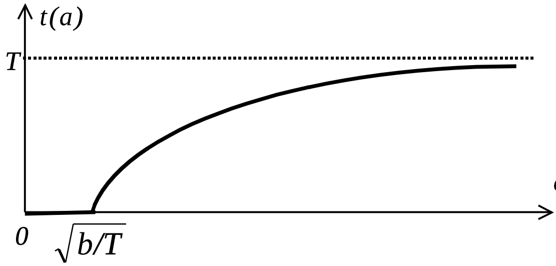


Рис. 18. Зависимость желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты в примере 3

Стратегия 7 – обеспечение полезности, не меньшей заданного уровня g. При использовании этой стратегии допустимыми будут любые комбинации дохода и свободного времени, лежащие выше соответствующей кривой безразличия (см. рисунок 19).

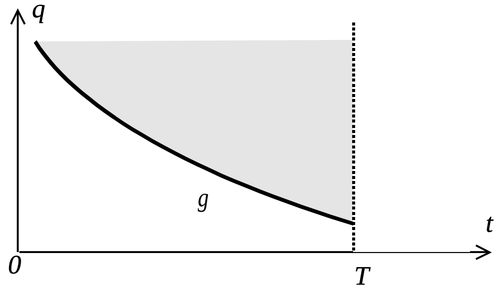


Рис. 19. Допустимые комбинации дохода и свободного времени в рамках стратегии 7

Рассмотренные стратегии индивидуального поведения на рынке труда позволяют проводить качественный анализ предпочтений агента. Они практически никогда не встречаются на практике в «чистом» виде, но являются элементами «конструктора», используя которые можно декомпозировать и объяснять наблюдаемые явления (см. вторую часть настоящей работы). Эффективным инструментом при этом являются также изокванты (кривые постоянного дохода).

Пример 4. Рассмотрим следующий гипотетический пример, иллюстрирующий некоторые возможные комбинации введенных выше стратегий (см. рисунок 20).

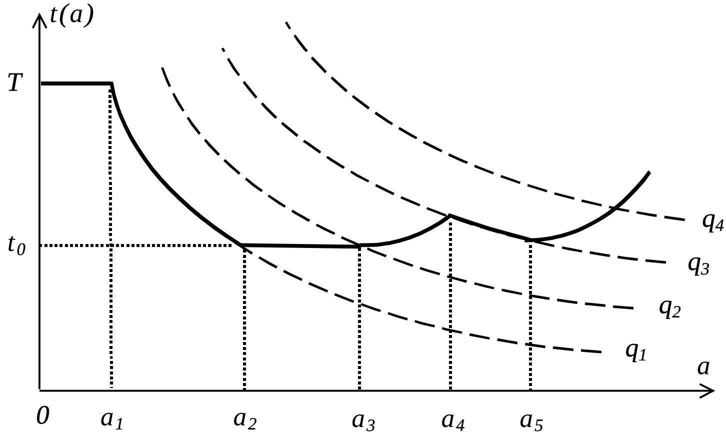


Рис. 20. Комбинация индивидуальных стратегий

Нанесем на плоскость $(a,\ t(a))$ изокванты, соответствующие суммарным доходам q_1 £ q_2 £ q_3 £ q_4. Эти значения могут рассматриваться как субъективные нормы суммарного дохода. Например, минимальное значение дохода q_1 – минимум, необходимый для выживания, q_2 – среднее значение дохода для социальной группы, которой принадлежит агент, q_3 – желательный для данного агента в настоящее время при заданных внешних условиях уровень суммарного дохода, q_4 – желательный, но недостижимый при данных условиях уровень дохода, соответствующий качественно более высокому уровню благосостояния и т.д.

Индивидуальные предпочтения выделены на рисунке 20 жирной линией. Рассмотрим характерные участки значений ставки заработной платы.

На участке $[0;\ a_1]$ преобладает стратегия 1 – все время тратится на работу, при этом доход меньше, чем q_1. На участке $[a_1;\ a_2]$ доминирует стратегия 4 – при постоянном доходе q_1 максимизируется свободное время (эффект дохода). На участке $[a_2;\ a_3]$ дополнительно «включается» стратегия 5 – работать менее t_0 часов в день данный агент считает нецелесообразным. Достигнув уровня дохода q_2, агент с ростом ставки оплаты стремится увеличить суммарный доход до новой «нормы» q_3, то есть на участке $[a_3; a_4]$ кривая возрастает (эффект замещения), и далее на участке $[a_4; a_5]$ агент вполне удовлетворен новым уровнем суммарного дохода – кривая движется вдоль изокванты q_3. При превышении ставкой оплаты значения a_5 агент видит возможность достижения качественно более высокого уровня доходов – кривая опять возрастает (эффект замещения). Отметим, что кривая, приведенная на рисунке 20, удовлетворяет УМД – с ростом ставки оплаты агент предпочитает такую продолжительность рабочего времени, при которой его суммарный доход не убывает (то есть возрастает или остается постоянным). •

Более подробное обсуждение индивидуальных стратегий поведения на рынке труда отложим до анализа экспериментальных данных (см. вторую главу).

Таким образом, в первых трех разделах настоящей работы введены гипотетические стратегии индивидуального поведения на рынке труда и описаны методы их анализа в терминах моделей теории управления (теоретико-игровые задачи стимулирования) и экономики труда. Предложенный инструментарий используется ниже при анализе результатов экспериментального исследования индивидуальных предпочтений (см. вторую часть).

Напомним, что описание индивидуальных предпочтений проводилось в рамках их представления функциями полезности (модель экономики труда) или целевыми функциями (модель теории управления). Так как оба эти представления описывают один и тот же объект, то необходимо установить соответствие между ними, указав причинно-следственные связи, а также преимущества и недостатки каждого из них, что и делается в следующем разделе.

1.4. ВЗАИМОСВЯЗЬ МЕЖДУ РАЗЛИЧНЫМИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯМИ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ПРЕДПОЧТЕНИЙ

Напомним, что до сих пор мы рассматривали модели индивидуального поведения на рынке труда в предположении, что за каждый отработанный час агент получает одинаковую оплату (ставка оплаты считалась постоянной). Откажемся от этого предположения, то есть расширим класс допустимых систем стимулирования (любая система стимулирования может рассматриваться как пропорциональная с переменной ставкой оплаты)[1].

Действием агента будем считать продолжительность рабочего времени t, которая однозначно определяет продолжительность свободного времени: $t = T - t$, то есть $y = t$, $A = [0; T]$. Предположим, что центр использует некоторую (не обязательно пропорциональную) систему стимулирования $s(t)$. Определим функцию «оплаты свободного времени» $\tilde{s}(t) = s(T - t)$. Отметим, что, если $s(\cdot)$ – возрастающая (убывающая, выпуклая, вогнутая) функция, то $\tilde{s}(t)$ – убывающая (соответственно, возрастающая, выпуклая, вогнутая) функция.

Если функция стимулирования задана, то, фактически, можно считать, что задана и зависимость дохода от свободного времени:

$$q(t) = \tilde{s}(t) = s(T - t).$$

Определяя наиболее предпочтительное (с точки зрения значения своей функции полезности $u(q, t)$) значение продолжительности рабочего времени, агент решает следующую задачу:

(*1*) $u(q, t) = u(s(T - t), t) \to \max\limits_{t \in [0;T]}$.

Предполагая существование внутреннего решения t^* ($t^* \in (0; T)$), получаем необходимое условие оптимальности:

---

[1] *Подробное описание результатов анализа различных функций стимулирования в "геометрических" терминах кривых безразличия функций полезности и бюджетных ограничений приведено в* [15].

(2) $\frac{u_t'}{u_q'} = - \tilde{s}'(t) = s'(T-t) = s'(t).$

Левая часть выражения (2) с точностью до знака совпадает с производной кривой безразличия функции полезности, следовательно в точке оптимума графики кривой безразличия полезности $u(\cdot)$ и функции стимулирования $s(\cdot)$ должны иметь общую касательную. Содержательно это утверждение означает, что предельный доход должен быть равен предельному стимулированию ($\frac{dq(t^*)}{dt} = - \left.\frac{ds(t)}{dt}\right|_{t=T-t^*}$), то есть в точке оптимума альтернативная стоимость единицы свободного времени равна скорости изменения вознаграждения (см. экономические интерпретации подобных утверждений в [28, 36, 44]).

В предыдущих разделах мы рассмотрели несколько различных описаний (моделей) индивидуальных предпочтений, определяющих поведение на рынке труда. Исследуем взаимосвязь между ними.

Напомним, что в рамках теоретико-игровой модели предпочтения агента отражаются (см. выше) его целевой функцией $f(\cdot)$, представляющей собой разность между стимулированием и затратами: $f(y, s) = s(y) - c(y)$, где y Î A – действие агента. В макроэкономических моделях предпочтения агента задаются либо функцией полезности $u(q, t)$, определенной на множестве «доход × свободное время», либо более частными зависимостями $t(a)$ и $a(t)$: соответственно, желательной продолжительности рабочего времени t от ставки оплаты a, или минимальной ставки оплаты от продолжительности рабочего времени, которое агенту предлагается отработать.

Как отмечалось выше, между переменными функции полезности и целевой функции существует простая связь: y « t, $t = T - t$, s « q, A « $[0; T]$, где $T = 16$ часов. Если используется пропорциональная система стимулирования, то $q(t) = a\ t$ (в более общем случае $q(t) = s(t)$).

Установление взаимосвязи между различными моделями предполагает исследование следующей **задачи**: информация об индивидуальных предпочтениях задана одним из четырех способов (см. рисунок 21):

I. Известна функция полезности $u(q, t)$;

II. Известна минимальная ставка почасовой оплаты $a(t)$, при которой агент согласен отработать заданное число часов t[1];

III. Известна зависимость $t(a)$ желательной продолжительности рабочего времени (в день) t от ставки почасовой оплаты a;

IV. Известна целевая функция $f(t, s)$.

Требуется для каждого из четырех описаний ответить на следующий вопрос: можно ли, зная данную конкретную зависимость тем или иным образом (и каким?) «восстановить» остальные зависимости?[2]

Помимо сформулированного общего вопроса о взаимосвязи различных представлений индивидуальных предпочтений, существуют два более частных вопроса. Первый – так как мы умеем (будем, по крайней мере, считать, что это так) решать теоретико-игровую задачу стимулирования, то каковы должны быть требования к экспериментальным данным для других моделей, по которым можно было бы идентифицировать теоретико-игровую модель? Второй вопрос обусловлен тем, что при рассмотрении макроэкономических моделей в основном изучаются пропорциональные системы стимулирования. В то же время, из формального анализа известно, что во многих случаях пропорциональные системы стимулирования, являющиеся частным случаем положительнозначных кусочно-непрерывных систем стимулирования, не

---

[1] *В определенном смысле эквивалентной данной является информация о минимальной оплате $q_0(t)$, за которую агент согласен отработать t часов ($q_0(t) = t\ a(t)$).*

[2] *Отметим, что выше были описаны способы теоретического решения задачи стимулирования для случая когда известна либо функция полезности $u(\cdot)$, либо целевая функция $f(\cdot)$. В то же время, для идентификации ОС* [3, 14, 15, 20, 52], *то есть определения параметров описываемого (моделируемого реального) агента вряд ли можно непосредственно выявить его функцию полезности или целевую функцию, в то время как возможность экспериментального выявления зависимостей $a(t)$ и $t(a)$ представляется более реальной (см. вторую главу).*

оптимальны [15, 21]. Поэтому необходимо выяснить можно ли, используя эти частные зависимости при экспериментальной идентификации различных представлений индивидуальных предпочтений, получить информацию о более общих свойствах, например, функции затрат?

Для четырех вариантов описания индивидуальных предпочтений возможны шестнадцать их попарных комбинаций. Так как очевидно, что каждый из вариантов эквивалентен сам себе, получаем двенадцать комбинаций, последовательно рассматриваемых ниже (нумерация связей между вариантами введена на рисунке 21, направление стрелок отражает интересующее нас «направление» зависимости – из какого какое описание мы хотим получить).

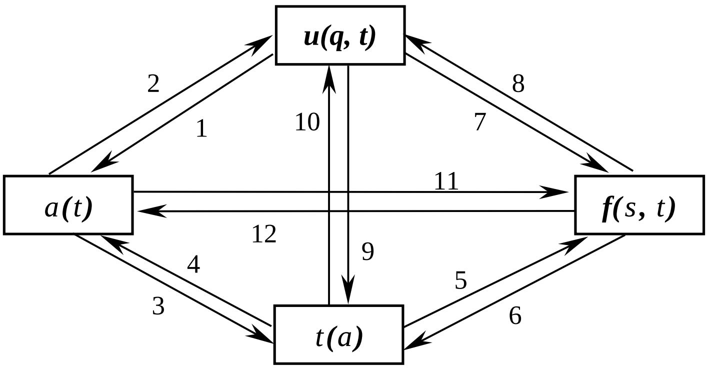


Рис. 21. Варианты описания индивидуальных предпочтений и возможные связи между ними.

Прежде чем систематически рассматривать взаимосвязь между вариантами, обсудим что мы будем понимать под «восстановлением» одного описания индивидуальных предпочтений на основании другого описания. Так как каждое из описаний однозначно определяется вполне конкретной зависимостью одних параметров от других (задается функцией или соответствием), то наиболее жестким требованием является возможность однозначного восстановления искомой зависимости по заданной. Если по известной зависимости A можно однозначно вычислить зависимость B, где A, B Î $\{I; II; III; IV\}$, то будем говорить, что B является *следствием* A, и будем обозначать этот факт A ® B. Если одновременно выполнено A ® B и B ® A, то описания A и B *эквивалентны*.

Требование возможности однозначного восстановления и, тем более, эквивалентности является во многих случаях слишком жестким. Поэтому, помня, что нас интересует поведение агента, рациональное с точки зрения формально описанной системы его предпочтений (в силу гипотезы рационального поведения рациональным является выбор агентом стратегии, максимизирующей его целевую функцию или функцию полезности), можно использовать более слабый вид «причинно-следственных» связей, основывающийся на эквивалентности наблюдаемого извне системы ее поведения. Действительно, если, например, две различных целевых функции имеют одинаковые точки максимума (что в рамках гипотезы рационального поведения приводит к выбору агентом этой точки), то с точки зрения внешнего наблюдателя (который «видит» только выбранную агентом стратегию) обе целевых функции эквивалентны. Такой вид причинно-следственных связей будем называть «*эквивалентностью по внешнему поведению*[1]» (ЭВП).

Перейдем к последовательному рассмотрению двенадцати вариантов связей между четырьмя представлениями индивидуальных предпочтений.

<u>Вариант 1.</u> Пусть известна функция полезности агента $u(q, t)$, исследуем возможность получения на основании этой информации зависимости $a(t)$ минимальной ставки оплаты, побуждающей агента отработать заданное число часов.

Если положить значение ставки оплаты равной той, на которой достигается максимум полезности при заданной продолжи-

---

[1] *Необходимо помнить, что эквивалентность по внешнему поведению зависит от используемых предположений о рациональности индивидуального поведения и, кроме того, от того как доопределяется выбор агента на множестве решений игры* (*может использоваться гипотеза благожелательности, гарантированный результат и т.д.* [21, 22]). *Два описания могут удовлетворять ЭВП при одних гипотезах о рациональности и не удовлетворять ЭВП при использовании других гипотез.*

тельности рабочего времени, то есть $a(t) = arg \max_{a \geq 0} u(a\ t, T - t)$, то максимум полезности может достигаться при бесконечных ставках оплаты (см. также выше).

Поэтому о зависимости $a(t)$ в этом случае имеет смысл говорить в предположении, что агент использует какую-либо частную стратегию, например, стратегию 4 (см. выше), то есть стремится максимизировать свободное время при условии, что его доход не ниже некоторой заданной величины q_0 (**условие 1.1**). В последнем случае выполнено:

(3) $a(t) = q_0 / t$.

Альтернативой является стратегия (**условие 1.2**), заключающаяся в стремлении агента обеспечить себе заданный уровень полезности, например, уровень $\overline{U}$, соответствующий резервной заработной плате [15, 41]. Тогда имеет место

(4) $a(t) = min \{a \geq 0 \mid u(a t, T - t) \geq \overline{U} \}$.

В случае, если выполнено (4), затраты агента определяются наиболее просто – они равны тому доходу, который необходимо выплатить агенту для того, чтобы он получил заданный уровень полезности:

(5) $c(t) = t\ a(t)$.

Таким образом, утверждение $I \rightarrow II$ в общем случае не имеет места, оно справедливо лишь при наложении дополнительных (достаточных[1]) условий, например – условий 1.1 или 1.2.

Вариант 2. Однозначное восстановление функции полезности $u(q, t)$ по известной зависимости $a(t)$ в общем случае невозможно. Соответствующие достаточные условия могут быть установлены для набора частных случаев и не носят сколь либо общего характера (см. также вариант 10).

Вариант 3. Отображение $t(a)$ может рассматриваться как обратное к функции $a(t)$, поэтому с формальной точки зрения[2]

---

[1] *Другими словами, необходима конкретизация того, что понимается под "минимальностью" ставки оплаты.*

[2] *С содержательной точки зрения кривые $a^{-1}(t)$ и $t(a)$, а также $t^{-1}(a)$ и $a(t)$, не должны совпадать, так как зависимость $a(t)$ отражает минимальную ставку оплаты, а $t(a)$ – желаемую продолжительность*

достаточным условием существования обратной функции является, например, **условие 3**: функция $a(t)$ – непрерывная и строго монотонная. Содержательные интерпретации взаимосвязи описаний II и III приведены выше.

Вариант 4. По аналогии с вариантом 3 с формальной точки зрения можно утверждать, что для того, чтобы для функции $t(a)$ существовала обратная функция (а не многозначное отображение) достаточно, чтобы выполнялось **условие 4**: функция $t(a)$ – непрерывная и строго монотонная.

Вариант 5. Пусть известна функция $t(a)$, исследуем возможность получения на основании этой информации целевой функции $f(s, t)$. Так как целевая функция представляет собой разность между стимулированием и затратами, и именно затраты являются искомой величиной, то под «восстановлением» целевой функции следует понимать определение функции затрат агента.

По известной функции $t(a)$ можно вычислить зависимость дохода от ставки оплаты:

(6) $q(a) = a\ t(a)$.

Желательный доход агента может рассматриваться как минимальные затраты центра на стимулирование по компенсации затрат агента [15, 22]. Однако, затраты агента в явном виде зависят от его действия – продолжительности рабочего времени $t\ \hat{I}\ [0; T]$, поэтому использовать выражение (6) «в лоб» для определения затрат нельзя – необходимо перейти от зависимости $q(a)$ к зависимости $q(t)$. Сделать это можно, в частности, в рамках варианта 4, что требует введения дополнительных предположений. Поэтому в качестве достаточного для возможности рассматриваемого перехода может рассматриваться условие 4 (см. также описание варианта 11).

Однако, такой подход к определению функции затрат неправомерен по следующей причине. Если используется пропорциональная система стимулирования, то в предположении существо-

---

рабочего времени, причем каждый из этих параметров может оцениваться субъектом по различным критериям. Это суждение подтверждается экспериментальными данными (см. показатели L_1 и L_2, отражающие уровень притязаний, во второй главе настоящей работы).

вания внутреннего решения выбираемое агентом действие должно удовлетворять уравнению

(7) $c'(t) = a$,

где $c'(\cdot)$ – производная функции затрат. Выражая из (7) продолжительность рабочего времени, получаем:

(8) $t(a) = c'^{-1}(a)$,

где $c'^{-1}(\cdot)$ – функция, обратная производной функции затрат. Зная зависимость $t(a)$, можно (в рамках предположений о монотонности и непрерывности производной функции затрат, а также предположения о том, что $c(0) = 0$) найти функцию затрат как решение уравнений (7)-(8), то есть

(9) $c(y) = \int_0^y t^{-1}(z)\, dz$.

Для существования функции затрат, вычисляемой в соответствии с выражением (9), достаточно выполнения условия 4. В случае нарушения условия 4 при обработке экспериментальных данных (см. вторую часть настоящей работы) использовалась минимальная ветвь отображения $t^{-1}(\cdot)$. Сравнивая выражения (6) и (9), получаем, что при любой монотонно возрастающей положительнозначной функции $t(\cdot)$ выполнено

$$\int_0^y t^{-1}(z)\, dz \le y\, t^{-1}(y),\ y \ge 0,$$

то есть именно выражение (9) характеризует минимальные затраты на стимулирование.

<u>Вариант 6.</u> По известной целевой функции (то есть по известным затратам $c(t)$) зависимость $t(a)$ вычисляется достаточно просто (см. также варианты 8 и 9, так как рассматриваемый вариант является частным случаем их комбинации), и при этом не требуется введения дополнительных предположений.

Рассмотрим пропорциональную систему стимулирования (систему стимулирования L-типа [15, 19, 23]) со ставкой оплаты a: $s_L(t) = a\ t$. Тогда целевая функция агента равна: $f(s, t) = a\ t - c(t)$. Положим $t(a) = arg \max\limits_{t \in [0;T]} \{a\ t - c(t)\}$. Если функция затрат является гладкой, строго монотонной и выпуклой, то зависимость желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты определяется в явном виде следующим образом: $t(a) = c^{'-1}(a)$.

<u>Вариант 7.</u> Данный вариант представляет самостоятельный интерес (не только в контексте настоящего исследования) по следующим причинам. Как отмечалось выше, целевая функция, записанная в виде «стимулирование минус затраты», является частным случаем представления функции полезности.

В теории принятия решений задаче декомпозиции функции полезности посвящено значительное число исследований. Наиболее известна так называемая задача аддитивной представимости, которая заключается в следующем[1] (мы опишем ее на примере рассматриваемой в настоящей работе функции полезности, зависящей от двух переменных – дохода и свободного времени).

Пусть известна функция $u(q, t)$. Необходимо определить каким требованиям она должна удовлетворять (какими свойствами она должна обладать) для того, чтобы ее можно было представить в виде суммы двух функций полезности, одна из которых зависит только от первой переменной – дохода, а вторая – только от второй переменной – свободного времени, то есть:

(10) $u(q, t) = u_1(q) + u_2(t)$.

Нас в рамках седьмого варианта интересует частный случай задачи аддитивной представимости функции полезности в виде $u(q, t) = q - c(t)$, то есть $u_1(q) = q$, $u_2(t) = c(T - t)$ (см. стратегию 6 индивидуального поведения, в рамках которой $c(t) = -\tilde{m}(T - t)$). Для решения этой задачи можно воспользоваться общими результатами, полученными в теории принятия решений (см. ссылки в сноске), однако мы используем специфику задачи стимулирования.

В задаче стимулирования при заданной функции стимулирования доход является функцией, зависящей от рабочего времени, поэтому условно можно считать, что полезность зависит только от одной переменной: $U_s(t) = u(s(t), T - t)$. При заданной систе-

---

[1] *Необходимые и достаточные условия декомпозиции функции полезности для многих практически важных моделей принятия решений приведены, например, в* [40], *их подробный обзор проведен в* [59].

ме стимулирования целевая функция $f(s, t)$ также может рассматриваться как функция одной переменной: $F_s(t) = s(t) - c(t)$. Будем говорить, что представление индивидуальных предпочтений в виде целевой функции эквивалентно по внешнему поведению представлению индивидуальных предпочтений в виде функции полезности, если для заданной функции полезности существует функция затрат, такая, что для любых функций стимулирования из того, что в некоторой точке достигается глобальный максимум функции полезности $U_s(t)$ следует, что в этой же точке достигается максимум целевой функции $F_s(t)$, и наоборот.

Запишем формальное определение. Два представления индивидуальных предпочтений (функциями полезности и целевыми функциями) **удовлетворяют ЭВП**, если:

$$\$\ c(\cdot): [0; T] \text{ ® } \Re_1^+ : \text{ " } s(\cdot)\ Arg \max_{z\in[0;T]} U_s(z) = Arg \max_{z\in[0;T]} F_s(z).$$

Поиск классов функций полезности, удовлетворяющих приведенному выше условию, представляет собой самостоятельную (и достаточно сложную[1]) математическую задачу. Мы воспользуемся тем, что возможна следующая цепочка переходов между различными представлениями: I → III → IV (см. варианты 9 и 5, а также рисунок 22 ниже). Для осуществления указанной последовательности переходов достаточно, например, выполнения условия 4 (см. описание варианта 5 выше).

Таким образом, для определения целевой функции по известной функции полезности необходимо произвести следующую цепочку действий. Первое – вычислить по известной функции полезности $u(q, t)$ зависимость $t(a)$ (см. вариант 9). Второе – по известной функции $t(a)$ определить зависимость $a(t)$ (см. вариант 5). Если $t(a)$ – непрерывная строго монотонная функция (условие 4), то функция затрат вычисляется в соответствии с (7)-(9).

<u>Вариант 8.</u> Целевая функция $f(s, t) = s(t) - c(t)$ с учетом взаимосвязи дохода и стимулирования: $q = s(t)$, действия и

---

[1] *Например, в модели простого активного элемента* [ ] *совпадают участки монотонности его функции полезности и ожидаемой полезности.*

рабочего времени: y « t; а также взаимосвязи свободного и рабочего времени: $t + t = T$, может рассматриваться как частный (аддитивный) случай функции полезности $u(q, t)$, то есть имеет место:

$$u(q, t) = f(s(T-t), T-t) = s(T-t) - c(T-t).$$

Следовательно, по заданной целевой функции всегда можно формально построить функцию полезности (понятно, что при этом они будут также эквивалентны по внешнему поведению).

Вариант 9. При известной функции полезности зависимость желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты определяется следующим образом – она будет равна такому значению продолжительности рабочего времени, которое максимизирует полезность при заданной системе оплаты, то есть:

(11) $t(a) = arg \max\limits_{t \in [0;T]} u(a\ t, T-t)$.

В более общем случае (то есть при нелинейной зависимости вознаграждения от числа отработанных часов) имеет место:

(12) $t(s) = arg \max\limits_{t \in [0;T]} u(s(t), T-t)$.

Никаких дополнительных условий рассматриваемый переход не требует.

Вариант 10. По заданной зависимости $t(a)$ желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты восстановить функцию полезности в общем случае нельзя (см. также вариант 2). Действительно, однозначное восстановление функции двух переменных по параметрически заданному множеству точек ее максимума невозможно[1].

Вариант 11. В рамках данного варианта вопрос стоит об определении функции затрат $c(t)$ по информации о функции $a(t)$ – зависимости минимальной ставки почасовой оплаты от требуемой продолжительности рабочего времени.

---

[1] *В том числе, недостаточной является информация, которая может быть получена из необходимого условия максимума:* $\dfrac{\partial u(a\,t, T-t)}{\partial t} = t(a)$.

Вычислим функцию затрат следующим образом (ср. с (6)):

$$c(t) = t\ a(t),$$

тогда с точки зрения внешнего поведения описания II и IV эквивалентны.

Поясним последнее утверждение более подробно. Пусть некоторое действие $t^* \in [0; T]$ реализуемо в представлении II, тогда минимальные затраты центра на стимулирование равны $J(t^*) = t^*\ a(t^*)$. Если использовать эти минимальные затраты на стимулирование в качестве функции затрат, входящей аддитивно в целевую функцию в представлении IV, то получим, что и в этом случае это действие можно реализовать квазикомпенсаторной системой стимулирования или в рамках гипотезы благожелательности – компенсаторной системой стимулирования.

Однако, при таком переходе, как и в выражении (6) варианта 5, вычисляются "неминимальные" затраты на стимулирование. Более корректным является использование условия (7), которое (в предположении $c(0) = 0$) дает

(13) $c(t) = \int_0^t a(z)\, dz$.

В предположении монотонности функции $a(t)$ (см. условие 3) имеет место $\int_0^t a(z)\, dz \leq t\ a(t)$, то есть именно выражение (13) характеризует минимальные затраты на стимулирование.

<u>Вариант 12.</u> Восстановление зависимости $a(t)$ по известной целевой функции возможно не всегда. Качественно, проблема состоит в том, что в целевую функцию входит «переменная» система стимулирования. Для того, чтобы получить действительно минимальную ставку оплаты, побуждающей агента отработать заданное число часов, необходимо использовать минимальную систему стимулирования, реализующей соответствующее действие. Как известно из предшествующего изложения (см. раздел 1.1), минимальной является компенсаторная система стимулирования.

Перейдем к формальному описанию. Из выражений (5) и (6) следует, что ставка оплаты может быть определена как отношение дохода (стимулирования) к продолжительности рабочего времени:

(14) $a(t) = q(t) / t$.

Доход агента определяется значением функции стимулирования. Покажем, что, использование выражения (14) позволяет обоснованно говорить об эквивалентности описаний II и IV по внешнему поведению.

Пусть в рамках описания IV некоторая система стимулирования s реализует действие t^*. Тогда имеет место:

(15) $s(t^*) \geq c(t^*)$.

Следовательно, при ставке оплаты $a = s(t^*) / t^*$, агент согласится отработать t^* часов. Следовательно, действие t^* реализуемо и в рамках описания II.

Однако, следует помнить, что по определению $a(t)$ – минимальная ставка оплаты, за которую агент согласен отработать заданное число часов. Минимум значения a, как следует из (14), достигается при минимальной величине стимулирования, которое, в свою очередь, ограничено снизу затратами агента (см. выражение (15)). Поэтому для корректного определения ставки оплаты следует положить $s(t^*) = c(t^*)$. Этому условию удовлетворяет компенсаторная система стимулирования. Значит, рассматриваемый переход возможен, если выполнено **условие 12**: центр использует компенсаторную систему стимулирования[1].

Итак, мы рассмотрели двенадцать вариантов «перехода» от одних представлений индивидуальных предпочтений к другим. Описание каждого из вариантов производилось конструктивно, то есть указывались «алгоритмы» вычислений и условия, при которых рассматриваемые переходы возможны. Рассмотрим теперь всю совокупность приведенных в настоящем разделе результатов в целом.

---

[1] *В противном случае (при использовании «некомпенсаторных» систем стимулирования) центр переплачивает агенту (расходы центра на стимулирование превышают минимально необходимые для реализации заданного действия). Отметим, что в двойственном рассматриваемому – одиннадцатом – варианте такие «переплаты» исключались (см. выражение (13)).*

Таблица 1 содержит сводку результатов исследования эквивалентности различных описаний. Столбцы и строки соответствуют различным описаниям. На пересечении строки и столбца стоят символы, отображающие отношение между описаниями: символ «↔» означает, что описания эквивалентны (в том числе, каждое описание эквивалентно самому себе) в оговоренном выше смысле; символ «↵» означает, что из описания, соответствующего столбцу, можно получить описание, соответствующее строке, символ «↵̸» означает, что из описания, соответствующего столбцу, нельзя получить описание, соответствующее строке. Кроме того, в ячейках таблицы указаны номера вариантов (см. рисунок 21 и описание вариантов выше) и номера условий, достаточных для возможности осуществления перехода (если номер условия отсутствует, то это означает, что переход возможен всегда).

Таблица 1. Сводная таблица взаимосвязи различных представлений индивидуальных предпочтений

Представления индивидуальных предпочтений	$u(q,t)$	$a(t)$	$t(a)$	$f(s, t)$
$u(q,t)$	↔	↵̸ (вариант 2)	↵̸ (вариант 10)	↵ (вариант 8, условие ЭВП)
$a(t)$	↵ (вариант 1, условия 1.1 и 1.2)	↔	↵ (вариант 4, условие 4)	↵ (вариант 12, условие 12)
$t(a)$	↵ (вариант 9)	↵ (вариант 3, условие 4)	↔	↵ (вариант 5)
$f(s, t)$	↵ (вариант 7, условие 4)	↵ (вариант 11, условие 3)	↵ (вариант 4, условие 4)	↔

Представим результат таблицы 1 в виде графа, приведенного на рисунке 22. Вершины графа соответствуют различным представлениям индивидуальных предпочтений. От одной вершины проведена дуга к другой, если на основании информации о первом описании может быть получено второе описание. Жирными дугами выделены отношения между описаниями, переход между которыми не требует дополнительных условий. У тонких дуг, соответствующих допустимым переходам, для осуществления которых требуется введение дополнительных предположений, указаны номера этих предположений[1] (достаточных условий, формулировки которых приведены выше). Число, стоящее у тонкой дуги обозначает номер условия.

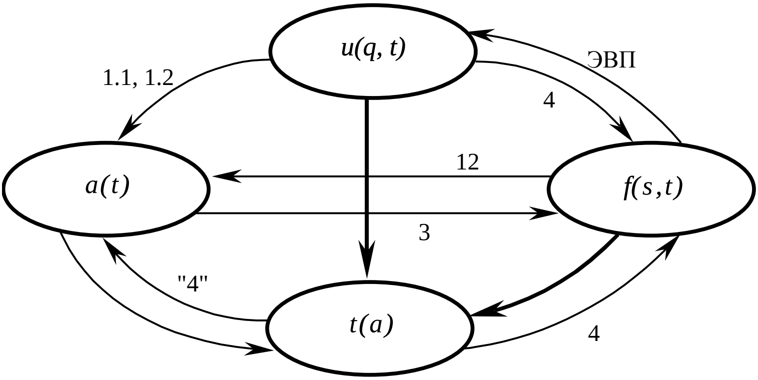


Рис. 22. Взаимосвязь различных представлений индивидуальных предпочтений

Граф, представленный на рисунке 22, наглядно иллюстрирует не только взаимозависимость между описаниями, но и такие характеристики системы из четырех различных описаний как непротиворечивость причинно-следственных связей и др. Также он может помочь ответить на вопрос о том, какие качественные

[1] *Кавычки у условий 3 и 4, обеспечивающих возможность перехода между представлениями II и III, обусловлены различиями их содержательной и формальной интерпретаций* (*см. обсуждение выше*).

выводы о полноте данных можно сделать на основании той информации, которая имеется у исследователя.

Итак, мы рассмотрели взаимосвязь между теоретико-игровыми моделями стимулирования и макроэкономическими моделями предложения на рынке труда. Проведенный анализ позволил не только провести содержательные аналогии, но и установить ряд количественных соотношений между параметрами этих двух классов моделей.

В контексте нашего исследования важный качественный вывод, который можно сделать – это то, что изучение моделей индивидуального поведения на рынке труда (точнее говоря – выявление индивидуальных стратегий предложения труда, то есть зависимости желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты и определение на основе этой информации свойств функции полезности) позволяет найти функцию затрат, которая является существенной компонентой теоретико-игровой модели. Значит, для того, чтобы идентифицировать функцию затрат, необходимо знать функцию индивидуальной полезности или более частные зависимости[1] (см. выше), определяющие поведение агента на рынке труда. Следовательно, возникает вопрос – а как на практике определять функцию полезности, целевую функцию, функцию затрат и т.д.? Описание результатов исследования этого вопроса приводится во второй части настоящей работы.

---

[1] *Необходимо признать, что и "функция полезности", и "целевая функция" являются гипотетическими конструкциями, вводимыми исследователем операций при построении модели индивидуального поведения. Понятно, что бессмысленно надеяться на непосредственное выявление этих функций на практике. Гораздо более приближенными к практике и "доступными" с точки зрения выявления предпочтений являются зависимости желаемой продолжительности рабочего времени от ставки оплаты и минимальной ставки от требуемой продолжительности рабочего времени. Поэтому два последних показателя были положены в основу экспериментального исследования, результаты которого приводятся во второй части настоящей работы.*

<u>ЧАСТЬ II.</u> ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ СТРАТЕГИЙ ПРЕДЛОЖЕНИЯ ТРУДА

В первой главе настоящей работы рассматривались теоретические аспекты описания индивидуальных стратегий предложения труда. Полученные результаты свидетельствуют, что наиболее трудно идентифицируемым параметром модели стимулирования являются затраты агента. Поэтому существует необходимость их экспериментальных исследований, которые, помимо самостоятельной «экономической» и «социологической» ценности, представляли бы значительный интерес с точки зрения применения результатов исследования теоретико-игровых моделей стимулирования в реальных организационных системах. Вышесказанное послужило мотивом для авторов и их коллег для организации пилотного экспериментального исследования, ход проведения и результаты которого описаны в настоящей главе.

Изложение материала второй главы имеет следующую структуру. В разделе 2.1 кратко анализируется отечественный и зарубежный опыт организации экспериментальных исследований предложения труда. В разделе 2.2 приведено описание анкеты и основных показателей, а также обсуждение первичных социальных и экономических характеристик респондентов. В разделе 2.3 анализируются результаты исследования стратегий индивидуального поведения. Раздел 2.4 посвящен описанию автоматической классификации респондентов по стратегиям поведения и вторичным экономическим показателям на основании информации о значениях первичных показателей.

2.1. ОБЩИЕ ПОДХОДЫ

Следует отметить, что достаточно полные, как теоретические, так и экспериментальные, исследования спроса на труд и предложения труда проводились и проводятся в основном в странах с развитой рыночной экономикой. Так, например, в США имеются ряд систематических исследований динамики доходов населения за несколько десятилетий [33]. Современная ситуация в России такова, что с одной стороны опыта и данных собственных исследований явно недостаточно[1], а неадаптированное использование западного опыта нецелесообразно.

С другой стороны, экспериментальное исследование предложения труда зарубежными учеными в основном опирается на анализ фактических данных о доходах и рабочем времени, получаемых в результате социологических опросов (примерами могут служить PSID – Panel Study of Income Dynamics [33] и другие исследования [34, 35, 36, 47]), при котором усредненная кривая предложения труда строится на основании фактических трудовых доходов, получаемых респондентами, и фактических продолжительностей их рабочего времени (см. подробности в [41, 43, 44]). Если применить подобный подход для России, то получится парадоксальный вывод – предложение труда (измеряемое как фактическая продолжительность рабочего времени) практически не зависит от размеров оплаты (см. раздел 2.2 настоящей работы). И, наконец, так как нас интересует мотивирующая роль материального стимулирования, то есть его влияние на конкретного агента в зависимости от других его первичных характеристик (пол, возраст, образование и т.д.), то использование усредненных (по многим агентам) характеристик может значительно исказить картину. Другим словами, использование панельных или других «усредненных» статистических данных не дает возможности исследования индивидуальных стратегий предложения труда.

В силу перечисленных выше причин был выбран путь индивидуального опроса, в котором респонденту предлагалось промоделировать свое поведение в различных условиях. Такой подход обладает тем преимуществом, что он позволяет не только построить усредненную по фактическим данным кривую предложения труда (и, естественно, сравнить полученные результаты с резуль-

---

[1] *Единственным известным авторам исключением является информация RLMS (Russian Longitudinal Monitoring Survey), полученная опять же американскими исследователями в результате проведенных в России в 90-х годах широкомасштабных опросов, результатами которых пользуются как зарубежные, так и отечественные исследователи* [50, 51, 55]. *Полная информация о результатах этого опроса может быть найдена на сервере www.cpc.unc.edu/projects/rlms.*

татами других имеющихся опросов), но и исследовать[1] зависимость индивидуальных предпочтений относительно форм и размеров оплаты труда, то есть зависимость индивидуальных стратегий предложения труда, от индивидуальных и личностных характеристик респондентов (см. раздел 2.4).

2.2. ПЕРВИЧНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РЕСПОНДЕНТОВ

Опрос проводился с ноября 1999 г. по февраль 2001 г. в основном среди трех категорий респондентов – студентов, учителей и работников медицинских учреждений в Москве и Московской области. Анкета, предлагаемая респондентам для самостоятельного, добровольного и анонимного заполнения, приведена в Приложении 1. Объем выборки составил 406 человек.

Корректность заполнения анкет оценивалась по следующему критерию: если число отметок респондента в ответе на вопрос № 11 анкеты (см. приложение 1) не равнялось 32, или если в одной строке были поставлены более одной отметки, то соответствующая анкета исключалась из анализа (см. таблицу 2).

---

[1] *Авторы отдают себе отчет в том, что ответы респондентов могут не соответствовать действительности (см. сравнение фактических и сообщаемых значений ниже), то есть, будучи в действительности поставленными в моделируемые в опросе условия, респонденты могут вести себя образом, отличным то сообщенного. Отдельный вопрос также представляет "истинность" ответов респондентов. Обладая свойством активности, они могут манипулировать информацией – например, зная, что на основании сообщенной информации будут приниматься затрагивающие их интересы управленческие решения, агенты могут сообщить недостоверную информацию с целью добиться наиболее выгодных для себя решений. Изучение сознательной и целенаправленной манипулируемости используемых процедур представляет предмет отдельного (и, наверное, чрезвычайно интересного) исследования, но выходит за рамки настоящей работы.*

Таблица 2. Корректность заполнения анкет

Количество корректно заполненных анкет	Количество некорректно заполненных анкет	Количество розданных анкет	Процент корректно заполненных анкет
406	334	740	**55%**

Показатели (первичные[1] и производные[2]), используемые для статистической обработки[3], приведены в Приложении 2. Отметим, что в качестве первичных использовались:

- *первичные социальные показатели*: пол, возраст, семейное положение, состав семьи (число иждивенцев), образование, специальность по основному образованию[4], должность;

- *первичные экономические показатели*: фактический личный суммарный заработок на основном месте работы, фактическая средняя ежедневная продолжительность оплачиваемого рабочего времени на основном месте работы, фактический среднедушевой доход на члена семьи с учетом всех работающих, минимальная величина месячной заработной платы, за которую респондент согласен работать ежедневно в течение данного количества часов (от 1 до 16 часов), желательная продолжительность ежедневного рабочего времени при данной ставке оплаты (от 1 до 100 рублей в час).

Диаграммы, отражающие первичные показатели всех респондентов, приведены в Приложении 3[5].

---

[1] *Первичными называются показатели, значения которых содержатся непосредственно в ответах респондентов на вопросы анкеты.*

[2] *Производными называются показатели, вычисляемые или оцениваемые экспертно на основании первичных показателей.*

[3] *Обработка результатов производилась совместно с к.т.н. С.А. Чижовым.*

[4] *Отметим, что ответы на вопросы относительно специальности и должности респондентов группировались, то есть, например, не делалось различий между специальностями "инженер-строитель" и "инженер-технолог", должностями "менеджер по продажам" и "продавец", и т.д.*

[5] *В настоящей работе мы опускаем возможные многочисленные интерпретации и качественные обсуждения большинства числовых данных,*

Значительное число среди принявших участие в опросе составили учителя (123 человека), которые были выделены в отдельную группу, сводные первичные показатели для которой приведены в Приложении 4.

Данные, полученные в результате анкетирования, первоначально заносились и обрабатывались в виде файла Excel, на основании которого создавались формы представления исходных результатов (см. Приложение 5). Статистический анализ проводился, в зависимости от решаемой задачи, средствами следующих пакетов: Excel, Statistica, StatGraphics и SPSS.

Коэффициенты корреляции[1] между первичными и некоторыми производными показателями всех респондентов и респондентов-учителей приведены соответственно в таблицах 3 и 4.

Таблица 3. Корреляция первичных социальных и экономических показателей

	Gender	Age	Marriage	Dependents	Education	Speciality	Position	q0	t0	q'	I	L1	L2
Gender	1,00												
Age	0,22	1,00											
Marriage	0,10	0,58	1,00										
Dependents	0,10	0,35	0,36	1,00									
Education	0,02	0,60	0,37	0,09	1,00								
Speciality	0,44	0,13	0,13	0,06	0,09	1,00							
Position	0,13	-0,06	-0,04	0,01	-0,17	0,36	1,00						
q0	-0,48	-0,08	0,05	-0,08	0,13	-0,27	-0,41	1,00					
t0	-0,28	0,03	0,06	0,03	0,03	-0,33	-0,07	0,29	1,00				
q'	-0,37	-0,15	-0,06	-0,23	0,03	-0,20	-0,34	0,68	0,07	1,00			
I	0,00	-0,13	-0,09	-0,09	-0,01	0,12	0,05	0,00	0,01	0,02	1,00		
L1	0,15	0,08	0,05	0,02	-0,01	-0,02	0,01	-0,19	0,04	-0,09	-0,11	1,00	
L2	0,15	0,02	0,08	0,02	0,06	0,18	0,12	-0,25	0,08	-0,15	0,16	0,24	1,00

то есть таблиц, диаграмм, графиков и т.д., предоставляя их заинтересованному в этом читателю.

[1] *Понятно, что приведенные коэффициенты корреляции для показателей, измеряемых в номинальных и порядковых шкалах, не имеют смысла.*

Таблица 4. Корреляция первичных социальных и экономических показателей для учителей

	Gender	Age	Marriage	Depend-ents	Educa-tion	q0	t0	q'	I	L1	L2
Gender	1,00										
Age	-0,04	1,00									
Marriage	0,00	0,39	1,00								
Dependents	0,05	0,33	0,28	1,00							
Education	-0,04	0,51	0,28	0,24	1,00						
q0	-0,43	0,06	-0,02	-0,02	-0,18	1,00					
t0	-0,12	0,11	0,14	0,13	-0,01	0,45	1,00				
q'	-0,31	0,05	0,05	-0,20	-0,24	0,43	0,24	1,00			
I	-0,12	-0,19	-0,15	-0,17	-0,10	0,02	0,10	0,03	1,00		
L1	0,10	0,00	-0,01	-0,08	-0,04	-0,22	0,06	0,31	-0,12	1,00	
L2	0,04	-0,08	0,06	0,12	-0,04	-0,23	0,13	-0,01	0,13	0,39	1,00

Низкие значения коэффициентов корреляции между такими на первый взгляд сильно связанными показателями как, например, продолжительность рабочего времени (t_0) и заработок (q_0), кажутся несколько неожиданными. Однако, гипотеза о том, что такие значения обусловлены спецификой выборки[1], не находит подтверждения, в частности, по следующим причинам. Упомянутое выше обширное социологическое исследование RLMS[2] также

[1] *Выборку настоящего исследования конечно нельзя считать репрезентативной ни с одной из точек зрения, за исключением подтверждения существования стратегий индивидуального поведения и обоснования принципиальной возможности установления их обусловленности первичными характеристиками респондентов (см. раздел 2.4). Кроме того, статистический анализ соответствия данных проведенного опроса, группы респондентов-учителей и RLMS показал, что распределения основных показателей выборок попарно различаются с 95% уровнем значимости.*

[2] *Объем выборки составлял более 8000 чел. Учитывались показатели только тех работающих на момент проведения опроса респондентов, которые указали в своих ответах все четыре величины (пол, возраст, продолжительность рабочего времени и ежемесячная заработная плата).*

свидетельствует, что коэффициенты корреляции между основными социальными и экономическими показателями низки[1] (см. таблицу 5).

Таблица 5. Коэффициенты корреляции по данным RLSM

	Пол	*Возраст*	*Продолжительность рабочего времени* (t_0)	*Ежемесячная заработная плата* (q_0)
Пол	1			
Возраст	0,1	1		
Продолжительность рабочего времени (t_0)	0	-0,07	1	
Ежемесячная заработная плата (q_0)	-0,17	-0,02	0,14	1

Таким образом, проведенное исследование позволяет сделать важный качественный вывод о том, что **у агентов российского рынка труда на сегодняшний день практически отсутствует статистически значимая зависимость между основными социальными и экономическими характеристиками**.

Публицистическим следствием данного вывода может быть утверждение о сильной нестационарности, неоднородности и неравновесности рынка труда. В контексте же проводимого нами исследования индивидуального поведения на российском рынке труда больший интерес представляет следующее следствие: использование агрегированных показателей предложения труда при анализе дилеммы «доходы×рабочее время» не имеет смысла.

Завершив краткий анализ первичных показателей респондентов, отметим, что примеры форм представления исходных результатов приведены в Приложении 5. В этих формах отражена следующая информация: первичные социальные показатели респондента, его порядковый номер и индекс, место проведения опроса, а также первичные и вторичные экономические показатели (см. Приложение 2), представленные в виде графиков.

Первый график (см. Приложение 5) – "Зависимость продолжительности рабочего времени и суммарного дохода от ставки

[1] *Сужение выборки RLMS до Московского региона практически не меняет картину.*

оплаты" отражает зависимость $t_1(a)$ желательной продолжительности рабочего времени от предлагаемой ставки оплаты – пунктирная линия, значения которой измеряются по левой оси, и зависимость $q_2(a)$ месячной заработной платы от ставки оплаты с учетом желательной при данной ставке продолжительности рабочего времени, значения которой измеряются по правой оси. Также на первом графике обозначены следующие характерные точки[1] (условные обозначения характерных точек одинаковы на первом и втором графиках): "♦" – $(a_0,\ t_0)$ (значение измеряется по левой оси), "●" – (a_0, q_0) (значение измеряется по правой оси),"Δ" – $(a_3,\ t_3)$ (значение измеряется по левой оси), "×" – $(a_4,\ t_4)$ (значение измеряется по левой оси).

На втором графике (см. Приложение 5) – "Зависимости дохода от продолжительности рабочего времени" изображены зависимость $q_1(t)$ минимальной месячной заработной платы от числа часов, которые респонденту предлагалось отработать – пунктирная линия, и зависимость $q_2(t)$ – жирная непрерывная линия[2] (минимальная ветвь $q_{min}(t)$ зависимости $q_2(t)$ изображена тонкой непрерывной линией). Условные обозначения характерных точек такие же, что и на первом графике.

Выбранная форма представления данных о каждом из респондентов оказалась удобной для анализа стратегий их индивидуального поведения.

2.3. СТРАТЕГИИ ИНДИВИДУАЛЬНОГО ПОВЕДЕНИЯ

Различные индивидуальные стратегии предложения труда, введенные гипотетически и описанные с теоретической точки зрения в первой части настоящей работы (см. раздел 1.3), и их комбинации приводят к тем или иным видам зависимости жела-

---

[1] *Обозначения переменных приведены в Приложении 2.*

[2] *Для ветвей зависимости $q_2(t)$ используются следующие обозначения:*

первая ветвь – "○" (маленькие пустые кружочки), вторая и четвертая ветвь – "•" (пустые квадраты), третья ветвь – "¨" (закрашенные квадраты).

тельной продолжительности рабочего времени t от ставки оплаты a. Экспериментальные данные свидетельствуют, что на основании анализа реальных кривых $t(a)$ можно экспертно (!) выделить четыре качественно различных типа агентов (иллюстрирующие фактические данные приведены в Приложении 5):

- <u>первый тип</u>: желательная продолжительность рабочего времени не зависит или почти не зависит от ставки оплаты, начиная с некоторой ее величины a^0 (при меньших ставках оплаты агент не согласен работать) – см. рисунок 23;
- <u>второй тип</u>: желательная продолжительность рабочего времени монотонно возрастает с ростом ставки оплаты, большей "минимальной" величины a^0 – см. рисунок 24;
- <u>третий тип</u>: желательная продолжительность рабочего времени монотонно убывает с ростом ставки оплаты, большей "минимальной" величины a^0 – см. рисунок 25;
- <u>четвертый тип</u>: желательная продолжительность рабочего времени возрастает с ростом ставки оплаты, большей "минимальной" величины a^0, а затем (при $a \geq a_{max}$) убывает – две типичных зависимости приведены на рисунках 26 и 27[1].

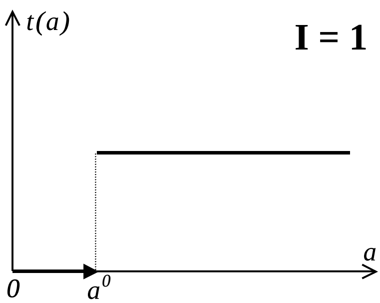


Рис. 23. Первый тип агентов

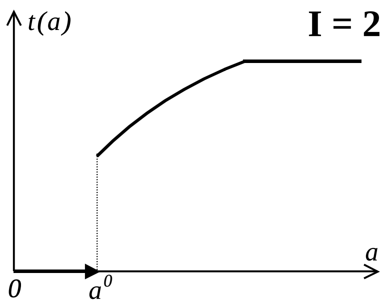


Рис. 24. Второй тип агентов

[1] *Следует отметить, что зависимости типа приведенной на рисунке 27 встречаются в имеющейся выборке чрезвычайно редко.*

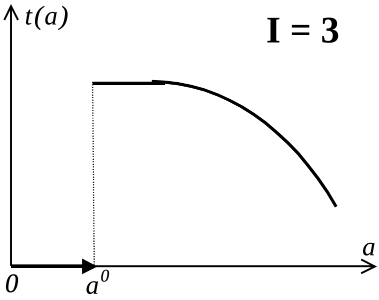


Рис. 25. Третий тип агентов

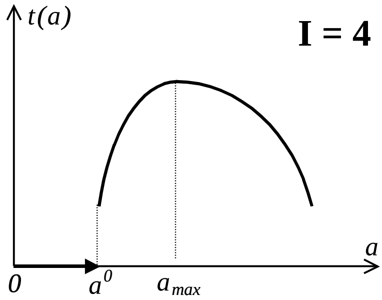


Рис. 26. Четвертый тип агентов

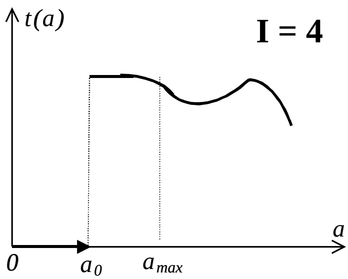
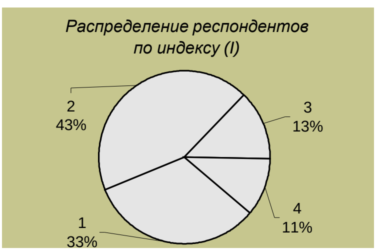


Рис. 27. Четвертый тип агентов

Соответствующий показатель, отражающий тип агента (и однозначно определяющий качественно его индивидуальную стратегию предложения труда) и принимающий значения {1; 2; 3; 4}, получил название «*индекс агента*». Распределение респондентов по индексу приведено на рисунке 28.



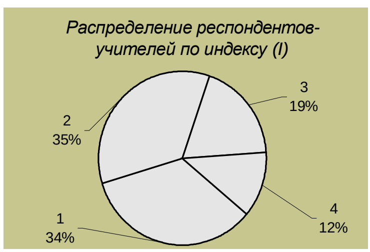


Рис. 28. Распределение респондентов по индексу (*I*)

Таким образом, существование четырех различных значений «индекса» позволяет говорить о наличии четырех общих типов агентов, определяемых общностью классов их индивидуальных стратегий предложения труда.

Выявленные экспериментально четыре типа агентов могут быть описаны с точки зрения введенных гипотетически в разделе 1.3 стратегий индивидуального поведения на рынке труда. Так первому типу соответствует, например, стратегия 5 с t_{-} » t_{+}, второму типу – стратегия 7, третьему типу – стратегия 4, четвертому типу – та или иная комбинация всех семи стратегий (см. также пример 4).

Можно привести несколько объяснений существования четырех (и именно четырех) типов стратегий индивидуального поведения. Положив в основу критерии принятия решений человеком (максимизация дохода и максимизация свободного времени – см. первую главу), получим, что значение индекса, равное единице, соответствует тому, что агент отрабатывает привычное ему фиксированное число часов, не стремясь изменять ни доход, ни свободное время. Значению индекса, равному двум, соответствует доминированию первого критерия (максимизация дохода), значению индекса, равному трем, соответствует доминированию второго критерия (максимизация свободного времени). Если агент принимает решения в полной мере используя оба критерия, то значение индекса может быть равно четырем. Выбирая другие основы принятия агентом решений или принимая некоторую типологию его личностных качеств[1], можно получать другие интерпретации типов стратегий индивидуального поведения.

Помимо индекса, можно выделить еще ряд заслуживающих внимания вторичных индивидуальных характеристик респондентов, описываемых в оставшейся части настоящего раздела.

Первая группа – показатели (L_1 и L_2), которые условно могут быть названы «*уровень притязаний агента*[2]». Вопросы анкеты

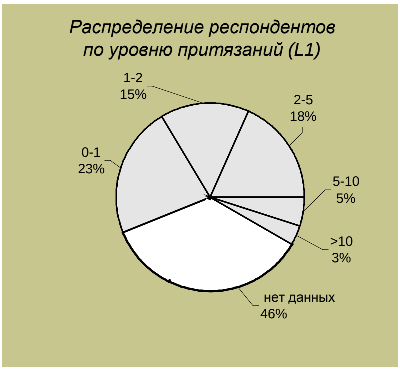
---

[1] *Данная задача представляется авторам перспективной, но требующей совместных усилий математиков, психологов и социологов.*

[2] *Наверное, данная группа показателей косвенно отражает и степень удовлетворенности агента своим экономическим состоянием, однако, изучение этой зависимости выходит за рамки настоящего исследования.*

можно разделить на два класса. Первый класс (вопросы №№1-9) – констатирующие, то есть отражающие фактические значения социальных и экономических характеристик респондента. Второй класс (вопросы №10 и №11) – модельные, то есть требующие от респондента промоделировать свое поведение в различных ситуациях. Ситуации констатирующих и модельных вопросов пересекаются, что дает возможность сравнить желаемое для респондента с действительным. Поясним последнее утверждение.

Ответы на вопросы №8 и № 10 позволяют вычислить минимальный доход q_3 за который агент согласен отработать то количество часов t_0, которое он фактически отрабатывает на основном месте работы. Ответы на вопросы №8 и № 11 позволяют вычислить доход q_4 который агент хотел бы получать, отрабатывая то количество часов t_0, которое он фактически отрабатывает на основном месте работы. Сравнивая доходы q_3 и q_4 с фактическим доходом агента q_0, можно вычислить относительные показатели[1] $L_1 = (q_3 - q_0) / q_0$ и $L_2 = (q_4 - q_0) / q_0$, которые можно считать связанными с уровнем притязаний респондентов. Распределение респондентов по уровню притязаний приведено на рисунках 29 и 30. Интересно отметить, что средние значения этих показателей превышают 200 %.



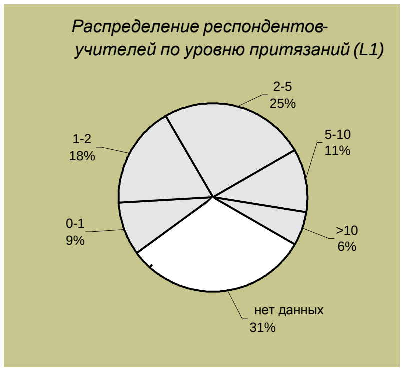
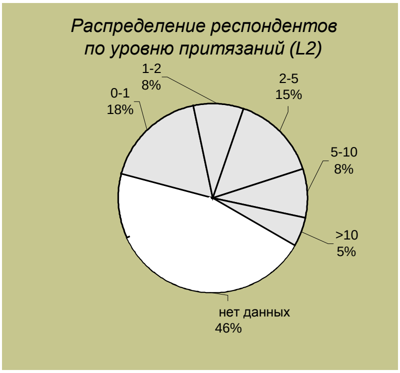


Рис. 29. Распределение респондентов
по уровню притязаний L_1

[1] *Аналогичные относительные показатели можно вычислить и по ставкам оплаты (см. Приложение 2).*



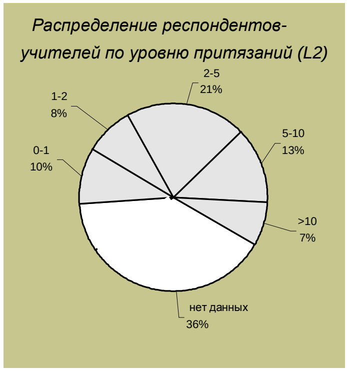


Рис. 30. Распределение респондентов
по уровню притязаний L_2

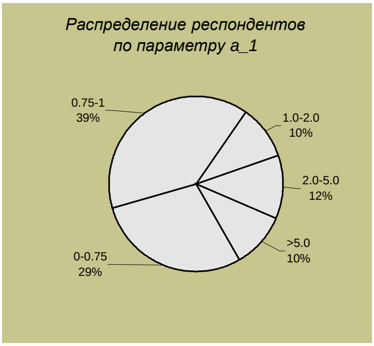
Вторая группа показателей (a_1, r_2 и r_2' – см. Приложение 2) может условно быть названа «*характеристики затрат агента*». Эта группа показателей представляет наибольший интерес с точки зрения целей настоящего исследования, так как именно они позволяют говорить об «идентификации» функции затрат агента, фигурирующей в формальных моделях управления (см. раздел 1.4).

Нормируя на фактическую заработную плату респондента[1] q_0 зависимость $q_1(t)$, получим зависимость $q_{1N}(t)$. Оказалось, что зависимость $q_{1N}(t)$ (и, естественно, $q_1(t)$) достаточно хорошо аппроксимируется линейной зависимостью $q_{1N}(t) = a_1\, t$, то есть каждому респонденту можно поставить в соответствие число a_1 – «ставку заработной платы»[2], которую можно считать отражаю-

[1] *Так как процесс сбора данных занял достаточно продолжительное время, то для устранения влияния времени заполнения анкеты на результаты сравнения показателей различных респондентов использовались нормировка и/или пересчет финансовых показателей к одному моменту времени на основании официальных данных об инфляции и изменении ставок оплаты бюджетных работников.*

[2] *Использование кавычек обусловлено тем, что* a_1 *вычислялась по нормированным ответам на вопрос №10 анкеты.*

щей оценку респондентом минимальной ставки оплаты, за которую он согласиться работать (субъективная оценка снизу стоимости своего рабочего времени). Распределение респондентов по параметру a_1 приведено на рисунке 31.



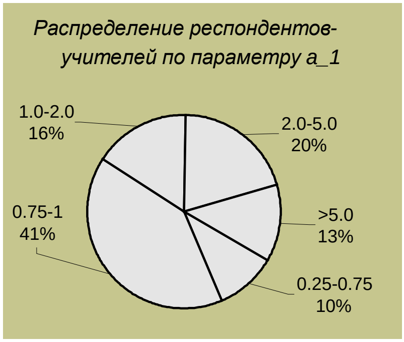
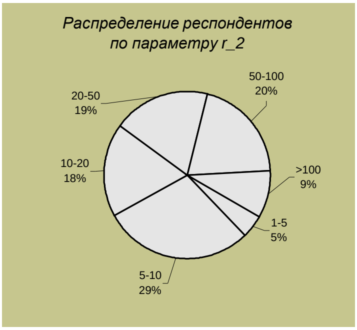


Рис. 31. Распределение респондентов по параметру a_1

Вычисляя $q_{2N}(t)$ – минимальную ветвь отображения $q_2(t)$, нормированную на фактическую заработную плату респондента q_0, получаем, что зависимость достаточно хорошо аппроксимируется параболой $q_{2N}(t) = \tau^2/2r_2$, то есть каждому респонденту можно поставить в соответствие число r_2, которое однозначно определяет минимальную оплату, которую он хотел бы получать (а не за которую он готов был работать (!) – в отличие от a_1) за соответствующее число отработанных часов. Распределение респондентов по параметру r_2 приведено на рисунке 32.



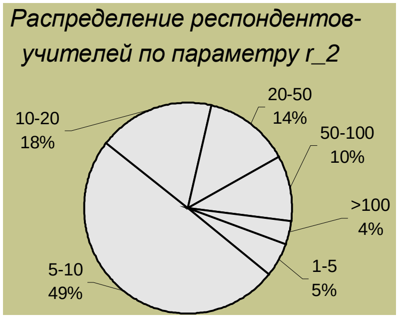
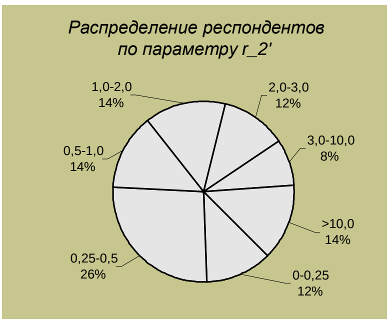


Рис. 32. Распределение респондентов по параметру r_2

Следуя рассуждениям, приведенным в разделе 1.4, введем зависимость $c(t)$ затрат агента, рассчитываемую интегрированием минимальной ветви $q_2(a)$, где последняя зависимость определяется по результатам ответов на вопрос №11: $q_2(a) = 22\ a\ t_1(a)$. Оказывается, что зависимость $c(t)$ достаточно хорошо аппроксимируется параболой $c(t) = \tau^2/2\,r_2'$, то есть каждому респонденту можно поставить в соответствие число r_2', которое однозначно определяет минимальную оплату, которую он готов рассматривать как справедливую компенсацию за требуемое число отработанных часов. Распределение респондентов по параметру r_2 приведено на рисунке 33.



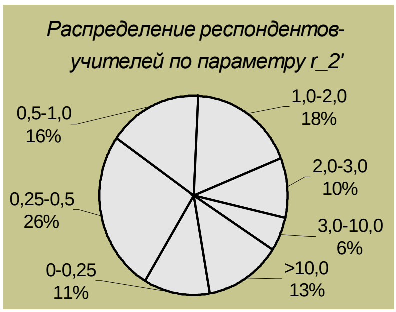


Рис. 33. Распределение респондентов по параметру r_2'

Интересно отметить, что показатели затрат слабо коррелируют между собой и с другими показателями (см. таблицу 6).

Таблица 6. Корреляция между показателями затрат и другими характеристиками респондента

	a1	r2	r2'
Gender	0,1	-0,1	0,0
Age	0,0	-0,1	0,0
Marriage	-0,1	0,1	0,1
Dependents	0,0	0,1	0,2
Education	0,0	-0,2	-0,1
Speciality	-0,1	-0,2	-0,2
Position	0,0	-0,1	0,0
q0	-0,1	0,1	-0,1
t0	-0,1	0,1	0,0
q'	0,0	0,0	-0,1
Index (I)	-0,1	0,0	0,0
L1	0,2	0,0	0,1
L2	0,0	-0,1	-0,1
a1	1,0	0,0	0,0
r2	0,0	1,0	0,8[1]
r2'			1,0

Подведем краткие итоги. Параметр a_1 характеризует минимальную «внутреннюю» (то есть субъективную) постоянную (не зависящую от числа отрабатываемых часов) ставку оплаты труда респондента. Параметр r_2 характеризует оплату, которую респондент хотел бы получать за соответствующее число отработанных

[1] *Высокое значение данного коэффициента корреляции объясняется тем, что r_2 и r_2' являются производными показателями и вычисляются на основании одних и тех же первичных показателей.*

часов. И, наконец, параметр r_2' отражает минимальную оплату[1], гибко зависящую от числа отрабатываемых часов, за которую респондент готов отрабатывать соответствующее число часов и которую он считает адекватной своему вкладу (так как этот параметр рассчитывался по минимальной ветви $t_1(a)$). Последний фактор имеет существенное значение, так как построенная «функция затрат» $c(t)$ характеризует не только компенсирующую составляющую оплаты труда, но и минимальный размер вознаграждения, который играет в некотором смысле мотивирующую роль.

Взаимосвязь между введенными производными показателями (индекс агента, уровень притязаний агента и характеристики затрат агента) и его первичными показателями исследуется в следующем разделе.

2.4. КЛАССИФИКАТОРЫ СТРАТЕГИЙ

Как отмечалось выше, выделенные в предыдущем разделе производные показатели респондентов являются информативными с точки зрения анализа индивидуальных стратегий предложения труда, уровня притязаний и идентификации функции затрат для дальнейшего использования последней в формальных моделях управления организационными системами (см. раздел 1.4).

Однако, учитывая специфику практических задач управления, приходится признать, что в каждом конкретном случае получение детализированной информации о предпочтениях агентов (путем проведения опросов и пр.) не представляется возможным. Поэтому целесообразно априорное (на тестовых выборках) установление зависимостей между «*объективными*» (первичными) *характеристиками* агентов (пол, возраст, семейное положение и образование) и *производными показателями* (ин-

---

[1] *Статистический анализ свидетельствует, что r_2' не меньше r_2 с 99% уровнем значимости (с учетом того, что первый параметр характеризует минимальную оплату за один час работы в день, а второй параметр – минимальную оплату за один час работы каждый день в течение 22 дней в месяц).*

декс, уровень притязаний и показатели затрат), на основании предсказанных значений которых могут вырабатываться управляющие воздействия (см. заключение). Процессу и результатам поиска этих зависимостей на основании результатов проведенного экспериментального исследования посвящен материал настоящего раздела. Другими словами, попытаемся ответить на вопрос – можно ли, имея «объективные» характеристики агентов, предсказать, например, их типы (отражающие стратегии индивидуального поведения), уровни притязаний и т.д., и какова степень уверенности в результатах таких предсказаний.

Отдельную проблему представляет выбор математического аппарата. Многие объективные и производные показатели измеряются в номинальных шкалах (пол, образование, должность, индекс и др.), поэтому для установления взаимозависимости между ними неприменимы многие хорошо развитые статистические методы[1] (дисперсионный анализ, дискриминантный анализ, кластерный анализ и др. [1, 25]). Если ограничиться только количественными показателями (возраст, зарплата, рабочее время, показатели затрат и т.д.), то, во-первых, часть существенной информации об агентах будет игнорироваться, и, во-вторых, получающиеся при этом результаты будут малоконструктивными для использования на практике (например, по результатам дисперсионного анализа ни один из первичных количественных показателей не оказывает статистически значимого влияния на показатели затрат).

Помимо упомянутых выше статистических методов, на сегодняшний день существует множество подходов к классификации номинальных и порядковых признаков [1]. Останавливаться на описании используемого в них аппарата мы не будем[2], а опишем результаты применения реализующих их программных средств к задачам классификации респондентов рассматриваемого в настоящей главе опроса.

---

[1] *Кроме того, большинство из этих методов оперирует моделями линейной связи между переменными* [ ].

[2] *Имеет смысл отметить, что отличаются они используемыми метриками в пространстве показателей, а также правилами обучения.*

Результатом классификации $Y_y(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ будем считать набор логических правил, который мы будем в дальнейшем условно называть *классификатором*, вида

«Если $x_1 \in [a_1; b_1]$ и $x_2 \in [a_2; b_2]$ и … $x_k \in [a_k; b_k]$, то $y \in [a; b]$»,

где $x_1, x_2, \ldots, x_k$ – «объективные» характеристики агента, k – их число, y – предсказываемый производный показатель, $[a_1; b_1]$, $[a_2; b_2]$, … $[a_k; b_k]$ и $[a; b]$ – диапазоны значений соответствующих показателей. Примером логического правила является: «Если респондент – мужчина 40-50 лет с высшим образованием, имеет двух иждивенцев и работает учителем, то его значение индекса равно двум» (см. Приложение 6).

Набор логических правил должен быть таков, чтобы каждому возможному набору значений объективных характеристик ставился в соответствие определенный диапазон значений предсказываемого производного показателя. При заданной выборке основным критерием «качества» классификатора $K(Y)$ является процент правильной классификации, который определяется как доля тех респондентов, для которых предсказанное данным классификатором значение производного показателя совпало с фактическим. Естественно, имеет смысл сравнивать процент правильной классификации любого классификатора с процентом правильной классификации K^0 «случайного классификатора», который, независимо от комбинации входных данных, с равной вероятностью выбирает любое допустимое значение предсказываемого производного показателя.

Таблица качества для трех классификаторов[1] (NeuroShell Classifier (NSC), STATISTICA Classifications Trees и логический

[1] *Отметим, что все объективные показатели, за исключением возраста, являются номинальными. Поэтому возраст и количественные производные показатели категоризовывались на 5 значений (каждая из групп содержала одинаковое число респондентов, за исключением возраста, для которого группы выделялись в соответствии с диаграммами, приведенными в Приложениях 3 и 4), которым могут быть поставлены в соответствие, например, значения лингвистической переменной: «низкий», «ниже среднего», «средний», «выше среднего», «высокий» (причем под «средним» понимается средний по данной выборке). Отказ от использования категоризации количественных*

классификатор (ЛК), реализованный авторами[1]) и шести основных производных показателей приведена ниже.

Таблица 7. Качество классификации всех респондентов

	NeuroShell Classifier	**STATISTICA Classifica-tions Tree**	**ЛК**	K^0
L_1	-	44%	51%	20%
L_2	-	46%	47%	20%
I	54%	53%	53%	32%
a_1	-	48%	49%	20%
r_2	-	45%	45%	20%
r_2'	39%	39%	48%	20%

Аналогичные результаты для респондентов-учителей приведены в таблице 8.

Таблица 8. Качество классификации респондентов-учителей

	NeuroShell Classifier	**STATISTICA Classifica-tions Tree**	**ЛК**	K^0
L_1	-	54%	57%	20%
L_2	-	57%	58%	20%
I	53%	53%	56%	30%
a_1	-	56%	56%	20%
r_2	-	50%	50%	20%
r_2'	47%	47%	49%	20%

переменных повышает качество классификации (например, $Y_{r_2'}$ *(NSC) увеличивается с 39% (см. таблицу 6) до 55%), но порождает вопрос о возможности применения настроенного классификатора к новым данным.*

[1] *Описание логического классификатора и результаты классификации приведены в Приложении 6.*

Из результатов таблиц 7-8 следует, что **примерно для половины респондентов производные показатели могут быть правильно определены на основании информации только об их объективных характеристиках**.

Возможность использования результатов классификации в задачах управления обсуждается в третьей части настоящей работы и в заключении.

<u>ЧАСТЬ III.</u> ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ СТРАТЕГИИ ПРЕДЛОЖЕНИЯ ТРУДА В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ

Третья (заключительная) часть настоящей работы посвящена рассмотрению теоретико-игровых моделей управления (стимулирования) в организационных (активных) системах (АС), в которых рациональное поведение агентов – активных элементов (АЭ) – описывается той или иной индивидуальной стратегией предложения труда из рассмотренных с теоретической точки зрения в первой части, и с экспериментальной точки зрения – во второй части.

Как отмечалось выше, задача стимулирования может формулироваться в двух терминах – в терминах функций полезности, и в терминах функций затрат АЭ. Исследованию теоретико-игровых моделей стимулирования, в которых в целевой функции АЭ фигурирует его функция затрат, посвящено множество работ [15,19-24]. Задачи же, сформулированные в терминах функций полезности, или, что почти то же самое (см. раздел 1.4) – в терминах зависимости желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты, практически не исследованы. Поэтому рассмотрим задачи из этого класса. В том числе, ниже описываются: задача управления продолжительностью проекта (раздел 3.1) и задача формирования состава АС (раздел 3.2). В обеих моделях для простоты считается, что, на основании описанных во второй части классификаторов агентов по типам индивидуальных стратегий предложения труда, всех АЭ, входящих в АС и претендующих на участие в АС, можно разделить на четыре типа (с известными характеристиками), причем АЭ одного типа одинаковы.

3.1. МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬЮ ПРОЕКТА

Рассмотрим АС, представляющую собой множество I АЭ – исполнителей некоторого проекта. Предположим, что в состав

АС входят n_1 АЭ первого типа (в смысле стратегии предложения труда – см. вторую часть настоящей работы), n_2 АЭ второго типа, n_3 – третьего и n_4 – четвертого. Если обозначить n – общее число АЭ ($|I| = n$), то $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = n$.

Пусть для АЭ каждого типа известна зависимость $t_i(a_i)$, $i = \overline{1,4}$, желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты. Кроме этого, известно (см. вторую часть настоящей работы), что $''\ a\ {}^3\ a_0\ t_1(a) = t_1,\ t_3(a_0) = t_3$, где a_0 – минимальная ставка оплаты труда, t_1 и t_3 – заданные константы. Предположим, что рассматриваемое множество АЭ выполняет работы, находящиеся на критическом пути проекта, и их труд оплачивается, соответственно, по ставкам a_1, a_2, a_3, a_4.

Если интенсивность работы (объем работ, производимый одним агентом в единицу времени) одинаков для всех агентов и равен d, то при суммарном объеме работ R по проекту его продолжительность составит $T = R / d$. С другой стороны, продолжительность критического пути составляет

(1) $T = n_1\ t_1 + n_2\ t_2(a_2) + n_3\ t_3(a_3) + n_4\ t_4(a_4)$.

Предположим, что объем работ возрастает на величину DR. Тогда увеличение продолжительности составит $DT = DR / d$. Задача управления заключается в нахождении изменений ставок оплаты D_i, $i = \overline{1,4}$, таких, чтобы продолжительность изменилась на требуемую величину, а сумма дополнительных выплат была бы минимальна. Так как $t_1(a_1)$ является константой, то можно сразу заметить, что следует положить $a_1 = a_0, D_1 = 0$.

Запишем условие того, что продолжительность проекта изменилась на DT:

(2) $T + DT = n_1\ t_1 + n_2\ t_2(a_2 + D_2) + n_3\ t_3(a_3 + D_3) + n_4\ t_4(a_4 + D_4)$.

Дополнительные выплаты s равны

(3) $s(DT) = \sum_{i=2}^{4} n_i\ ((a_i + D_i)\ t_i(a_i + D_i) - a_i\ t_i(a_i))$.

Обозначим новые ставки оплаты $b_i = a_i + D_i$, $i = \overline{1,4}$. Тогда задача управления принимает вид

$$(4)\ \sum_{i=2}^{4} n_i\, b_i\, t_i(b_i) \to \min_{(b_i \geq a_0)_{i=2}^{4}}$$

при ограничении

$$(5)\ \sum_{i=2}^{4} n_i\, t_i(b_i) = T + \Delta T - n_1\, t_1.$$

Напомним, что в силу условия монотонности дохода (см. первую часть настоящей работы) $b_i\, t_i(b_i)$ являются неубывающими функциями ставок оплаты для всех типов АЭ.

Отметим, что, имея решение задачи (4)-(5), мы получаем возможность решать задачи оптимального изменения продолжительности проекта. Например, если задан размер оплаты p за изменение продолжительности проекта на единицу времени, то можно найти оптимальную в этих условиях величину изменения продолжительности

$$\Delta T^* = arg \max_{\Delta T \in [0;T]} [p\, \Delta T - s(\Delta T)].$$

В случае использования унифицированной (одинаковой для АЭ всех типов) системы стимулирования (с единой ставкой оплаты b) задача (4)-(5) примет вид:

$$(6)\ \sum_{i=1}^{4} n_i\, b\, t_i(b) \to \min_{b \geq a_0}$$

при ограничении

$$(7)\ \sum_{i=1}^{4} n_i\, t_i(b) = T + \Delta T.$$

Рассмотрим сначала решение задачи (6)-(7). Оно тривиально, так как (7) является алгебраическим уравнением с одним неизвестным – единой для всех АЭ ставкой оплаты. Решая это уравнение и выбирая, в случае наличия нескольких корней, корень, которому соответствует минимальное значение (6), получаем оптимальную унифицированную систему стимулирования.

Исследуем задачу (4)-(5). Из того, что время работы АЭ первого типа не зависит от ставки оплаты, следует, что для них достаточно[1] установить минимальную ставку оплаты, то есть $b_1 = a_0$. Из того, что АЭ третьего типа на увеличение ставки оплаты реагируют снижением продолжительности рабочего времени, вытекает, что им также следует установить минимальную оплату, то есть $b_3 = a_0$. Обозначим, как и выше, t_3 – максимальное количество часов, отрабатываемых АЭ третьего типа при минимальной ставке оплаты a_0. Тогда задача (4)-(5) примет вид:

(8) $n_2\, b_2\, t_2(b_2) + n_4\, b_4\, t_4(b_4)$ ® $\min\limits_{b_2 \geq a_0,\, b_4 \geq a_0}$

при ограничении

(9) $n_2\, t_2(b_2) + n_4\, t_4(b_4) = T + DT - n_1\, t_1 - n_3\, t_3$.

Задача (8)-(9) является стандартной задачей условной оптимизации с одним ограничением и двумя переменными. Сложности при решении этой задачи могут возникнуть из-за нелинейности ограничений и невыпуклости целевой функции (например, априори нельзя гарантировать оптимальности внутреннего решения, и т.д.).

Рассмотрим пример, иллюстрирующий полученные результаты решения задачи управления продолжительностью проекта.

<u>Пример 5.</u> Пусть в состав системы входят 10 человек, в том числе – три АЭ первого типа, четыре АЭ второго типа, два АЭ третьего типа и один АЭ четвертого типа (отметим, что распределение АЭ по типам примерно соответствует приведенному во второй части настоящей работы). Выберем конкретные зависимости: $t_1 = 8$, $t_2(b_2) = 6 + 0.1\, b_2$, $t_3(b_3) = 9 - 0.05\, b_3$, $t_4(b_4) = b_4 / 2 - (b_4)^2 / 160$. Из условия монотонности дохода (для АЭ третьего типа) получаем, что ставка оплаты не должны превышать 90. Предположим, что $T + DT = 86$, $a_0 = 20$.

Решения задач управления продолжительностью проекта для случаев унифицированной и персонифицированной систем стимулирования приведены, соответственно, в таблицах 9 и 10.

---

[1] *Считается, что ставка оплаты a_0 такова, что она обеспечивает агентам требуемый уровень резервной полезности.*

Тип АЭ	I	II	III	IV	Итого
Ставка оплаты	34,07	34,07	34,07	34,07	
Затраты	817,68	1281,99	497,18	333,21	2930,06
Время	24,00	37,63	14,59	9,78	86,00

Табл. 9. Решение задачи (6)-(7) для примера 5

Тип АЭ	I	II	III	IV	Итого
Ставка оплаты	20,00	31,11	20,00	31,57	
Затраты	480,00	1133,85	320,00	301,62	2235,47
Время	24,00	36,44	16,00	9,56	86,00

Табл. 10. Решение задачи (4)-(5) для примера 5

Сравнивая затраты на управление (8) и (6), можно подсчитать[2], что «цена унификации» составляет 694,59, то есть потери превышают 30%.

В завершение настоящего примера проиллюстрируем возможность построения функций затрат АЭ $\{c_i(t_i)\}$ по информации о зависимостях $\{t_i(b)\}$.

В силу (8) следует восстановить функции затрат агентов второго и четвертого типа, что может быть осуществлено путем интегрирования функции $b(t)$, обратной к функции $t(b)$ (см. предыдущие части настоящей работы). Вычисляем, что с точностью до резервной полезности $c_2(t) = 5\, t^2 - 60\, t + 180$ при $t \geq 6$ и $c_4(t) = \int_0^t (40 - 4\sqrt{100 - t})dt$ при $t \in [0; 10]$. Тогда задачу (8)-(9) можно записать в виде

$$(10)\quad \begin{cases} 4c_2(t_2) + c_4(t_4) \to \min\limits_{t_2 \geq 6,\, t_4 \leq 10} \\ 4t_2 + t_4 = 46 \end{cases}.$$

Решение задачи (10), которое может быть получено методом множителей Лагранжа, полностью совпадает с решением задачи (8)-(9), которое для рассматриваемого примера приведено в таблице 10. •

---

[2] *Для возможности сравнения необходимо в (8) добавить затраты центра на стимулирование АЭ первого и третьего типов.*

Таким образом, задачи управления продолжительностью проекта сводятся к стандартным задачам условной оптимизации, имеющим низкую размерность и легко решаемым любым из многочисленных известных методов.

Завершив рассмотрение модели управления продолжительностью проекта, в которой число АЭ того или иного типа, входящих в АС, является заданным, перейдем к описанию модели, в которой состав системы (то есть число АЭ каждого типа) может изменяться.

3.2. МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ СОСТАВА АКТИВНОЙ СИСТЕМЫ

Предположим, что задача заключается в определении состава АС, осуществляющей производство некоторой продукции. Существует заказ на суммарный объем производства R; рыночная цена единицы продукции известна и рана l. Также на рынке труда имеется множество I_0 АЭ, способных производить требуемую продукцию с постоянной во времени интенсивностью d. Набор I_0 потенциальных претендентов характеризуется долей АЭ того или иного из четырех возможных типов. Обозначим n_1^0 – число претендентов первого типа (тип соответствует стратегии предложения труда), n_2^0 – число претендентов второго типа, n_3^0 – третьего типа и n_4^0 – четвертого типа. Очевидно, что выполнено $n_1^0 + n_2^0 + n_3^0 + n_4^0 = |I_0|$.

Предположим, что для каждого типа агентов известны минимальный уровень резервной полезности $\overline{U}_i$, $i = \overline{1,4}$, который должен быть обеспечен ему центром в случае найма на работу, и одинаковая для всех типов минимальная ставка оплаты a_0.

Задача управления (формирования состава) заключается в выборе набора АЭ I Í I_0 и установлении ставок оплаты a_1, a_2, a_3, a_4 агентов различных типов таким образом, чтобы максимизировать прибыль АС, равную

(1) $F(a, I) = l\ R - \sum_{i \in I} [a^i t^i (a^i) + \overline{U}^i]$,

где a^i – ставка оплаты i-го агента, $\overline{U}^i$ – его уровень резервной полезности, $i \in I_0$.

Формально, задача управления выглядит следующим образом:

(2) $F(a, I) \to \max\limits_{a, I}$.

Состав I можно определить как число АЭ каждого типа, включаемых в АС, то есть $I = (n_1, n_2, n_3, n_4)$. Очевидно, что должно выполняться $n_i \le n_i^0$, $i = \overline{1,4}$. Пусть для АЭ каждого типа известна зависимость $t_i(a_i)$, $i = \overline{1,4}$, желательной продолжительности рабочего времени от ставки оплаты. Кроме этого, известно (см. вторую часть настоящей работы), что $\forall\ a \ge a_0\ t_1(a) = t_1$.

Обозначим $T = R / d$. Тогда задачу (2) можно записать в виде

(3) $$(a_1\ t_1(a_1) + \overline{U}_1)\, n_1 + (a_2\ t_2(a_2) + \overline{U}_2)\, n_2 + (a_3\ t_3(a_3) + \overline{U}_3)\, n_3 + {} + (a_4\ t_4(a_4) + \overline{U}_4)\, n_4 \to \max_{(n_i \le n_i^0,\ a_i \ge a_0)_{i=1}^4}$$

при ограничении

(4) $n_1\ t_1 + t_2(a_2)\, n_2 + t_3(a_3)\, n_3 + t_4(a_4)\, n_4 \ge T$.

Иногда к ограничению (4) добавляют ограничение

(5) $t_i(a_i) \le 16,\ i \in I$,

которое в явном виде ограничивает максимальную продолжительность ежедневного рабочего времени каждого АЭ.

В задаче управления (3)-(4), помимо состава, ищется набор ставок оплаты, в общем случае каждая для своего типа АЭ, то есть предполагается использование унифицированной системы стимулирования. Наряду с этим, существуют унифицированные системы стимулирования (УСС), в которых условия оплаты труда всех АЭ одинаковы. В рассматриваемой модели унифицированность системы стимулирования означает, что ставка оплаты одинакова для всех АЭ. Обозначая эту ставку a задачу формирования состава с УСС можно записать в следующем виде:

(6) $$(a_1\ t_1(a_1) + \overline{U}_1)\, n_1 + (a\ t_2(a) + \overline{U}_2)\, n_2 + (a\ t_3(a) + \overline{U}_3)\, n_3 + {} + (a\ t_4(a) + \overline{U}_4)\, n_4 \to \max_{(n_i \le n_i^0)_{i=1}^4,\ a \ge a_0}$$

при ограничении

(7) $n_1\ t_1 + t_2(a)\, n_2 + t_3(a)\, n_3 + t_4(a)\, n_4 \ge T$.

Обозначим K – оптимальное значение целевой функции (3), $K_{УСС}$ – оптимальное значение целевой функции (6). Очевидно, что всегда имеет место K ³ $R_{УСС}$.

Задача формирования состава системы (3)-(4) является уже более сложной, чем задача управления продолжительностью проекта, рассмотренная в предыдущем разделе. В частности, в ней требуется определять не только оптимальные ставки оплаты, но и оптимальное число АЭ того или иного типа. То есть в задаче присутствует дискретная компонента. Тем не менее, задачи этого класса легко могут быть решены численно при не очень большом числе претендентов.

Рассмотрим пример, иллюстрирующий свойства сформулированных задач.

Пример 6. Пусть в условиях примера 5 $T = 50$, $\overline{U}_i = 100$. Решение задачи (3)-(5) представлено в таблице 11.

Тип АЭ	**I**	**II**	**III**	**IV**	**ИТОГО**
Ограничение на число АЭ	3	4	2	1	10
Резервная полезность	100	100	100	100	
Минимальная ставка	20	20	20	20	
Ставка оплаты	20,00	25,52	20,00	30,60	
Число АЭ	2	1	2	1	6
Время	16,00	8,55	16,00	9,45	50,00
Затраты	840,00	318,21	840,00	389,17	2387,38

Табл. 11. Решение задачи (3)-(5) для примера 6

Решение задачи (5)-(7) для рассматриваемого примера представлено в таблице 12.

Тип АЭ	I	II	III	IV	ИТОГО
Ограничение на число АЭ	3	4	2	1	10
Резервная полезность	100	100	100	100	
Минимальная ставка	20	20	20	20	
Ставка оплаты	20,00	20,00	20,00	20,00	
Число АЭ	2	2	2	1	7
Время	16,00	16,00	16,00	7,50	55,50
Затраты	840,00	840,00	840,00	250,00	2770,00

Табл. 12. Решение задачи (5)-(7) *для примера 6*

Решение задачи (5)-(7), с ограничением (7) типа равенства, для рассматриваемого примера представлено в таблице 13.

Тип АЭ	I	II	III	IV	ИТОГО
Ограничение на число АЭ	3	4	2	1	10
Резервная полезность	100	100	100	100	
Минимальная ставка	20	20	20	20	
Ставка оплаты	27,02	27,02	27,02	27,02	
Число АЭ	2	2	1	1	6
Время	16,00	17,40	7,65	8,95	50,00
Затраты	1064,64	1140,51	306,68	341,75	2853,58

Табл. 13. Решение задачи (5)-(7) *для примера 6*

Отметим, что использование унифицированной системы стимулирования приводи к росту затрат на 382,62 (ср. таблицы 11 и 12), то есть потери превышают 16%. Кроме того, в силу дискретности задачи, оказывается, что выполнение заказа большего объема при унифицированном стимулировании может требовать меньших затрат на стимулирование (ср. таблицы 12 и 13).

При ограниченном множестве претендентов с ростом размера заказа оптимальным станет максимальный состав (то есть включающий всех претендентов). Например, при $T = 86$ решением задачи (5)-(7) будет максимальный состав со ставкой оплаты 34,07, что полностью совпадает с результатами примера 5 – см. таблицу 9.

В заключение настоящего примера отметим, что решение задач производилось в рамках пакета «Поиск решения» Microsoft Excel и таблицы 9-13 экспортированы непосредственно из этой программы. Таким образом, решение задач формирования состава (при не очень высокой их размерности) может осуществляться в рамках неспециализированных программных средств. •

Перспективным направлением дальнейших исследований представляется изучение свойств задач формирования состава АС, в том числе – нахождение условий, при которых сложность задачи практически не будет зависеть от числа претендентов различных типов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей работе рассмотрены теоретические и практические вопросы описания индивидуальных предпочтений агентов относительно форм и размеров оплаты труда. К основным результатам можно отнести следующее:

- исследована взаимосвязь между различными представлениями индивидуальных предпочтений (раздел 1.4);
- введено и теоретически исследовано понятие индивидуальной стратегии предложения труда (раздел 1.3);
- экспериментально подтверждено существование четырех типов индивидуальных стратегий предложения труда (раздел 2.3);
- конструктивно обоснована возможность идентификации функций затрат агентов (раздел 2.4);
- построены модели управления организационными системами, основывающиеся на учете индивидуальных стратегий предложения труда (разделы 3.1 и 3.2).

Полученные теоретические и практические результаты позволяют сформулировать и выявить возможные подходы к решению ряда актуальных задач:

- анализа предложения труда на различных секторах российского рынка труда;

- исследования личностных характеристик агентов, детерминирующих их поведение на рынке труда (уровень притязаний, индивидуальные стратегии предложения труда и др.);
- построения классификаторов агентов по параметрам поведения на рынке труда на основе их индивидуальных и личностных характеристик;
- исследования формальных моделей управления организационными системами на основании имеющейся о существующем и потенциальном кадровом составе информации.

В частности, основанием для решения задач управления могут являться следующие (упомянутые выше во второй части настоящей работы) экспериментальные результаты. Во-первых, у агентов существуют субъективные представления о минимальной ставке «справедливой» оплаты их труда, причем размер этой ставки не зависит от количества отрабатываемых часов, то есть зависимость минимальной оплаты от времени хорошо аппроксимируется прямой линией. Во-вторых, функция затрат агента (точнее – ее минимальная ветвь), определяющая зависимость минимальной компенсации от времени, достаточно хорошо аппроксимируется параболой. Типология агентов (выделенные четыре типа, определяющие индивидуальные стратегии предложения труда) может служить основой решения задач формирования и оптимизации состава и структуры системы, задач распределения работ между агентами и т.д.

Особенно следует остановиться на том, что результаты настоящего исследования (в том числе – классификаторы стратегий, уровня притязаний, и, конечно, в первую очередь, показателей затрат) дают возможность идентифицировать теоретико-игровые модели стимулирования [3, 14, 15, 20], а также ставить и решать широкий класс задач управления организационными системами.

В заключение авторы считают своим приятным долгом выразить признательность: А.П. Караваеву за ценные замечания, С.А. Чижову и А.В. Буздалину за помощь в обработке результатов опроса; В.Е. Анофрикову, Н.Е. Важеевской, И.И. Колисниченко, В.К. Петрову и другим коллегам за помощь в сборе исходной информации.

Приложение 1. Анкета

Уважаемый коллега!

Данное исследование проводится лабораторией управления организационными системами Института проблем управления Российской Академии Наук с целью изучения современных и перспективных форм и методов оплаты труда в новых социально-экономических условиях.
Обращаем Ваше внимание на анонимность анкетирования. Если Вы не желаете отвечать на некоторый вопрос, то пропустите его.
Мы надеемся, что полученные результаты позволят сформулировать для руководителей предприятий и организаций рекомендации по совершенствованию систем оплаты труда.

Вам предлагается ответить на следующие вопросы:

1. Пол: - мужской, - женский.
2. Возраст: ____ лет.

3. Состав семьи (с Вами совместно проживают): - муж/жена, детей: _____, пенсионеров _____.

4. Образование: - неполное среднее, - среднее, - неполное высшее, - высшее,

- имеется ученая степень.

5. Специальность: __________________________.

6. Если Вы *работаете*, то укажите должность на *основном* месте работы: ______________________,

если *учитесь*, то укажите тип учебного заведения: - школа, - ВУЗ, - аспирантура.

7. Ваш личный суммарный заработок на основном месте работы: ___________ рублей в месяц.

8. Укажите среднюю ежедневную продолжительность Вашего оплачиваемого рабочего времени на основном месте работы: ____________ часов в день.

9. С учетом всех работающих среднедушевой доход на члена семьи: __________ рублей в месяц.

10. Представьте себе, что Вам предлагается работа, *исключающая* возможность *совместительства*, по Вашей специальности *в рамках выполняемых Вами в настоящий момент должностных обязанностей*. Какова должна быть минимальная величина Вашей месячной заработной платы, чтобы Вы *согласились* работать при пятидневной рабочей неделе каждый день не менее заданного количества часов?
В приводимой ниже таблице указана возможная продолжительность рабочего времени в часах (условно предполагается, что максимально возможная продолжительность рабочего дня равна 16 часам). Под **каждым** из значений ежедневной продолжительности рабочего времени (от 1 до 16 часов) укажите, пожалуйста, **минимальную** величину месячной заработной платы, за которую Вы согласились бы работать в течение данного количества часов. Если Вас не устраивает некоторая (например, достаточно большая или, наоборот, слишком маленькая) продолжительность рабочего времени, то поставьте в соответствующей графе прочерк.

Продолжительность рабочего дня **(часов)**	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Месячная заработная плата **(в рублях)**																

Проверьте, пожалуйста, что в таблице вопроса № 10 Вы заполнили все ячейки.

11. Представьте, что Вам предлагается выбрать самостоятельно количество часов, которые Вы предпочли бы отрабатывать *ежедневно* в рамках выполняемых Вами в настоящий момент должностных обязанностей при *пятидневной рабочей неделе* (работа по совместительству *исключается*) в зависимости от величины почасовой оплаты.

В приводимой ниже таблице по вертикали отложена ставка почасовой оплаты в рублях, по горизонтали – возможная продолжительность рабочего дня в часах (предполагается, что нулевая продолжительность рабочего времени соответствует отказу от работы за данную плату). В ячейках – на пересечении соответствующей строки и столбца – стоит величина месячного заработка (произведение ставки почасовой оплаты на число рабочих часов на 22 рабочих дня в месяц).

Например, при ставке почасовой оплаты 11 рублей в час и продолжительности рабочего дня 4 часа, месячный доход составит: 11 руб./час * 4 часа/день * 22 дня = 968 руб./месяц, и т.д.

В **каждой** строке (для каждой ставки почасовой оплаты от 1 до 100 рублей в час) отметьте, пожалуйста, крестиком или галочкой *единственную* ячейку, соответствующую желательной для Вас продолжительности ежедневного рабочего времени (от 0 до 16 часов) при данной ставке оплаты. Например, при ставке оплаты 1 рубль в час кто-то предпочтет не работать вовсе (0 часов), при ставке 3 рубля в час – работать 6 часов в день, при ставке 5 рублей в час – работать 8 часов в день и т.д.

Желательная продолжительность рабочего времени (часов в день)

Ставка (рублей в час)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	0	22	44	66	88	110	132	154	176	198	220	242	264	286	308	330	352
3	0	66	132	198	264	330	396	462	528	594	660	726	792	858	924	990	1056
5	0	110	220	330	440	550	660	770	880	990	1100	1210	1320	1430	1540	1650	1760
7	0	154	308	462	616	770	924	1078	1232	1386	1540	1694	1848	2002	2156	2310	2464
9	0	198	396	594	792	990	1188	1386	1584	1782	1980	2178	2376	2574	2772	2970	3168
11	0	242	484	726	968	1210	1452	1694	1936	2178	2420	2662	2904	3146	3388	3630	3872
13	0	286	572	858	1144	1430	1716	2002	2288	2574	2860	3146	3432	3718	4004	4290	4576
15	0	330	660	990	1320	1650	1980	2310	2640	2970	3300	3630	3960	4290	4620	4950	5280
17	0	374	748	1122	1496	1870	2244	2618	2992	3366	3740	4114	4488	4862	5236	5610	5984
19	0	418	836	1254	1672	2090	2508	2926	3344	3762	4180	4598	5016	5434	5852	6270	6688
21	0	462	924	1386	1848	2310	2772	3234	3696	4158	4620	5082	5544	6006	6468	6930	7392
23	0	506	1012	1518	2024	2530	3036	3542	4048	4554	5060	5566	6072	6578	7084	7590	8096
25	0	550	1100	1650	2200	2750	3300	3850	4400	4950	5500	6050	6600	7150	7700	8250	8800
27	0	594	1188	1782	2376	2970	3564	4158	4752	5346	5940	6534	7128	7722	8316	8910	9504
29	0	638	1276	1914	2552	3190	3828	4466	5104	5742	6380	7018	7656	8294	8932	9570	10208
31	0	682	1364	2046	2728	3410	4092	4774	5456	6138	6820	7502	8184	8866	9548	10230	10912
33	0	726	1452	2178	2904	3630	4356	5082	5808	6534	7260	7986	8712	9438	10164	10890	11616
35	0	770	1540	2310	3080	3850	4620	5390	6160	6930	7700	8470	9240	10010	10780	11550	12320
37	0	814	1628	2442	3256	4070	4884	5698	6512	7326	8140	8954	9768	10582	11396	12210	13024
39	0	858	1716	2574	3432	4290	5148	6006	6864	7722	8580	9438	10296	11154	12012	12870	13728
45	0	990	1980	2970	3960	4950	5940	6930	7920	8910	9900	10890	11880	12870	13860	14850	15840
50	0	1100	2200	3300	4400	5500	6600	7700	8800	9900	11000	12100	13200	14300	15400	16500	17600
55	0	1210	2420	3630	4840	6050	7260	8470	9680	10890	12100	13310	14520	15730	16940	18150	19360
60	0	1320	2640	3960	5280	6600	7920	9240	10560	11880	13200	14520	15840	17160	18480	19800	21120
65	0	1430	2860	4290	5720	7150	8580	10010	11440	12870	14300	15730	17160	18590	20020	21450	22880
70	0	1540	3080	4620	6160	7700	9240	10780	12320	13860	15400	16940	18480	20020	21560	23100	24640
75	0	1650	3300	4950	6600	8250	9900	11550	13200	14850	16500	18150	19800	21450	23100	24750	26400
80	0	1760	3520	5280	7040	8800	10560	12320	14080	15840	17600	19360	21120	22880	24640	26400	28160
85	0	1870	3740	5610	7480	9350	11220	13090	14960	16830	18700	20570	22440	24310	26180	28050	29920
90	0	1980	3960	5940	7920	9900	11880	13860	15840	17820	19800	21780	23760	25740	27720	29700	31680
95	0	2090	4180	6270	8360	10450	12540	14630	16720	18810	20900	22990	25080	27170	29260	31350	33440
100	0	2200	4400	6600	8800	11000	13200	15400	17600	19800	22000	24200	26400	28600	30800	33000	35200

12. Подсчитайте поставленное Вами число крестиков или галочек в таблице вопроса № 11. Если оно не равно 32 (числу строк), то вернитесь, пожалуйста, к вопросу № 11.

13. Если Вы желаете, поясните, пожалуйста, Ваши ответы на вопросы №10 и №11.

14. Проставьте, пожалуйста, дату заполнения анкеты (число, месяц, год): _____________.

Спасибо за сотрудничество! Наши координаты: 117806, Москва, Профсоюзная 65,
Институт проблем управления РАН. тел.: 334-90-51.

Руководитель работ: доктор технических наук Д.А. Новиков.

Для статистической обработки использовались следующие **данные** по каждому из респондентов (в квадратных скобках приведены единицы измерения или диапазон возможных значений)[1]:

Первичные социальные показатели:

- пол (ответ на вопрос № 1) [мужской – "0", женский – "1"];
- возраст (ответ на вопрос № 2) [лет];
- семейное положение (ответ на вопрос № 3) [холост/не замужем – "0", женат/замужем – "1"];
- состав семьи – число иждивенцев (ответ на вопрос № 3) [чел.];
- образование (ответ на вопрос № 4) [среднее – "1", неполное высшее – "2", высшее – "3"];
- специальность по основному образованию (ответ на вопрос № 5) [врач – "1", инженер – "2", менеджер – "3", учитель – "4"];
- должность (ответ на вопрос № 6) ["бизнес" – "1", врач – "2", инженер – "3", студент – "4", учитель – "5", рабочий – "6"].

Первичные экономические показатели:

- q_0 – фактический личный суммарный заработок на основном месте работы (ответ на вопрос № 7) [руб./мес.];
- t_0 – фактическая средняя ежедневная продолжительность оплачиваемого рабочего времени на основном месте работы (ответ на вопрос № 8) [час.];
- q' – фактический среднедушевой доход на члена семьи с учетом всех работающих (ответ на вопрос № 9) [руб./мес.];
- a_0 – фактическая ставка оплаты (определялась как отношение фактической месячной заработной платы – ответ на вопрос № 7 – к фактической продолжительности рабочего времени – ответ на вопрос № 8 – и к 22 рабочим дням в месяц, то есть $a_0 = q_0 / (22 * t_0)$) [руб./час.];
- $q_1(t)$, t Î [0; 16] – минимальная величина месячной заработной платы, за которую респондент согласен работать ежедневно в

[1] *Приводимые в настоящем приложении условные обозначения показателей соответствуют используемым в основном тексте настоящей работы (алгоритмы расчета основных производных показателей кратко описаны во второй главе и ниже при определении соответствующих величин).*

течение данного количества часов (ответ на вопрос № 10) [руб./мес.];

- $t_1(a)$, a Î $[0; 100]$ – желательная продолжительность ежедневного рабочего времени при данной ставке оплаты (ответ на вопрос № 11) [час./день];

Производные экономические показатели:

- $q_2(a)$, a Î $[0; 100]$ – зависимость месячной заработной платы от предлагаемой ставки оплаты с учетом желательной при данной ставке продолжительности рабочего времени[1] (рассчитывается на основании ответов на вопрос № 11: $q_2(a) = 22\ a\ t_1(a)$) [руб./мес.];
- $q_2(t)$, t Î $[0; 16]$ – зависимость месячной заработной платы от ежедневной продолжительности рабочего времени (многозначная функция, рассчитывается на основании ответов на вопрос № 11: $q_2(t) = \{q_2(a) \mid t_1(a) = t\}$) [руб./мес.];
- $(a_3; t_3)$ – минимальная ставка заработной платы, за которую респондент согласен отработать ненулевое число часов, и соответствующая ей желательная продолжительность рабочего времени (рассчитывается на основании ответов на вопрос № 11: $a_3 = min\ \{a \mid t_1(a) > 0\}$, $t_3 = t_1(a_3)$) [руб./час., час.];
- $(a_4; t_4)$ – минимальная ставка заработной платы, за которую респондент согласен отработать максимальное (из $t_1(a)$) число часов, и соответствующая ей желательная продолжительность рабочего времени (рассчитывается на основании ответов на вопрос № 11: $a_4 = min\ \{a \mid t_1(a)$ ³ $t_1(z)$ ″ z Î $[0; 100]\}$, $t_4 = t_1(a_4)$) [руб./час., час.];
- q_3 – доход, который респондент хотел бы получать, работая в течение того количества часов, которое он фактически отрабатывает (определяется на основании ответов на вопросы № 8 и № 10: $q_3 = q_1(t_0)$) [руб./мес.];
- q_4 – доход, который респондент хотел бы получать, работая в течение того количества часов, которое он фактически отрабатывает (определяется на основании ответов на вопросы № 8 и № 11: $q_4 = q_2(t_0)$) [руб./мес.];

[1] *По умолчанию предполагается, что в месяце 22 рабочих дня.*

- q_5 – минимальный доход, за который агент согласен отработать ненулевое число часов (определяется на основании ответов на вопрос № 11: $q_5 = min\ \{q_1(a) \mid t_1(a) > 0\}$) [руб./мес.]
- a_5 – минимальная ставка оплаты, за которую респондент согласен отработать то количество часов, которое он фактически отрабатывает (определяется на основании ответов на вопросы № 8 и № 11: $a_5 = min\{a \mid t_1(a) = t_0\}$ [руб./час.];
- a_6 – минимальная ставка оплаты, за которую респондент согласен отработать то количество часов, которое он фактически отрабатывает (определяется на основании ответов на вопросы № 8 и № 10: $a_6 = q_1(t_0) / (22 * t_0)$ [руб./час.];
- I – индекс респондента (далее просто "индекс"), отражающий используемую им стратегию индивидуального поведения (определяется экспертно на основании ответов на вопрос № 11 – см. описание ниже) [{I, II, III, IV}];
- $q_{1N}(t)$ – нормированная на фактическую заработную плату респондента q_0 зависимость $q_1(t)$ [безразм.];
- a_1 – ставка заработной платы, рассчитанная линеаризацией (по МНК) зависимости $q_{1N}(t)$ [1/час.];
- $q_{2N}(t)$ – минимальная ветвь отображения $q_2(t)$, нормированная на фактическую заработную плату респондента q_0 [1/час.];
- r_2 – коэффициент аппроксимации функции $q_{2N}(t)$ параболой $\tau^2/2r_2$ [час.^{3}];
- $c(t)$ – затраты, рассчитанные интегрированием минимальной ветви $q_2(a)$ [руб./(час.*день)];
- r_2' – коэффициент аппроксимации функции $c(t)$ параболой $\tau^2/2r_2'$ [час.^{3}*день/руб.]

Показатели согласованности[1]:

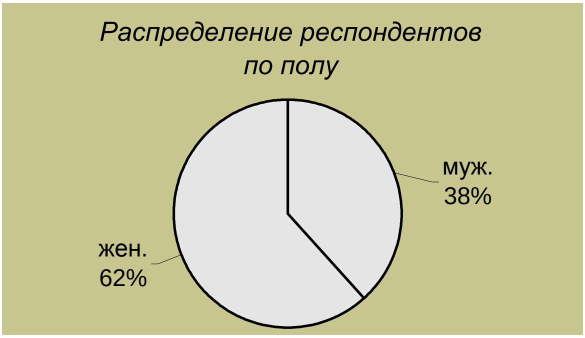
- L_1 – показатель согласованности ответов респондента относительно фактического и желательного значений месячной заработной платы за фактическую продолжительность рабочего времени (определяется на основании ответов на вопросы № 7 и № 10: $L_1 = (q_3 - q_0) / q_0$) [безразмерная величина];

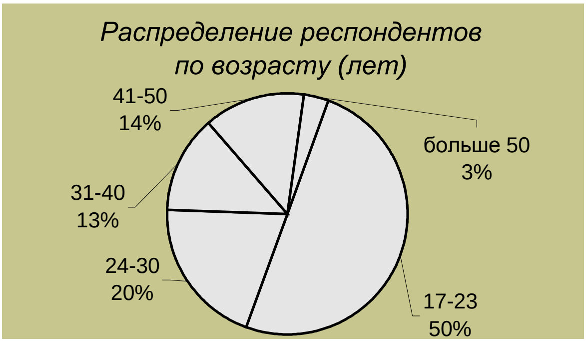
[1] *Данная группа показателей отражает как согласованность предпочтений и ответов респондентов между собой, так и уровень притязаний респондента, оцениваемый как несовпадение его фактических и желательных экономических показателей.*

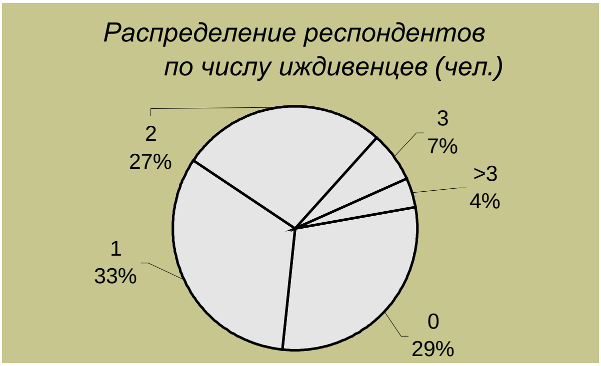
- L_2 – показатель согласованности ответов респондента относительно фактического и желательного значений месячной заработной платы за фактическую продолжительность рабочего времени (определяется на основании ответов на вопросы № 7 и № 11: $L_2 = (q_4 – q_0) / q_0$) [безразмерная величина];
- L_3 – показатель согласованности ответов респондента относительно фактического и желательного значений ставки оплаты за фактическую продолжительность рабочего времени (определяется на основании ответов на вопросы № 7, № 8 и № 11: $L_3 = (a_5 – a_0) / a_0$) [безразмерная величина];
- L_4 – показатель согласованности ответов респондента относительно фактического и желательного значений ставки оплаты за фактическую продолжительность рабочего времени (определяется на основании ответов на вопросы № 7, № 8 и № 10: $L_4 = (a_6 – a_0) / a_0$) [безразмерная величина].

Приложение 3. Описание всех респондентов

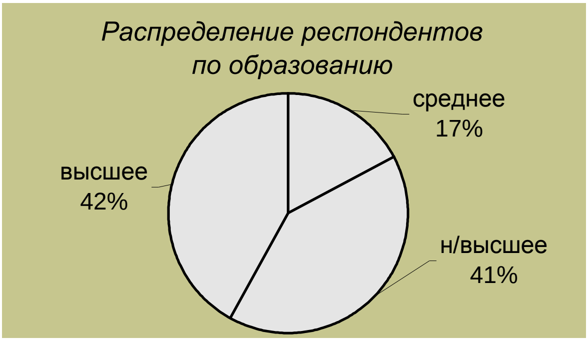
Первичные социальные и экономические показатели всех 406 респондентов приведены на следующих диаграммах.



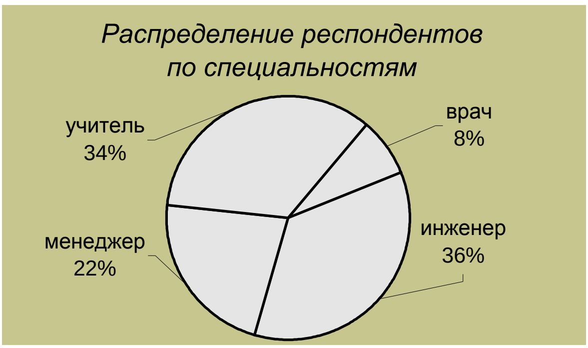




Распределение респондентов по числу иждивенцев (чел.)
2
27%
3
7%
>3
4%
1
33%
0
29%

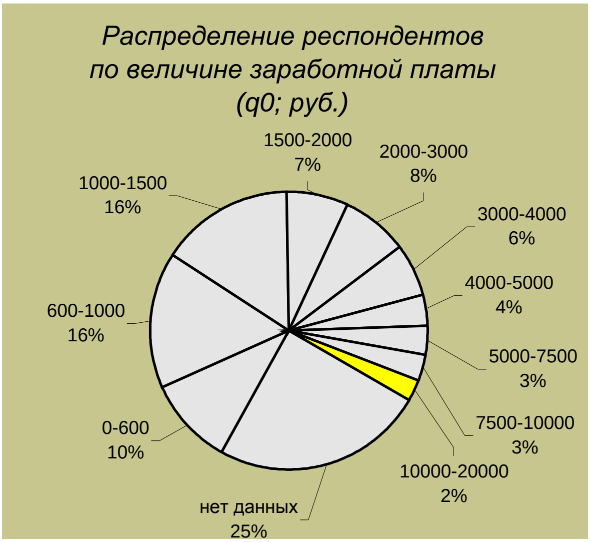


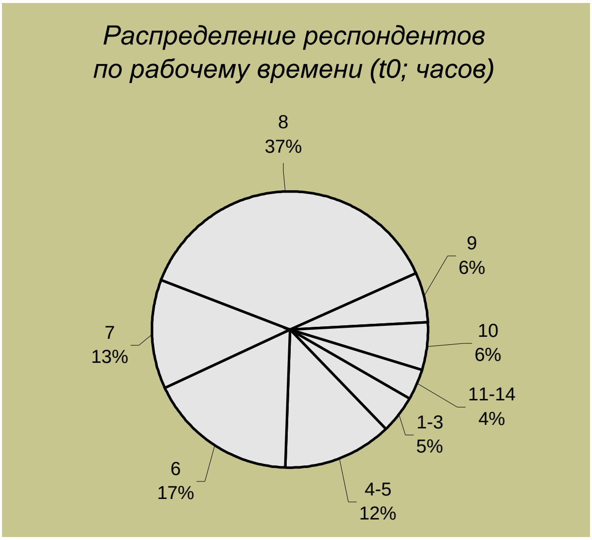
Распределение респондентов по образованию
среднее
17%
высшее
42%
н/высшее
41%

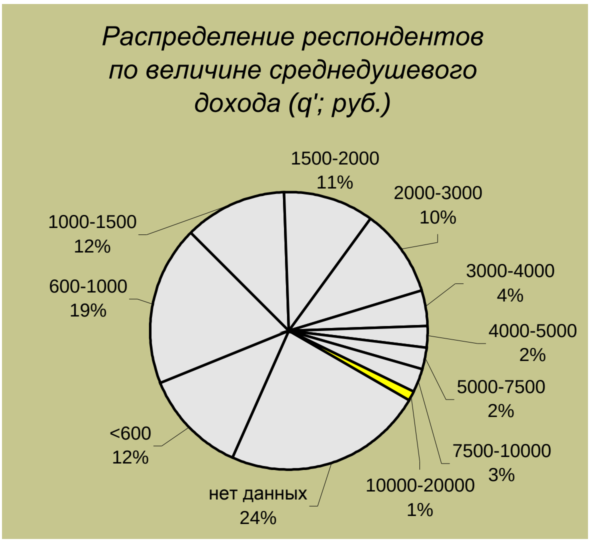


Распределение респондентов по специальностям
учитель
34%
врач
8%
менеджер
22%
инженер
36%


Распределение респондентов
по должностям
рабочий
15%
"бизнес"
20%
врач
8%
инженер
4%
студент
23%
учитель
30%

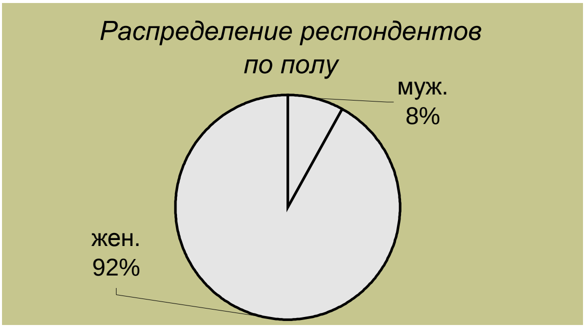

Распределение респондентов
по величине заработной платы
(q0; руб.)
1500-2000
7%
2000-3000
8%
3000-4000
6%
4000-5000
4%
5000-7500
3%
7500-10000
3%
10000-20000
2%
нет данных
25%
0-600
10%
600-1000
16%
1000-1500
16%

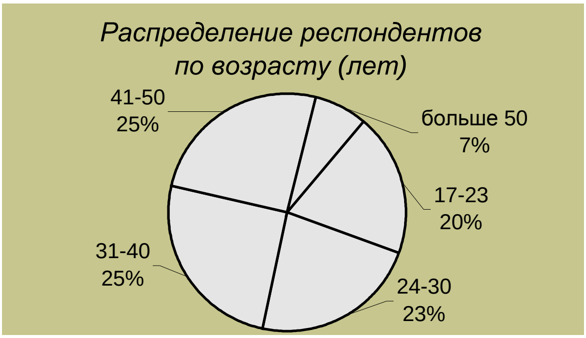

Распределение респондентов
по рабочему времени (t0; часов)
8
37%
9
6%
10
6%
11-14
4%
1-3
5%
4-5
12%
6
17%
7
13%

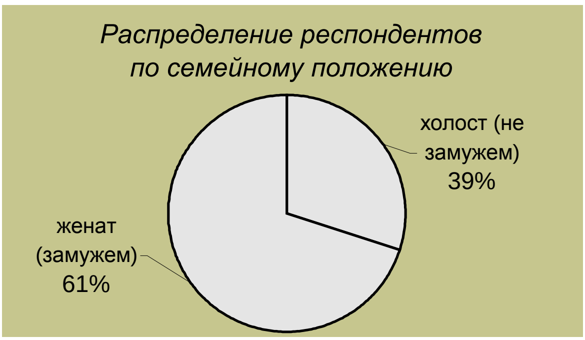

Распределение респондентов
по величине среднедушевого
дохода (q'; руб.)
1500-2000
11%
2000-3000
10%
3000-4000
4%
4000-5000
2%
5000-7500
2%
7500-10000
3%
10000-20000
1%
нет данных
24%
<600
12%
600-1000
19%
1000-1500
12%

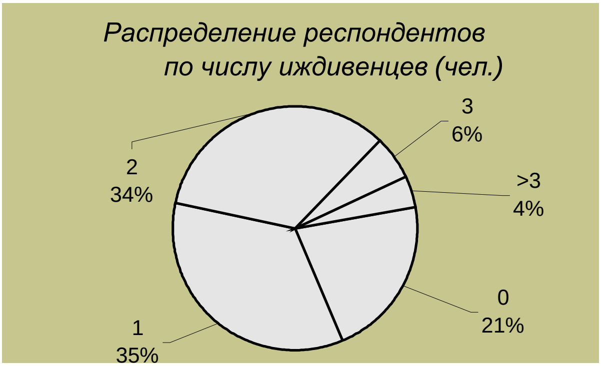
Приложение 4. Описание респондентов-учителей

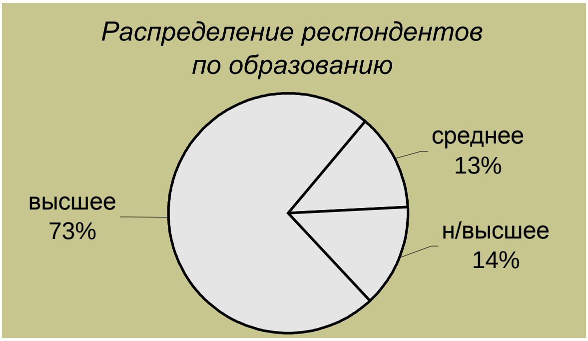
Первичные социальные и экономические показатели респондентов-учителей (123 чел.) приведены на следующих диаграммах.





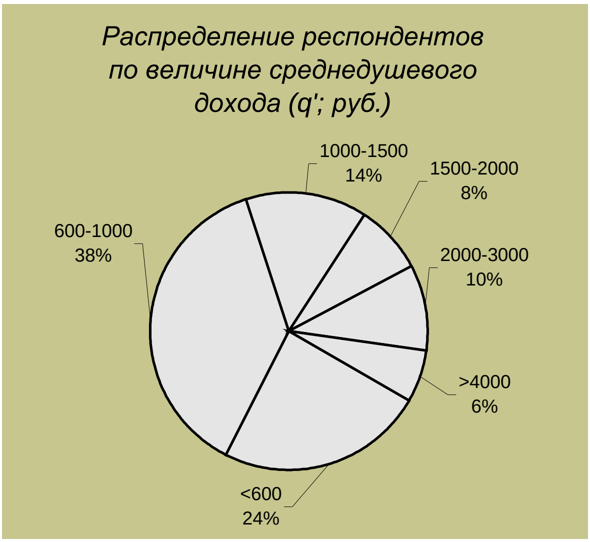



Распределение респондентов
по числу иждивенцев (чел.)
3
6%
>3
4%
0
21%
1
35%
2
34%


Распределение респондентов
по образованию
среднее
13%
н/высшее
14%
высшее
73%

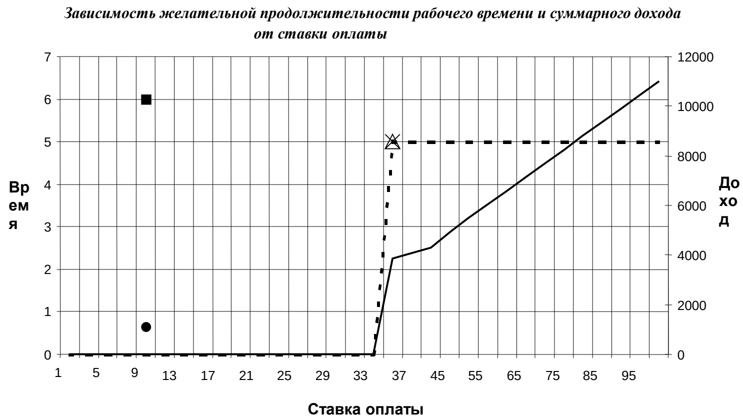

Распределение респондентов
по величине заработной платы
(q0; руб.)
1000-1500
27%
1500-2000
5%
2000-3000
3%
3000-4000
4%
0-600
21%
600-1000
40%

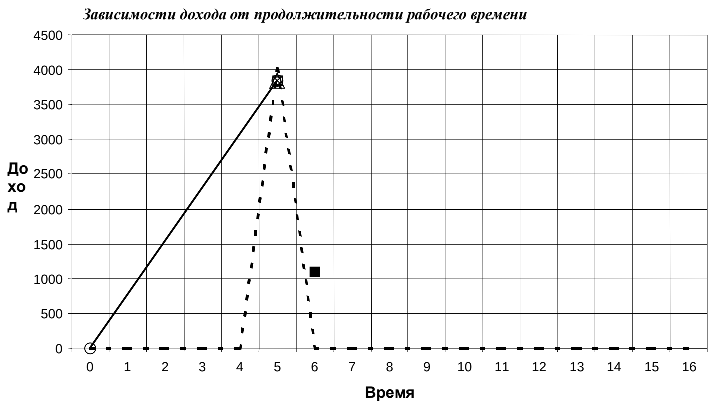

Распределение респондентов
по рабочему времени (t0; часов)
7
16%
8
22%
6
27%
9
4%
10
2%
1-3
8%
4-5
21%


Распределение респондентов
по величине среднедушевого
дохода (q'; руб.)
1000-1500
14%
1500-2000
8%
600-1000
38%
2000-3000
10%
>4000
6%
<600
24%

Приложение 5. Форма представления результатов опроса

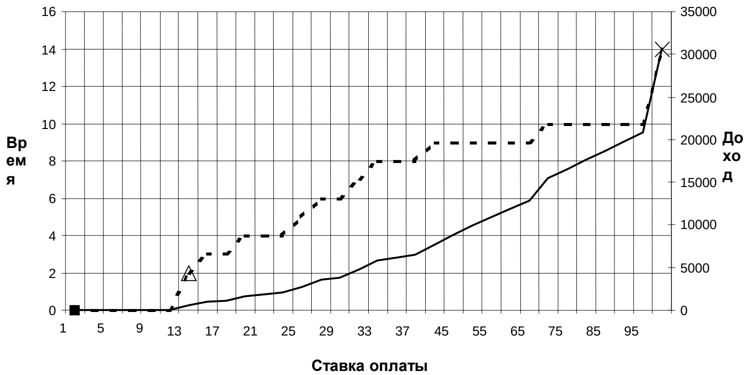
ИНДЕКС -	I	Респондент №	191
		Место проведения опроса:	*ИПК*
Пол -	**женский**		
Возраст -	**26**	Заработок -	**1100**
Семейное положение-	**"-"**	Рабочее время -	**6**
Специальность -	**учитель**	Среднедушевой доход -	**1000**
Профессия -	**учитель**		



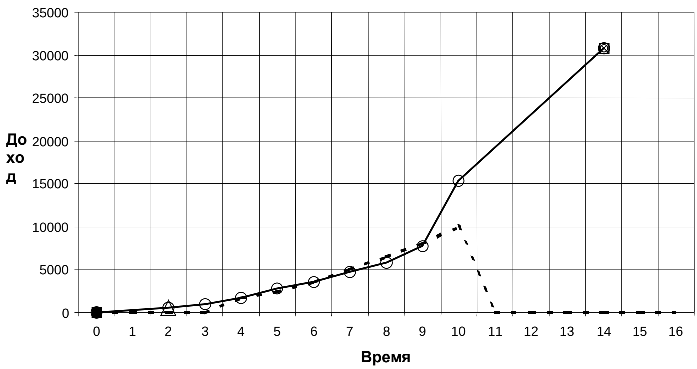


ИНДЕКС -	II				Респондент №	22
					Место проведения опроса:	ГАУ
Пол -	женский					
Возраст -	18				Заработок -	0
Семейное положение-	"-"				Рабочее время -	0
Специальность -	менеджер				Среднедушевой доход -	1500
Профессия -	студент					

Зависимость желательной продолжительности рабочего времени и суммарного дохода от ставки оплаты

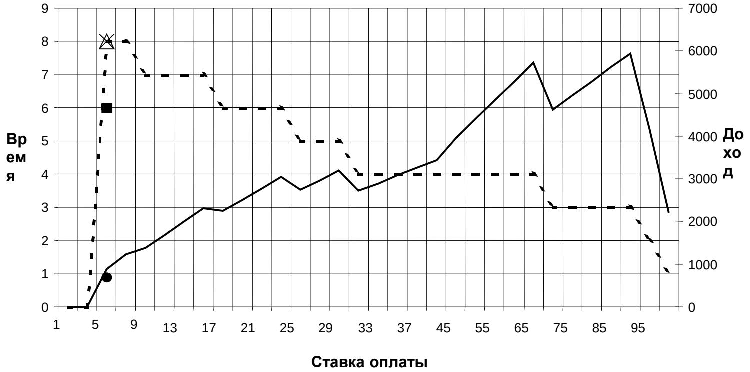


Зависимости дохода от продолжительности рабочего времени

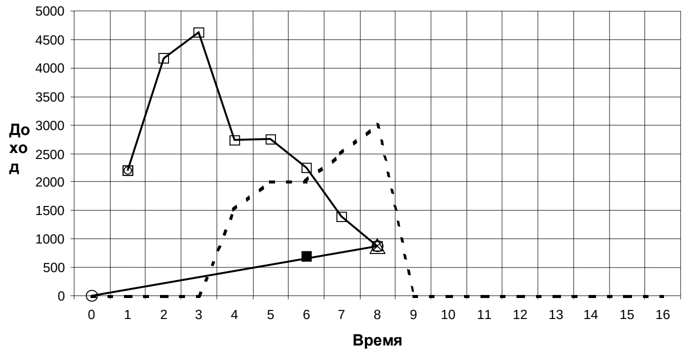


ИНДЕКС -	III	Респондент №	177
		Место проведения опроса:	ИПК
Пол -	женский		
Возраст -	36	Заработок -	700
Семейное положение-	"+"	Рабочее время -	6
Специальность -	учитель	Среднедушевой доход -	400
Профессия -	учитель		

Зависимость желательной продолжительности рабочего времени и суммарного дохода от ставки оплаты

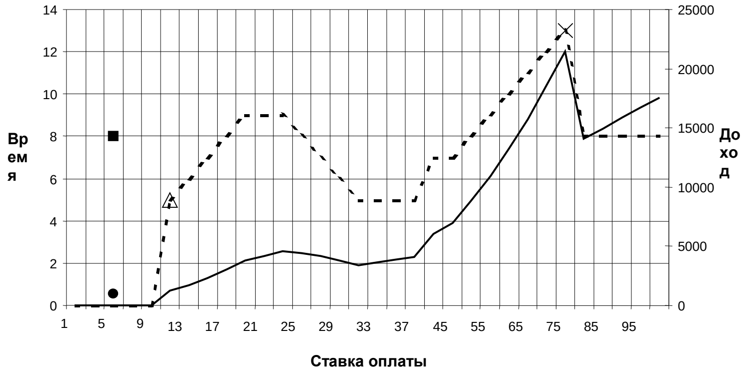


Зависимости дохода от продолжительности рабочего времени

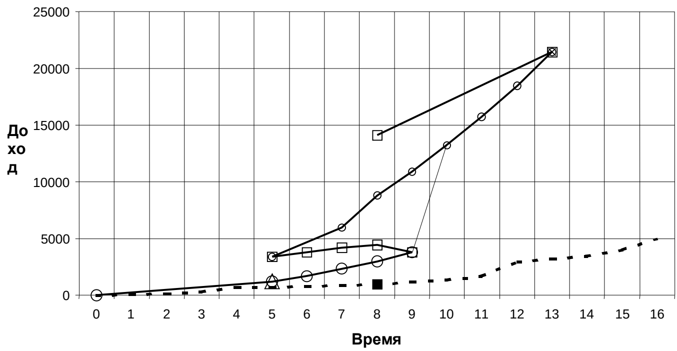


ИНДЕКС -	**IV**				Респондент №	**140**
					Место проведения опроса:	*МАМИ*
Пол -	**мужской**					
Возраст -	**20**				Заработок -	**1000**
Семейное положение-	**"-"**				Рабочее время -	**8**
Специальность -	**инженер**				Среднедушевой доход -	**500**
Профессия -	**рабочий**					

Зависимость желательной продолжительности рабочего времени и суммарного дохода от ставки оплаты



Зависимости дохода от продолжительности рабочего времени t t



Приложение 6. Логический классификатор

Классификаторы, реализуемые нейронными сетями, и ряд других (см. раздел 2.4) используют те или иные расстояния в пространстве параметров, то есть не всегда корректно оперируют номинальными признаками. Логический классификатор (ЛК) использует следующую идею. Каждый набор комбинаций объективных характеристик агента рассматривается независимо и для него вычисляется распределение респондентов, имеющих данные объективные характеристики, по производным показателям. Далее считается, что рассматриваемому набору объективных характеристик соответствует то значение производного показателя, которым обладает большинство респондентов (максимизация качества классификации).

Сравнительные оценки качества классификации при использовании четырех объективных характеристик (пол, возраст, семейное положение и образование) приведены в таблицах 6 и 7. Отметим, что при использовании большего числа «объективных» характеристик качество классификации возрастает. Так, например, при использовании набора (пол, возраст, семейное положение, число иждивенцев, образование, зарплата, рабочее время и среднедушевой доход) качество классификации ЛК индекса возрастает до 96% для всей выборки и до 98% для респондентов-учителей. При использовании расширенных наборов «объективных» характеристик следует иметь в виду, во-первых, что на практике значения не всех показателей могут быть известны достоверно, и, во-вторых, в имеющейся выборке встречаются не все комбинации значений «объективных» характеристик. Последнее ограничение может быть устранено увеличением объема выборки[1] или использованием специальных методов обработки результатов [8]. Результаты обучения ЛК приведены ниже.

[1] *При использовании ЛК, обученного на имеющейся выборке, возникает проблема введения метрики в пространстве объективных характеристик, так как не все комбинации значений встречались хотя бы раз. Другими словами, проблема заключается в том – какое значение производного показателя приписать новому агенту, отличающемуся хотя бы по одному значению объективных характеристик от респондентов,*

Результаты обучения ЛК

Пол	Возраст	Семейное положение	Образо-вание	Объем выборки	I=1	I=2	I=3	I=4	Индекс
муж.	17-23	холост	среднее	13	4	9	0	0	**2**
муж.	17-23	холост	н/высшее	62	19	26	10	7	**2**
муж.	17-23	холост	высшее	7	1	6	0	0	**2**
муж.	17-23	женат	среднее	0	0	0	0	0	**-**
муж.	17-23	женат	н/высшее	11	5	5	1	0	**1**
муж.	17-23	женат	высшее	3	1	2	0	0	**2**
муж.	24-30	холост	среднее	0	0	0	0	0	**-**
муж.	24-30	холост	н/высшее	8	3	3	0	2	**1**
муж.	24-30	холост	высшее	6	0	4	1	1	**2**
муж.	24-30	женат	среднее	0	0	0	0	0	**-**
муж.	24-30	женат	н/высшее	9	4	5	0	0	**2**
муж.	24-30	женат	высшее	11	1	7	2	1	**2**
муж.	31-40	холост	среднее	0	0	0	0	0	**-**
муж.	31-40	холост	н/высшее	0	0	0	0	0	**-**
муж.	31-40	холост	высшее	1	0	1	0	0	**2**
муж.	31-40	женат	среднее	1	0	0	0	1	**4**
муж.	31-40	женат	н/высшее	2	0	2	0	0	**2**
муж.	31-40	женат	высшее	11	2	5	1	3	**2**
муж.	41-50	холост	среднее	0	0	0	0	0	**-**
муж.	41-50	холост	н/высшее	0	0	0	0	0	**-**
муж.	41-50	холост	высшее	0	0	0	0	0	**-**
муж.	41-50	женат	среднее	0	0	0	0	0	**-**
муж.	41-50	женат	н/высшее	0	0	0	0	0	**-**
муж.	41-50	женат	высшее	7	2	4	1	0	**2**
муж.	>50	холост	среднее	0	0	0	0	0	**-**
муж.	>50	холост	н/высшее	0	0	0	0	0	**-**
муж.	>50	холост	высшее	1	0	1	0	0	**2**
муж.	>50	женат	среднее	0	0	0	0	0	**-**
муж.	>50	женат	н/высшее	0	0	0	0	0	**-**

вошедших в выборку (*см. пробелы в правом столбце таблицы, приведенной ниже*).

муж.	>50	женат	высшее	3	2	0	1	0	**1**
жен.	17-23	не замужем	среднее	33	10	16	4	3	**2**
жен.	17-23	не замужем	н/высшее	56	9	33	5	9	**2**
жен.	17-23	не замужем	высшее	3	0	2	1	0	**2**
жен.	17-23	замужем	среднее	5	1	2	2	0	**2**
жен.	17-23	замужем	н/высшее	9	3	4	1	1	**2**
жен.	17-23	замужем	высшее	1	0	0	1	0	**3**
жен.	24-30	не замужем	среднее	2	1	0	1	0	**3**
жен.	24-30	не замужем	н/высшее	4	1	1	0	2	**4**
жен.	24-30	не замужем	высшее	17	7	4	4	2	**1**
жен.	24-30	замужем	среднее	10	5	1	3	1	**1**
жен.	24-30	замужем	н/высшее	2	0	0	1	1	**3**
жен.	24-30	замужем	высшее	12	2	7	0	3	**2**
жен.	31-40	не замужем	среднее	0	0	0	0	0	**-**
жен.	31-40	не замужем	н/высшее	0	0	0	0	0	**-**
жен.	31-40	не замужем	высшее	5	3	0	1	1	**1**
жен.	31-40	замужем	среднее	3	3	0	0	0	**1**
жен.	31-40	замужем	н/высшее	1	1	0	0	0	**1**
жен.	31-40	замужем	высшее	29	14	8	5	2	**1**
жен.	41-50	не замужем	среднее	0	0	0	0	0	**-**
жен.	41-50	не замужем	н/высшее	2	1	0	0	1	**4**
жен.	41-50	не замужем	высшее	8	3	4	0	1	**2**
жен.	41-50	замужем	среднее	2	2	0	0	0	**1**
жен.	41-50	замужем	н/высшее	0	0	0	0	0	**-**
жен.	41-50	замужем	высшее	36	16	13	5	2	**1**
жен.	>50	не замужем	среднее	0	0	0	0	0	**-**
жен.	>50	не замужем	н/высшее	0	0	0	0	0	**-**
жен.	>50	не замужем	высшее	2	2	0	0	0	**1**
жен.	>50	замужем	среднее	1	0	0	1	0	**3**
жен.	>50	замужем	н/высшее	0	0	0	0	0	**-**
жен.	>50	замужем	высшее	7	5	1	1	0	**1**

Уменьшение набора объективных характеристик (например, исключение всех характеристик, кроме «пол» и возраст) приводит к тому, что некоторые значения индекса (тип 3 и тип 4) не могут быть классифицированы – см. таблицу с результатами обучения ЛК, приведенную ниже.

Пол	Возраст	Объем выборки	I=1	I=2	I=3	I=4	Индекс
муж.	17-23	96	30	48	11	7	**2**
муж.	24-30	34	8	19	3	4	**2**
муж.	31-40	15	2	8	1	4	**2**
муж.	41-50	7	2	4	1	0	**2**
муж.	>50	4	2	1	1	0	**1**
жен.	17-23	107	23	57	14	13	**2**
жен.	24-30	47	16	13	9	9	**1**
жен.	31-40	38	21	8	6	3	**1**
жен.	41-50	48	22	17	5	4	**1**
жен.	>50	10	7	1	2	0	**1**

ЛИТЕРАТУРА

1. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. М.: ЮНИТИ, 1998. – 1022 с.
2. Бурков В.Н., Кондратьев В.В. Механизмы функционирования организационных систем. М.: Наука, 1981. – 384 с.
3. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Идентификация активных систем / Труды международной конференции «Идентификация систем и процессы управления». М.: ИПУ РАН, 2000.
4. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Как управлять проектами. М.: Синтег, 1997. – 188 с.
5. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Теория активных систем: состояние и перспективы. М.: СИНТЕГ, 1999. – 128 с.
6. Ватель И.А., Ерешко Ф.И. Математика конфликта и сотрудничества. М.: Знание, 1973. – 64 с.
7. Веснин В.Р. Практический менеджмент персонала. М.: Юрист, 1998. – 496 с.
8. Гаврилец Ю.Н. Специальные математические методы и модели в социологии (опыт разработки и применения) / Математическое моделирование социальных процессов. №2. М.:МГУ, 1999. С.5–8.
9. Гермейер Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами. М.: Наука, 1976. – 327 с.
10. Гутгарц Р.Д. Анализ пакетов прикладных программ по управлению кадрами // Управление персоналом. 1998. № 4. С. 6 – 14.
11. Егоршин А.П. Управление персоналом. Н.Н.: НИМБ, 1997. – 607 с.
12. Кини Р.Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. М.: Радио и связь, 1981. – 560 с.
13. Клейнер Г.Б. Производственные функции: теория, методы, применение. М.: Финансы и статистика, 1986. – 238 с.
14. Кочиева Т.Б., Новиков Д.А. Идентификация моделей стимулирования в активных системах / Труды международной конференции "Идентификация систем и проблемы управления". М.: ИПУ РАН, 2000.
15. Кочиева Т.Б., Новиков Д.А. Базовые системы стимулирования. М.: Апостроф, 2000. – 108 с.

16. Кочиева Т.Б., Новиков Д.А., Чижов С.А. Экономика труда и теоретико-игровые модели стимулирования в организационных системах / Материалы международной конференции "Управление большими системами". Тбилиси, 2000.
17. Лотоцкий В.А. Идентификация структур и параметров систем управления // Измерения. Контроль. Автоматизация. 1991. № 3-4. С. 30 – 38.
18. Магун В. Трудовые ценности российского населения // Вопросы экономики. 1996. № 1. С. 47 – 62.
19. Новиков Д.А. Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем. М.: Фонд "Проблемы управления", 1999. – 150с.
20. Новиков Д.А. Обобщенные решения задач стимулирования в активных системах. М.: ИПУ РАН, 1998. – 68 с.
21. Новиков Д.А., Петраков С.Н. Курс теории активных систем. М.: СИНТЕГ, 1999. – 108 с.
22. Новиков Д.А. Стимулирование в социально-экономических системах (базовые математические модели). М.: ИПУ РАН, 1998. – 216 с.
23. Новиков Д.А., Цветков А.В. Механизмы стимулирования в многоэлементных организационных системах. Москва: Апостроф, 2000. – 184с.
24. Новиков Д.А., Цветков А.В. Механизмы функционирования организационных систем с распределенным контролем. М.: ИПУ РАН, 2001. – 118 с.
25. Ноэль Э. Массовые опросы. М.: Ава-Эстра, 1993. – 272 с.
26. Поварич И.П., Прошкин Б.Г. Стимулирование труда: системный подход. Новосибирск: Наука, 1990. – 193 с.
27. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Наука, 1982.
28. Эренберг Р.Дж., Смит Р.С. Современная экономика труда. Теория и государственная политика. М.: Изд-во МГУ, 1996.-800с.
29. Altonji J., Paxso C. Labor supply preferences, hours constraints and hours-wage trade-offs // Journal of labor economics. 1988. Vol. 6. № 2. P. 254-276.
30. Armstrong M. Reward management. London: Cogan Page, 2000. – 804 p.

31. Atrostic B.K. The demand for leisure and nonpecuniary job characteristics // American Economic Review. 1982. Vol. 72. P. 428 – 440.
32. Barzel Y. The determination of daily hours and wages // Quarterly Journal of Economics. 1973. Vol. 87. № 2. P. 220 – 238.
33. Becketti S., Gould W., Lillard L., Welch F. The panel study of income dynamics after fourteen years: an evaluation // Journal of Labor Economics. 1988. Vol. 6. № 4. P. 472 – 492.
34. Biddle J., Zarkin G. Choice among wage-hours packages: an empirical investigation of male labor supply // Journal of labor economics. 1989. Vol. 7. №. 41. P.415 – 437.
35. Brown C.V. (ed.) Taxation and labor supply. London: George Allen and Unwin, 1981. – 281 p.
36. Dunn L.F. An empirical indifference function for income and leisure // Rev. of Economics and Statistics. 1978. Vol. 60. P. 533–540.
37. Dunn L.F. Measurement of internal income-leisure tradeoffs // Quarterly Journal of Economics. 1979. Vol. 93. № 3. P. 373 – 393.
38. Frank J. The new Keynesian economics: unemployment, search and contracting. Brington: Wheatsheaf Books, 1986. – 283 p.
39. Freemantle D. The stimulus factor. London: Prentice Hall, 2001.– 212 p.
40. Gorman W.M. Separable utility and aggregation // Econometrica. 1959. Vol. 27. № 2. P.469 – 481.
41. Handbook of labor economics / Ed. by O.Ashenfelter, R. Layard. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1986. Vol.1 – 787 p. Vol. 2. – P. 788 – 1273.
42. Hiam A. Motivating and rewarding employees. Massachusetts: Adams Media Corporation, 2001. – 320 p.
43. Keeley M.C., Robins P.K., Spiegelman R.G., West R.W. The estimation of labor supply models using experimental data // American Economic Review. 1978. Vol. 68. № 5. P. 873 – 887.
44. Killingworth M. Labor supply. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1983. – 493 p.
45. Labor demand and equilibrium wage formation / J.C. Van Ours, G.A. Pfann, G. Ridder (eds.). Amsterdam: North-Holland Publishing company, 1993. – 379 p.
46. Lawler E.L. Pay and organization effectiveness: a psychological view. N.Y.: McGraw Hill, 1971. – 378 p.

47. MacCrimmon K.R., Toda M. The experimental determination of indifference curves // Review of Economic Studies. 1969. Vol. 36. № 108. P. 433–451.
48. Marriott R. Incentive payment systems. London: Staples, 1961. – 219 p.
49. Mas-Collel A., Whinston M.D., Green J.R. Microeconomic theory. N.Y.: Oxford Univ. Press, 1995. – 981 p.
50. Mokhtari M., Gregory P.R. Backward bends, quantity constraints and Soviet labor supply: evidence from the Soviet interview project // International Economic Review. 1993. Vol. 34. № 1.
51. Monitoring workers' wage in Russia: Reference guidebook / A.R.Vavilov et al (eds.). Moscow: CONSECO, 1998. – 84 p.
52. Novikov D.A. Management of active systems: stability or efficiency // Systems science. 2001. Vol. 26. № 2. P.85-93.
53. Owen J.D. The price for leisure. Rotterdam: Rotterdam University Press, 1969. – 169 p.
54. Perlman R. Labor theory. №.Y.: Wiley, 1969. – 237 p.
55. Slinko I. Multiple jobs, wage areas, tax evasion and labor supply in Russia. Moscow: New Economic School. Working Paper #BSP/99/018, 1999. – 35 p.
56. Phlips L. The demand for leisure and money // Econometrica. 1978. Vol. 46. № 5. P. 1025 – 1044.
57. Roy R. La distribution de revenue entre les divers biens // Econometrica. 1947. Vol. 15. № 2. P. 202 – 225.
58. Sapsford D., Tzannatos Z. The economics of the labor market. London: Macmillan, 1993. – 463 p.
59. Wakker P.P. Additive representation of preferences. Dordrecht: Kluver Academic Publishers, 1989. – 192 p.